BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN KHOA HỌC GIÁO DỤC VIỆT NAM

NGUYỄN THỊ THANH VÂN

DẠY HỌC HÌNH HỌC CAO CẤP Ở TRƯỜNG ĐẠI HỌC CHO SINH VIÊN SƯ PHẠM TOÁN THEO HƯỚNG CHUẨN BỊ NĂNG LỰC DẠY HỌC HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

HÀ NỘI, 2015

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN KHOA HỌC GIÁO DỤC VIỆT NAM

NGUYỄN THỊ THANH VÂN

DẠY HỌC HÌNH HỌC CAO CẤP Ở TRƯỜNG ĐẠI HỌC CHO SINH VIÊN SƯ PHẠM TOÁN THEO HƯỚNG CHUẨN BỊ NĂNG LỰC DẠY HỌC HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

Chuyên ngành: Lý luận và phương pháp dạy học bộ môn Toán

Mã số: 62.14.01.11

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Tập thể hướng dẫn

1. **PGS.TS. Phạm Đức Quang**
2. **GS.TS. Đào Tam**

HÀ NỘI, 2015

PHẦN MỞ ĐẦU

I. Lý do chọn đề tài

"Chiến lược phát triển giáo dục 2011 – 2020" của Chính phủ đã đề ra mục tiêu tổng quát đến năm 2020, "*Đổi mới căn bản, toàn diện nền giáo dục theo hướng chuẩn hóa, hiện đại hóa, xã hội hóa, dân chủ hóa, hội nhập quốc tế, thích ứng với nền kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa, phát triển giáo dục gắn với phát triển khoa học và công nghệ, tập trung vào nâng cao chất lượng, đặc biệt chất lượng giáo dục đạo đức, lối sống, năng lực sáng tạo, kỹ năng thực hành để một mặt đáp ứng yêu cầu phát triển kinh tế - xã hội, đẩy mạnh công nghiệp hóa, hiện đại hóa đất nước, đảm bảo an ninh quốc phòng; mặt khác phải chú trọng thỏa mãn nhu cầu phát triển của mỗi người học, những người có năng khiếu được phát triển tài năng.*" [7, tr8]

Theo GS. Phạm Minh Hạc[82], một trong ba việc cấp thiết phải làm ngay để đạt mục tiêu đổi mới giáo dục là phải chấn chỉnh, củng cố đội ngũ nhà giáo cả phẩm chất và tay nghề vì chính họ là người thực hiện và đảm bảo cho đổi mới thắng lợi. Ngày 22/10/2009, Bộ giáo dục và Đào tạo ban hành Thông tư 30/2009/TT-BGD ĐT quy định về Chuẩn nghề nghiệp giáo viên trung học cơ sở và giáo viên trung học phổ thông. Thông tư đã chỉ ra cụ thể các yêu cầu cơ bản đối với giáo viên trung học về phẩm chất cũng như năng lực chuyên môn, nghiệp vụ gồm 6 tiêu chuẩn, 25 tiêu chí. Đặc biệt, tiêu chuẩn 3 về năng lực dạy học có 8 tiêu chí mà người giáo viên THPT cần đạt được, trong đó nêu rõ "*giáo viên phải có phương pháp dạy học phù hợp, kiến thức môn học phải chính xác, có hệ thống, vận dụng hợp lý các kiến thức theo yêu cầu cơ bản, hiện đại, thực tiễn*". Để đạt được những yêu cầu đó, sinh viên sư phạm cần được trang bị các kiến thức cơ bản về chuyên môn, nghiệp vụ ngay khi còn học trong các trường ĐH đào tạo giáo viên (sau đây chúng tôi gọi tắt là ĐHSP) nên vấn đề nâng cao chất lượng đào tạo GV ở các trường ĐHSP trở thành nhiệm vụ chiến lược được nhà nước đặc biệt quan tâm.

Hội nghị Ban chấp hành Trung ương lần thứ 8(11/2013) khóa XI đã ban hành Nghị quyết số 29- NQ/ TW về "*Đổi mới căn bản và toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế*"[40]. Nghị quyết đã xác định mục tiêu tạo chuyển biến căn bản, mạnh mẽ về chất lượng, hiệu quả giáo dục, đào tạo đồng thời xây dựng nền giáo dục mở, thực học, thực nghiệp, dạy tốt, học tốt, quản lý tốt và đưa ra 9 nhiệm vụ, giải pháp thực hiện, trong đó phát triển đội ngũ nhà giáo và cán bộ quản lý, đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục và đào tạo là một trong những giải pháp then chốt.

Như chúng ta đã biết, chương trình đào tạo ĐHSP Toán chia làm 2 mảng chính: các môn khoa học cơ bản (KHCB) nhằm trang bị các kiến thức cơ bản và chuyên ngành về toán cao cấp và sơ cấp, các môn khoa học giáo dục (KHGD): Tâm lý học, Giáo dục học, Phương pháp giảng dạy…trang bị nghiệp vụ sư phạm. Hiện nay hai mảng này được trình bày hầu như song song với nhau. Điều đó dẫn đến 2 vấn đề: Thứ nhất, nội dung các môn Toán cao cấp mang tính độc lập, ít liên thông với toán phổ thông, thường chỉ phù hợp với một số ít sinh viên khá giỏi có khả năng và hướng nghiệp nghiên cứu toán. Còn với phần đông sinh viên, với mục tiêu sau khi ra trường sẽ dạy học trường phổ thông, thường có tâm lý học chỉ để thi dẫn đến không có động cơ, không chủ động trong học tập làm cho việc tiếp thu kiến thức của bản thân bộ môn hạn chế và khó khăn trong việc ứng dụng các kiến thức đó vào thực tiễn; Thứ hai, việc giảng dạy các môn phương pháp dạy học Toán một cách độc lập dẫn đến việc nhìn nhận toán PT của SV rời rạc, không rõ ràng, hệ thống.

Muốn giải quyết những bất cập trên, các trường ĐHSP cần đổi mới phương pháp dạy và học, đổi mới chương trình, giáo trình giảng dạy, cần có sự phối kết hợp nhuần nhuyễn nội dung giảng dạy các môn KHCB với KHGD, khai thác các yếu tố dạy nghề khi nghiên cứu các môn KHCB. Mỗi giảng viên dạy các môn KHCB phải là hình mẫu về cách dạy, cách tự học, tự nghiên cứu sao cho SV có thể học tập không chỉ đơn thuần kiến thức khoa học, mà còn các kĩ năng SP để có thể ứng dụng trong nghề nghiệp sau này. Việc liên kết tính dạy nghề ngay khi nghiên cứu các môn KHCB giúp sinh viên có thể nắm vững nội dung môn học, tạo động cơ, hứng thú học tập mà còn phát huy tính chủ động, tự giác, tích cực của SV.

Ngày nay, do tri thức và khoa học, công nghệ thường xuyên biến đổi nên nhà trường không thể cung cấp mọi thứ cho người học mà chỉ có thể trang bị những tri thức, năng lực cơ bản để từ đó người học sẽ phát triển chúng thông qua các hoạt động chủ động, sáng tạo của bản thân trong cuộc sống. SV cần biết "thực học", tức là biết tìm hiểu, chọn lọc những nội dung thiết thực với bản thân để sau này ra trường trở thành người "thực làm", có ích cho xã hội.

Tuy nhiên trong thời gian dài, vấn đề liên kết giữa KHCB và KHGD ở trường ĐHSP còn ít được quan tâm. SV còn chưa nhận thức được vai trò của toán cao cấp ở đại học. Việc trình bày nội dung toán cao cấp(TCC) nói chung, Hình học cao cấp(HHCC) nói riêng ở ĐHSP gần như tách rời nội dung toán PT, với cách xây dựng chủ yếu theo phương pháp tiên đề. Cách làm này có ưu điểm giúp sinh viên có tư duy hệ thống khi nghiên cứu toán, nhưng còn xa lạ với họ nên làm cho việc tiếp thu Toán cao cấp ở ĐH của sinh viên khó khăn mà việc ứng dụng những hiểu biết đó vào thực tế dạy học ở PT cũng nhiều hạn chế. Tại hội thảo khoa học "*Nâng cao chất lượng nghiệp vụ sư phạm cho sinh viên các trường đại học sư phạm*" tổ chức ngày 28/01/ 2011 tại Hà Nội, GS. Phan Trọng Luận cho biết, SVSP ngày càng xa rời mục tiêu đào tạo và tồn tại kiểu tư duy tách biệt [83, tr21]. Qua công tác hướng dẫn sinh viên thực tập SP, chúng tôi cũng nhận thấy khả năng khai thác các ứng dụng của Toán cao cấp vào thực tế dạy học còn gặp nhiều vướng mắc. Lí do cơ bản là họ chưa được tiếp cận với những định hướng SP khi nghiên cứu các bộ môn này. Đây là hạn chế của GV trước yêu cầu đổi mới chương trình, nội dung và phương pháp dạy học toán PT.

Toán cao cấp ngoài việc cung cấp các kiến thức cơ bản và chuyên sâu một cách hệ thống còn có tiềm năng to lớn trong việc rèn luyện cho SV các năng lực nghề nghiệp (NLNN), đặc biệt là năng lực dạy học. Hình học cao cấp (HHCC) gồm Hình học Afin và Euclide, Hình học xạ ảnh là các phân môn quan trọng trong chương trình đào tạo giáo viên THPT. HHCC nghiên cứu không gian trong trường hợp tổng quát n chiều nên các tính chất rất hệ thống và logic. Không gian xét trong hình học phổ thông(HHPT) có thể xem như không gian Euclide 2 hay 3 chiều. Như vậy các bài toán trong HHCC có thể đặc biệt hóa trở thành các bài toán HHPT và ngược lại, các bài toán HHPT có thể khái quát hóa trở thành các bài toán HHCC. Việc nhìn nhận các bài toán HHPT dưới góc nhìn của HHCC giúp SV có khả năng định hướng, biết cách huy động kiến thức một cách khoa học để tìm ra cách giải quyết vấn đề. Hơn nữa, những ngôn ngữ khoa học của HHCC có khả năng chuyển hóa thành ngôn ngữ HHPT. Vì vậy nếu được tiếp cận định hướng SP khi học và nghiên cứu môn HHCC, SV sẽ được rèn luyện khả năng nhìn nhận toán PT, khái quát hóa và tương tự hóa, chuyển hóa sư phạm từ tri thức khoa học sang tri thức truyền thụ, giúp trau dồi khả năng tự học, tự nghiên cứu và dần làm chủ hoạt động dạy học, hoàn thiện dần NLNN.

Từ những phân tích trên, chúng tôi chọn đề tài nghiên cứu là:

"DẠY HỌC HÌNH HỌC CAO CẤP Ở TRƯỜNG ĐẠI HỌC CHO SINH VIÊN SƯ PHẠM TOÁN THEO HƯỚNG CHUẨN BỊ NĂNG LỰC DẠY HỌC HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG "

II. Lịch sử nghiên cứu

Việc nghiên cứu các vấn đề liên quan đến tăng cường tính nghề ngay trong khi dạy học toán cao cấp ở trường ĐHSP đã được quan tâm trong các năm gần đây. Đến nay, đã có nhiều nhà khoa học quan tâm nghiên cứu về vấn đề này, như các tài liệu [14], [26], [35],[53], [61]...trong danh mục tài liệu tham khảo.Trong [61], các tác giả Chu Trọng Thanh, Trần Trung làm rõ cơ sở toán học hiện đại của một số nội dung toán PT. Theo đó, toán PT được soi sáng bởi toán học hiện đại giúp GV có một cái nhìn thống nhất, toàn diện và sâu sắc. Qua đó, GV có thể định hướng, huy động kiến thức phù hợp khi giảng dạy mỗi vấn đề cụ thể. Trong [35], các tác giả Nguyễn Văn Mậu, Nguyễn Đăng Phất, Đỗ Thanh Sơn đã chỉ ra các ứng dụng phong phú của các phép biến đổi trong HHCC vào giải toán HHPT trong mặt phẳng và trong không gian. Theo các tác giả, từ những tính chất tổng quát trong HHCC, nếu khai thác một cách phù hợp ta hoàn toàn có thể chuyển bài toán cao cấp về ngôn ngữ PT. Đó là những tài liệu tham khảo rất hữu ích cho GV và HSPT.

Một số sách HHCC được xuất bản trong những năm gần đây như "*Bài tập hình học cao cấp*" của Nguyễn Mộng Hy[25], "*Hình học Afin và hình học Ơclit trên những ví dụ và bài tập*"[3] của Phạm Khắc Ban, Phạm Bình Đô... Ở đây, các tác giả cũng đã chú trọng đưa ra một số bài tập cụ thể vận dụng các kiến thức HHCC sau mỗi chương nhưng chủ yếu là đặc biệt hóa các bài toán HHCC sang HHPT mà thôi. Ngoài ra có một số các bài viết trên tạp chí, một số bài trên internet cũng đã quan tâm đến một số mặt của vấn đề này.

Về nghiên cứu, đào tạo sinh viên Toán, theo hướng phát triển năng lực nghề nghiệp, các nhà khoa học như Đinh Quang Báo, Nguyễn Bá Kim, Đào Tam, Bùi Văn Nghị… đều có các công trình nghiên cứu như ở các tài liệu [2],[13],[30],[39],[48],[54]… trong danh mục tài liệu tham khảo. Ngoài ra còn một số bài báo đăng trên các tạp chí như Khoa học giáo dục, Tạp chí giáo dục, một số bài đăng trong các Kỷ yếu của các Hội thảo quốc gia, quốc tế.... liên quan đến vấn đề này.

Qua nghiên cứu các tài liệu, chúng tôi tiếp thu được một số ý kiến sau:

- Ở các trường SP, GV dạy các môn KHCB bên cạnh việc trang bị những kiến thức cơ bản nền tảng còn đóng vai trò quan trọng trong việc hình thànhvà phát triển NLNN cho SV. Do đó nội dung giảng dạy các môn KHCB cần thấm nhuần tính dạy nghề dạy học.

- Nhiệm vụ cơ bản đào tạo nghề cho SV thông qua hệ thống KHGD và KHCB là thông qua các kênh liên thông giữa các khoa học đó, tạo điều kiện để SV có thể phân tích, nhìn nhận toán PT, tìm ra liên hệ hữu cơ giữa hai chương trình.
- Việc chuyển hóa SP từ các kiến thức toán cao cấp sang các kiến thức toán phổ thông trong SGK cần có sự tham gia của các GV dạy các môn toán cao cấp. Ở các trường sư phạm, cần dạy kiến thức KHCB theo định hướng chuẩn bị NLNN cho SV.
- Trên cơ sở đảm bảo kiến thức của một giáo trình cơ bản hoặc chuyên ngành, cần chọn lọc và cân nhắc liều lượng kiến thức để phục vụ trực tiếp hoặc gián tiếp cho các bài giảng ở PT...

Qua tìm hiểu chúng tôi cũng thấy, đã có nhiều luận án tiến sĩ quan tâm khai thác vấn đề này như luận án *Tăng cường định hướng sư phạm trong dạy học đại số đại cương thông qua việc xây dựng một số chuyên đề cho sinh viên toán cao đẳng sư phạm* của Đặng Quang Việt, *Dạy học đại số cao cấp ở các trường sư phạm theo hướng gắn với chương trình môn toán ở trường phổ thông* của Nguyễn Văn Dũng, *Xây dựng và thực hiện một số chuyên đề cho sinh viên toán đại học sư phạm chuẩn bị dạy học thống kê- xác suất ở môn toán trung học phổ thông* của Phạm Văn Trạo, *Tăng cường liên hệ sư phạm giữa nội dung dạy học lý thuyết tập hợp và logic, cấu trúc đại số với nội dung dạy học số học trong môn toán tiểu học cho sinh viên khoa giáo dục tiểu học các trường đại học sư phạm* của Nguyễn Thị Châu Giang, *Các giải pháp rèn luyện kỹ năng nghề nghiệp cho sinh viên sư phạm toán thông qua việc dạy học các môn toán sơ cấp và phương pháp dạy học toán ở trường đại học* của Nguyễn Chiến Thắng, luận văn thạc sĩ *Dùng hình học cao cấp để xây dựng hệ thống bài tập hình học sơ cấp nhằm bồi dưỡng năng lực giải toán cho học sinh chuyên toán THPT* của Hồ Phương Nam, *Khai thác mối liên hệ giữa hình học xạ ảnh và hình học sơ cấp nhằm nâng cao hiệu quả dạy học môn hình học ở trường phổ thông* của Lê Trọng Hậu …

Qua tham khảo các tài liệu, chúng tôi tiếp thu được một số ý tưởng về cách thức dạy học toán cao cấp theo hướng kết nối với toán PT, như:

- Nghiên cứu cách xây dựng môđun hay chuyên đề dạy học một mảng kiến thức cụ thể có liên quan đến nội dung toán phổ thông.

- Nghiên cứu cách hướng dẫn SV toán tự học, tự nghiên cứu nội dung toán cao cấp theo hướng gắn kết với nội dung toán phổ thông.

- Nghiên cứu vận dụng các phương pháp dạy học mới (dạy học hợp tác, dạy học theo dự án…) vào dạy học một số chủ đề cụ thể trong môn toán cao cấp ở trường ĐH.

Tóm lại, vấn đề nghiên cứu khai thác mối liên hệ với nội dung toán PT trong quá trình dạy học toán cao cấp ở bậc đại học đã được nhiều tác giả quan tâm. Tuy nhiên chưa có tài liệu nào nghiên cứu cụ thể, toàn diện về vấn đề dạy học HHCC ở ĐHSP theo hướng hình thành NL dạy học hình học ở trường PT (sau đây chúng tôi gọi là "Năng lực dạy học HHPT") cho SV SP.

III. Mục đích nghiên cứu

Làm sáng tỏ một số thành tố của năng lực dạy học HHPT có thể phát triển được thông qua dạy học HHCC và các biện pháp dạy học HHCC ở trường đại học theo hướng chuẩn bị năng lực dạy học HHPT cho SVSP.

IV. Đối tượng nghiên cứu, khách thể nghiên cứu, phạm vi nghiên cứu

1. Đối tượng nghiên cứu

Một số biện pháp dạy học HHCC theo hướng chuẩn bị năng lực dạy học HHPT cho SVSP Toán và các thành tố của năng lực dạy học HHPT có thể chuẩn bị cho SV thông qua việc dạy học môn HHCC ở ĐHSP.

2. Khách thể nghiên cứu

Quá trình dạy học HHCC trong chương trình đào tạo sinh viên Toán ĐHSP.

3. Phạm vi nghiên cứu

Các năng lực dạy học HHPT có thể hình thành và phát triển cho SV Toán ĐHSP thông qua dạy học môn HHCC và các biện pháp dạy học HHCC theo hướng rèn luyện cho sinh viên Toán năng lực dạy học HHPT.

V. Giả thuyết khoa học

Nếu xác định được các thành tố của năng lực dạy học HHPT và đưa ra các biện pháp sư phạm thích hợp thì có thể chuẩn bị năng lực dạy học HHPT thông qua dạy học HHCC, góp phần nâng cao chất lượng rèn luyện NLNN cho SVSP Toán, đáp ứng yêu cầu dạy học ở trường PT.

VI. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Làm rõ các vấn đề liên quan đến đề tài luận án: Năng lực, năng lực nghề nghiệp, năng lực dạy học … của SV SP Toán.
- Nghiên cứu những thành tố của năng lực dạy học HHPT của SV Toán ĐHSP có thể phát triển được thông qua dạy học HHCC.
- Tìm hiểu thực tế dạy học HHCC ở ĐHSP theo hướng khai thác, vận dụng kiến thức HHCC trong dạy học HHPT.
- Nghiên cứu, làm rõ khả năng của HHCC trong việc rèn luyện năng lực dạy học HHPT cho SV.
- Đề xuất các biện pháp dạy học HHCC theo hướng chuẩn bị năng lực dạy học HHPT cho SV SP Toán.
- Tiến hành thực nghiệm SP để bước đầu kiểm chứng tính khả thi của một số biện pháp đã đề xuất.

VII. Phương pháp nghiên cứu

1. Nhóm phương pháp nghiên cứu lý luận

Nghiên cứu tài liệu (sách, giáo trình, tạp chí, internet…) về phương pháp luận NCKH, tâm lý học nhận thức, triết học, vấn đề đào tạo giáo viên nói chung và giáo viên toán nói riêng cũng như vai trò, nội dung của các môn

HHCC ở trường ĐHSP, mối liên hệ giữa HHCC và HHPT, khả năng rèn luyện năng lực dạy học HHPT của SV Toán thông qua việc dạy học môn HHCC ở ĐHSP.

2. Nhóm phương pháp nghiên cứu thực tiễn

- Phương pháp điều tra, quan sát: Tìm hiểu thực tế dạy học HHCC ở trường ĐHSP, thăm dò thái độ của GV và SV sau khi thực nghiệm ứng dụng các giải pháp giảng dạy môn HHCC.

- Phương pháp chuyên gia: Tham khảo ý kiến của các chuyên gia hình học và giáo dục học về các vấn đề liên quan.

- Phương pháp thực nghiệm sư phạm: Kiểm nghiệm tính khả thi và chỉnh lý nhằm hoàn thiện các biện pháp được đưa ra, xử lý kết quả điều tra để bước đầu đánh giá kết quả thu được.

VIII. Những đóng góp của luận án

1. Về mặt lý luận

- Luận án chỉ ra được một quan niệm về năng lực dạy học HHPT của SV Toán ĐHSP.
- Làm sáng tỏ những nội dung trong môn HHCC có thể khai thác để chuẩn bị năng lực dạy học HHPT cho SV và nội dung HHPT theo hướng gắn kết với HHCC.
- Một số biện pháp dạy học môn HHCC theo hướng chuẩn bị NL dạy học HHPT cho sinh viên Toán ĐHSP.

2. Về mặt thực tiễn

- Chỉ ra thêm một con đường giúp SV học tập có hiệu quả môn HHCC.
- Giải pháp đưa ra góp phần nâng cao trình độ về chuyên môn nghiệp vụ cho SVSP Toán, giúp họ có thể khai thác tốt hơn khả năng vận dụng HHCC để bồi dưỡng năng lực học toán của HS ở trường PT.

- Các ví dụ và chuyên đề thực nghiệm SP là một tài liệu tham khảo hữu ích trong việc rèn luyện NL dạy học cho SV Toán ĐHSP.

IX. Những luận điểm đưa ra bảo vệ

- Quan niệm về năng lực dạy học HHPT của SV Toán ĐHSP có thể chuẩn bị thông qua dạy học môn HHCC.
- Khả năng của môn HHCC trong việc chuẩn bị năng lực dạy học HHPT cho SV Toán ĐHSP.
- Phương án dạy học môn HHCC theo hướng chuẩn bị NL dạy học HHPT cho sinh viên Toán ĐHSP.

X. Cấu trúc của luận án

Luận án gồm 3 chương, ngoài ra còn có phần mở đầu, kết luận và khuyến nghị, phụ lục và danh mục các tài liệu tham khảo

Chương I - Cơ sở lý luận và thực tiễn

Chương II – Các biện pháp dạy học hình học cao cấp ở đại học cho SV SP toán theo hướng chuẩn bị năng lực dạy học hình học ở trường phổ thông.

Chương III - Thực nghiệm sư phạm

CHƯƠNG 1

CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1.Đôi nét về sự hình thành và các giai đoạn phát triển của hình học

1.1.1. Khái quát

Dựa vào các tư liệu về Lịch sử toán học và Lịch sử Hình học, ta thấy Hình học hình thành và phát triển về cơ bản qua 2 giai đoạn chính, đó là: Hình học thời kỳ cổ đại nghiên cứu các đại lượng không đổi với các khái niệm cơ sở của các hình hình học như: điểm, đường thẳng, tam giác, hình nón… và Hình học hiện đại, bắt đầu từ thế kỷ 17, với việc sáng tạo ra toán học của các đại lượng biến thiên và xuất hiện Hình học giải tích, sử dụng các công cụ mới như vectơ và tọa độ và phát triển thêm nhiều môn hình học mới.

1.1.2. Sự hình thành và phát triển của Hình học qua các giai đoạn

Tổng hợp từ các nghiên cứu của các tác giả Nguyễn Cảnh Toàn[67], Nguyễn Anh Tuấn [72], Howard Eves[22] cho thấy, Hình học hình thành từ thời Ấn độ cổ đại (vào khoảng 3000 năm TCN) thông qua việc đo đạc trên đất (ge-o-metry), rồi đến việc sử dụng các tỉ lệ, các hình hình học: hình hộp chữ nhật, thùng phi, hình nón…Qua nghiên cứu những nền văn minh sớm nhất ở các vùng Lưỡng hà, Ai cập, Trung quốc…đều cho thấy người xưa đã biết đến hình học. Đến các năm từ 600 TCN đến 450, toán học Hy lạp đã có bước phát triển vượt bậc với sự xuất hiện của Talet (khoảng 624 – 546 TCN) và Pitago (khoảng 582 – 507 TCN). Talet sử dụng hình học đề tính gián tiếp chiều cao của kim tự tháp hay tính khoảng cách từ các con tàu tới bờ biển. Pitago là người đầu tiên đưa ra cách chứng minh định lí về tổng bình phương các cạnh trong tam giác vuông mặc dù phát biểu của định lý đã trải qua một thời gian dài. Ở giai đoạn này, toán học còn chưa là một khoa học độc lập mà nằm trong một khoa học chung (Khoa học tự nhiên- xã hội). Các khái niệm của toán học đều phát sinh từ thực tiễn và có quá trình hoàn thiện lâu dài.

Khoảng năm 300 TCN, nhà toán học cổ Hy Lạp –Euclide (Ơclit) đã viết tác phẩm "Cơ bản", hay "Nguyên lí", có thể xem đó như sự bắt đầu xây dựng hình học sơ cấp theo tư tưởng của phương pháp tiên đề, mà phương pháp đó vẫn còn dùng đến ngày nay. Tác phẩm này của Euclide nhanh chóng được công chúng đón nhận và nó lưu truyền qua nhiều thế kỉ. Theo đó, hình học được Euclide xây dựng dựa trên một hệ tiên đề, trong đó có tiên đề 5 về đường thẳng song song: "Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó". Nhiều nhà khoa học thời đó nghi ngờ đó không phải là một tiên đề. Nhưng, trải qua một thời gian dài, các nhà toán học không thể loại trừ tiên đề này ra khỏi hệ tiên đề Euclide. Mãi đến thế kỉ 19, thời kỳ phát triển thịnh vượng của toán học châu Âu, nhà toán học người Nga Lobasepski bằng cách thay thế tiên đề 5 bằng tiên đề phủ định của nó và đã sáng tạo ra loại hình học mới, gọi là Hình học phi Euclide. Cũng vào khoảng thời gian đó, nhiều môn hình học phi Euclide hình thành và phát triển: Hình học Hypecbolic, hình học Eliptic, hình học Rieman đưa ra khái niệm đa tạp, một khái niệm tổng quát của đường và mặt. Trong thời gian này, dựa vào công trình của Galois đã được chứng minh các bài toán từ thời Hy lạp cổ đại như chia 3 một góc, cầu phương hình tròn hay dựng cạnh hình lập phương có thể tích gấp 2 lần thể tích của một hình lập phương cho trước, không giải được bằng thước kẻ và compa.

Tác phẩm "Cơ bản" của Euclide là một hệ thống kiến thức toán học logic và chặt chẽ, cho đến nay vẫn là nền tảng cho SGK về HHPT của hầu hết các nước trên thế giới. Tuy nhiên, tác phẩm "Cơ bản" cũng bộc lộ một số những nhân tố không thuận lợi cho sự phát triển của toán học sau này. Việc trình bày có tính chất rõ rệt, các con số được thể hiện bằng đoạn thẳng, phương tiện dựng hình chỉ giới hạn ở thước và compa dẫn tới việc không thể hiện được các lí thuyết về conic, các đường cong đại số và siêu việt hoàn toàn không có các phương pháp tính toán.

Vì vậy, đến thế kỷ 20, Hilbert(1862-1943), nhà toán học Đức, đã đặt nền móng cho việc tiên đề hóa hình học bằng cách đưa ra hệ tiên đề Hilbert, thay thế cho hệ tiên đề Euclide, tránh đi những điểm yếu mà hệ tiên đề Euclide mắc phải. Việc sử dụng các số để xác định vị trí của một điểm trên một bề mặt đã được biết đến từ thời kì Acsimet(thế kỉ III TCN), với việc định nghĩa "Hình xoắn Acsimet". Rồi sau đó, nhà toán học Pháp Descartes (1596-1650) và nhà toán học Pháp Fermat (1601-1665) phát minh ra Hình học giải tích trong đó các phương trình và các đường cong có mối liên quan trực tiếp đến nhau trong hệ trục tọa độ Descartes. Tới thế kỉ XVII, tọa độ mới được sử dụng một cách có hệ thống đối với các bài toán hình học để giải các bài toán hình học theo phương pháp đại số. Khái niệm vectơ được nhà toán học Đan mạch C.Wessel đưa ra năm 1798 đồng nhất vectơ $\overrightarrow{OA}$ và điểm mút A trong một hệ tọa độ Đề các gốc O trong mặt phẳng, dẫn đến phương pháp giải các bài toán hình học bằng vectơ. Các phương pháp này vẫn được dùng phổ biến trong HHCC và HHPT cho đến ngày nay.

Việc nghiên cứu về lịch sử hình học giúp SV có một cái nhìn bao quát, tổng thể về vị trí, vai trò của môn hình học đối với sự phát triển của nội bộ toán học cũng như của toàn xã hội, giúp SV nhìn nhận chương trình hình học phổ thông một cách toàn diện và sâu sắc.

1.2. Một số xu hướng đổi mới dạy học các môn TCC ở trường ĐHSP

Thời gian gần đây, việc nghiên cứu vận dụng toán cao cấp nói chung và HHCC nói riêng vào việc dạy học môn Toán ở trường PT đã được nhiều quốc gia trên thế giới trong đó có Việt Nam quan tâm. Những nghiên cứu chủ yếu dưới dạng các tài liệu tham khảo cho giảng viên và sinh viên. Trên cơ sở việc nghiên cứu và tham khảo các tài liệu, một số luận án tiến sĩ giáo dục học, chúng tôi nhận thấy bốn hướng nghiên cứu chính như sau:

***Hướng thứ nhất*: Làm rõ cơ sở toán học, theo quan điểm của toán hiện đại, của một số nội dung toán ở trường phổ thông.**

Trong các nghiên cứu theo hướng này, các tác giả chỉ ra cơ sở toán học hiện đại của một số nội dung toán PT như: các cấu trúc đại số trên tập hợp số, các cấu trúc đại số trên tập hợp đa thức, phân thức, nhóm các phép biến hình... Nội dung của toán PT được nhìn nhận bởi toán học hiện đại giúp làm giảm khoảng cách giữa nội dung môn Toán trong nhà trường và thành tựu phát triển của toán học. Từ đó, GV có một cái nhìn thống nhất, toàn diện và sâu sắc hơn khi tiếp cận toán PT, giúp họ có thể định hướng, huy động kiến thức phù hợp khi dạy học mỗi vấn đề cụ thể. Theo hướng này có các tài liệu như: [35],[53],[60], [92]...

***Hướng thứ hai*: Sử dụng công cụ của toán cao cấp để giải toán và sáng tạo bài toán PT.**

Theo hướng này, vấn đề được giải quyết ở các tình huống cụ thể ngay trong quá trình dạy học của giảng viên, mặc dù không khái quát và không mang tính lí luận nhưng lại đáp ứng được ngay nhu cầu mà thực tế dạy học ở bậc PT đòi hỏi. Nó có thể giúp giáo viên thông qua cách giải bằng toán cao cấp, tìm thấy lời giải phù hợp với học sinh PT. Theo xu hướng này có các tác phẩm “ *Hình học và một số vấn đề liên quan*” [35], *“Hình học sơ cấp*”[53], “*Những phép biến hình trong mặt phẳng*”[23], “ *Hình học xạ ảnh*” [64] ...

***Hướng thứ ba*: Biên soạn các giáo trình cơ sở của toán cao cấp được dạy ở trường ĐH dưới dạng bài giảng bằng một ngôn ngữ đơn giản, gần gũi hơn với ngôn ngữ toán PT.**

Theo đó, mỗi khái niệm có liên quan trực tiếp đến môn Toán ở PT đều được hình thành bằng con đường kiến tạo, xuất phát từ những khái niệm của toán sơ cấp để khái quát hóa, trừu tượng hóa thành khái niệm của TCC. Theo hướng này, các tài liệu biên soạn ra rất cồng kềnh, khó có thể dạy chính khóa ở các trường ĐH vì số tiết dạy sẽ rất lớn. Nhưng chúng lại là những tài liệu tham khảo bổ ích cho GV, SV Toán ở các trường SP và cho cả GV môn toán ở các trường PT. Chẳng hạn: Cuốn *“Hình học”* của Jean- Marie Monier[27] trình bày Hình học Afin, hình học Euclide theo con đường: trình bày các bài toán trên mặt phẳng, không gian 3 chiều, sau đó tác giả tổng quát hóa lên các bài toán tương tự trong không gian Afin, Euclide n chiều. Ưu điểm của cách viết này là giúp cho SV dễ hiểu và dễ tiếp thu các kiến thức trừu tượng của HHCC, cũng như dễ dàng áp dụng các kiến thức đó vào giải toán HHPT. Tuy nhiên, cách viết này làm cho kiến thức bị lặp lại nhiều lần, dẫn đến giáo trình rất dài(500 trang). Một số sách bài tập HHCC xuất bản trong những năm gần đây như: "*Bài tập hình học cao cấp*"[25], "*Hình học Afin và hình học Ơclit trên những ví dụ và bài tập"*[3]... cũng đã có xu hướng đưa ra một số bài tập cụ thể vận dụng các kiến thức HHCC sau mỗi chương giúp sinh viên dễ dàng hơn trong việc tiếp thu các kiến thức HHCC thông qua hình ảnh trực quan với không gian 2, 3 chiều...

Hướng thứ 4: **Tăng cường liên môn.**

Trong các bài giảng các môn KHCB ở ĐH, các giảng viên đã bước đầu quan tâm tới nguồn gốc của các kiến thức toán cao cấp, khai thác các nội dung liên quan đến toán PT, tăng cường các ví dụ minh họa trong bài giảng có mối liên hệ trực tiếp với toán PT, khái quát hóa các ví dụ của toán PT thành các bài toán cao cấp …để SV có thể lĩnh hội kiến thức TCC cũng như có thể vận dụng các kiến thức đó vào giải quyết các vấn đề thực tiễn dễ dàng hơn .

Ví dụ: Khi dạy phần ''Phẳng trong không gian Afin" của môn HHCC, từ cách tìm phương trình tham số của đường thẳng và mặt phẳng đã biết trong HHPT, giảng viên có thể khái quát thành các tìm phương trình tham số của m- phẳng bất kỳ trong không gian Afin n chiều.

Còn đối với môn Lí luận và phương pháp dạy học môn Toán, các giảng viên góp phần làm rõ mối liên hệ (cầu nối) giữa toán cao cấp và toán PT, khai thác vận dụng toán cao cấp vào dạy học môn toán ở trường PT…

Ví dụ: Khi dạy phần "Dạy học quy tắc, phương pháp", giảng viên có thể đưa ra các ví dụ về việc từ phương pháp tổng quát của toán cao cấp dẫn tới phương pháp tương ứng giải quyết vấn đề trong PT.

Chẳng hạn với bài toán: Trong không gian, tìm hình chiếu vuông góc của một điểm xuống một đường thẳng (mặt phẳng).

Đây là trường hợp riêng của bài toán: "Tìm hình chiếu vuông góc của một điểm xuống một m- phẳng" trong HHCC. Từ việc sử dụng khái niệm phẳng bù trực giao dẫn tới việc dựng mặt phẳng (đường thẳng) vuông góc với đường thẳng (mặt phẳng) và qua điểm cho trước, theo đó ta giải được bài toán.

1.3. Năng lực nghề nghiệp của giáo viên

1.3.1. Năng lực

Đến nay, còn có nhiều cách hiểu khác nhau về năng lực. Tuy nhiên, trong khuôn khổ dạy học nhìn chung được tiếp cận theo *năng lực hành động*, hay *năng lực thực hiện (*hay *competency* trong tiếng Anh, từ này có nguồn gốc tiếng La tinh là*"competentia")*. Theo đó, năng lực được hiểu như sự thành thạo, khả năng thực hiện của cá nhân đối với một công việc và có thể cấu trúc được theo các thành tố, theo các tiêu chuẩn, tiêu chí. Nhiều tác giả có quan điểm chung:*"Năng lực là tổng hợp các đặc điểm, thuộc tính tâm lý của cá nhân phù hợp với yêu cầu đặc trưng của một hoạt động nhất định, nhằm đảm bảo cho hoạt động đó đạt hiệu quả cao"*.

Trong các chương trình dạy học hiện nay ở trường phổ thông của các nước thuộc OECD, người ta phân chia năng lực thành hai nhóm chính, đó là *các năng lực chung* và *các năng lực chuyên môn.*

Nhóm năng lực chung, gồm: Khả năng hành động độc lập thành công; Khả năng sử dụng các công cụ giao tiếp, công cụ tri thức tự chủ; Khả năng hành động thành công trong các nhóm xã hội không đồng nhất.

Năng lực chuyên môn liên quan đến từng môn học riêng biệt.

Chẳng hạn, nhóm năng lực chuyên môn trong môn Toán bao gồm:

- Giải quyết các vấn đề toán học.
- Lập luận toán học.
- Mô hình hóa toán học.

- Giao tiếp toán học.
- Vận dụng các cách trình bày toán học.
- Sử dụng các ký hiệu, công thức, các yêu tố thuật toán.

Mô hình cấu trúc NL trên đây có thể cụ thể hoá trong từng lĩnh vực chuyên môn, nghề nghiệp khác nhau. Mặt khác, trong mỗi lĩnh vực nghề nghiệp người ta cũng mô tả các loại NL khác nhau. Từ cấu trúc của NL cho thấy giáo dục định hướng phát triển NL không chỉ nhằm mục tiêu phát triển NL chuyên môn bao gồm tri thức, kỹ năng chuyên môn mà còn phát triển NL phương pháp, NL xã hội và NL cá thể. Những NL này không tách rời nhau mà có mối quan hệ chặt chẽ tạo nên NL hành động của các cá nhân.

1.3.2. Năng lực nghề nghiệp

Khái niệm

Theo Từ điển Tiếng Việt, nghề được hiểu là "*công việc chuyên làm theo sự phân công của xã hội*"[43, tr670]. Có thể hiểu: Nghề là một lĩnh vực hoạt động lao động mà trong đó, con người sử dụng những tri thức, những kỹ năng để làm ra các loại sản phẩm vật chất hay tinh thần nào đó, đáp ứng được những nhu cầu của xã hội và bản thân.

Tác giả Climôv E. A. định nghĩa: *Nghề nghiệp là một lĩnh vực sử dụng sức lao động vật chất và tinh thần của con người một cách có giới hạn cần thiết cho con người có khả năng sử dụng lao động của mình để thu lấy những phương tiện cần thiết cho việc tồn tại và phát triển*. [38, tr16]

Qua nghiên cứu các tài liệu cho thấy, dường như không có sự phân biệt rạch ròi giữa khái niệm "nghề" và khái niệm "nghề nghiệp". Vì vậy, chúng tôi cho rằng, khái niệm "nghề" và "nghề nghiệp" tuy có những khía cạnh khác nhau, song cũng không nên tách bạch nội hàm hai khái niệm đó, bởi trong chúng có sự "chứa đựng" lẫn nhau, trong nghề có ẩn chứa "nghiệp", và đã có "nghiệp" nhất định phải có "nghề", cho nên người ta thường dùng thuật ngữ "nghề nghiệp" bởi sự song hành giữa chúng.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi thống nhất hiểu theo quan điểm của tác giả Phạm Tất Dong: *NL nghề nghiệp* là "*sự tương ứng giữa những đặc điểm tâm sinh lý con người với những yêu cầu do nghề đặt ra*" [12].

Như vậy, NL nghề nghiệp xếp vào loại NL chuyên môn theo sự phân loại của OECD. NL nghề nghiệp được xác định gồm các thành tố cơ bản:

- Tri thức về nghề: là những hiểu biết cơ bản và chuyên sâu về nghề nghiệp để có thể thực hiện các hoạt động cần thiết của nghề nghiệp đó.
- Kỹ năng nghề: là khả năng vận dụng kiến thức thu nhận được vào thực tế nghề nghiệp một cách có hiệu quả.
- Thái độ với nghề: thể hiện sự tích cực hay tiêu cực của người lao động về môi trường làm việc của họ, thể hiện ở sự thỏa mãn với công việc, sự gắn bó với công việc và sự tích cực, sự nhiệt tình với tổ chức.
- Mức độ (kết quả) thực hiện các hành động nghề (hành nghề): là thước đo năng lực nghề nghiệp của cá nhân đó.

1.3.3. NL nghề nghiệp của giáo viên

- *Nghề dạy học* là lĩnh vực hoạt động của người giáo viên nhằm thực hiện mục tiêu giáo dục.

- *Năng lực nghề nghiệp của giáo viên* được hiểu là "*một tổ hợp xác định các phẩm chất tâm lý của nhân cách, những phẩm chất này là điều kiện để đạt được những kết quả cao trong việc dạy học và giáo dục trẻ em*". [11]

Các nhà tâm lí học cho rằng, năng lực giáo viên là những hình ảnh phản chiếu những nét nhân cách nhất định đáp ứng yêu cầu của việc dạy học và giáo dục.

Theo quan điểm của Bernd Meier[4], các năng lực nòng cốt của GV bao gồm:

- Năng lực dạy học.
- Năng lực giáo dục.
- Năng lực chẩn đoán, đánh giá, tư vấn.

- Năng lực phát triển nghề nghiệp và năng lực phát triển trường học.

Như vậy, có thể thấy, năng lực dạy học là một trong những yêu cầu tiên quyết của NLNN của người GV.

1.3.4. Chuẩn nghề nghiệp giáo viên Trung học ở Việt Nam

Hiện nay, để cụ thể hoá những yêu cầu về phẩm chất và NL của người thầy giáo, phù hợp với các cấp học, bậc học, Bộ giáo dục và Đào tạo đã ban hành Thông tư số 30/2009/TT-BGDĐT, ngày 22 tháng 10 năm 2009 quy định Chuẩn nghề nghiệp GV trung học cơ sở và trung học phổ thông (Chuẩn giáo viên)[5], gồm 6 tiêu chuẩn, 25 tiêu chí. Đó là hệ thống các yêu cầu về những lĩnh vực mà người GV cần phải đạt để đáp ứng mục tiêu của bậc học. Theo đó, yêu cầu cụ thể của NL dạy học(Tiêu chuẩn 3) như sau: Xây dựng kế hoạch dạy học; Đảm bảo kiến thức môn học; Đảm bảo chương trình môn học; Vận dụng các phương pháp dạy học; Sử dụng các phương tiện dạy học; Xây dựng môi trường học tập; Quản lý hồ sơ dạy học; Kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của học sinh.

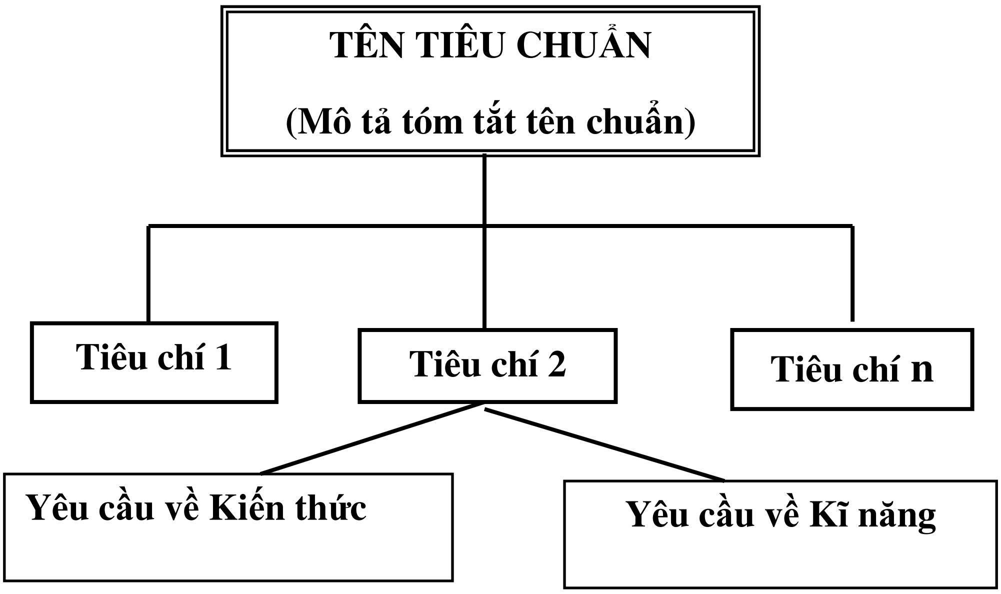
Như vậy, NL dạy học tạo khả năng xây dựng có kết quả những phương pháp truyền thụ tri thức và kĩ xảo cho HS trên cơ sở hiểu những quy luật chung của việc dạy học. Những NL này giúp GV lập kế hoạch và cấu tạo lại tài liệu được tốt, làm cho nó vừa sức HS, tiến hành các bài dạy một cách sáng tạo bằng cách phát triển tư duy trẻ em, rèn luyện cho trẻ em thói quen làm việc độc lập, hiệu quả.

1.3.5. Yêu cầu năng lực dạy học của SV ĐHSP

Chuẩn đầu ra của SV tốt nghiệp ĐHSP ở Việt Nam.

Dựa trên cơ sở Chuẩn nghề nghiệp giáo viên THPT, các trường SP đã ban hành Chuẩn đầu ra cho SV tốt nghiệp ngành SP. Theo [2], "Chuẩn đầu ra" là hệ thống các yêu cầu cơ bản về phẩm chất đạo đức và năng lực giáo dục mà sinh viên phải đạt được khi kết thúc khóa đào tạo để có thể thực hiện được các nhiệm vụ, chức năng của người GV THPT ở mức đạt yêu cầu tối thiểu. Chuẩn đầu ra có mục đích hướng dẫn cụ thể hoạt động đào tạo, rèn luyện nghề nghiệp trong quá trình đào tạo ĐHSP. Do đó cần mô tả chi tiết hơn các yếu tố chính cấu thành chất lượng nghề nghiệp như: kiến thức, kỹ năng, thái độ và các bước rèn luyện kỹ năng cụ thể được quy trình hóa chặt chẽ với các chỉ báo cụ thể cho từng đơn vị kiến thức và kỹ năng. Dựa trên cơ sở đó, năm 2011, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã chỉ đạo nghiên cứu xong Chuẩn đầu ra trình độ ĐH khối ngành SP đào tạo GV THPT[13]. Chuẩn đầu ra của SV tốt nghiệp ĐHSP (Chuẩn đầu ra) có sự tham chiếu và tương đồng về các tiêu chuẩn đối với Chuẩn GV, chỉ khác về mức độ yêu cầu của các tiêu chí, đảm bảo sau khi tốt nghiệp, SV có thể tác nghiệp đạt mức tối thiểu trong thang đánh giá GV theo Chuẩn GV. Chuẩn đầu ra mô tả cấu trúc NLNN cụ thể hơn cả về kiến thức, kỹ năng, gồm 8 tiêu chuẩn, 38 tiêu chí. Vì đây là quy định chung với tất các các ngành đào tạo GV nên tác giả chỉ đưa ra Khung chuẩn đầu ra:

Sơ đồ 1.1. CẤU TRÚC KHUNG CHUẨN ĐẦU RA



Tiêu chuẩn 4: NĂNG LỰC DẠY HỌC gồm 9 tiêu chí: Kiến thức, kĩ năng các khoa học liên môn, bổ trợ, nền tảng; Kiến thức, kĩ năng môn học sẽ dạy ở phổ thông; Năng lực phát triển chương trình môn học; Năng lực vận dụng phương pháp, phương tiện và hình thức tổ chức dạy học bộ môn; Năng lực dạy học phân hoá; Năng lực dạy học tích hợp; Năng lực lập và thực hiện kế hoạch dạy học; Năng lực đánh giá kết quả học tập của học sinh; Năng lực xây dựng và quản lí hồ sơ dạy học. Cụ thể một số tiêu chí:

Bảng 1.1

TT	Tiêu chí	YÊU CẦU VỀ KIẾN THỨC	YÊU CẦU VỀ KĨ NĂNG
1	***Kiến thức, kĩ năng các khoa học liên môn, bổ trợ, nền tảng***	Trình bày nội dung các môn học bổ trợ, nền tảng cho tri thức môn học sẽ dạy ở phổ thông; Nêu, phân tích vai trò bổ trợ, nền tảng của những nội dung các môn học đó.	Biết vận dung kiến thức liên môn để giải thích các nội dung của môn học sẽ dạy ở PT; Biết cách vận dụng tri thức khoa học liên môn để tổ chức dạy học tích hợp.
2	***Kiến thức, kĩ năng môn học sẽ dạy ở phổ thông***	Phân tích được đối tượng, nhiệm vụ, phạm vi nghiên cứu của môn học; Trình bày được hệ thống tri thức của môn học: các khái niệm, các hiện tượng, quá trình, các sự kiện, qui luật, các lí thuyết khoa học.... và mối quan hệ giữa các nội dung của môn học; Trình bày được các phương pháp, kỹ thuật nghiên cứu cơ bản và ứng dụng thuộc môn học.	Biết vận dụng những kiến thức môn học để giải thích bản chất các hiện tượng là đối tượng nghiên cứu của ngành học; Biết phân tích cấu trúc môn học về lô-gic nội dung, các loại kiến thức; quan hệ liên môn, sự tích hợp trong nội dung môn học; Biết vận dụng được các phương pháp, kĩ thuật chủ yếu để nghiên cứu những đề tài khoa học dưới dạng các tiểu luận, bài tập giáo trình, bài tập lớn, khoá luận TN.

3	***Năng lực phát triển chương trình môn học***	Phát biểu được định nghĩa khái niệm chương trình theo các dấu hiệu khác nhau tương ứng với các tiếp cận khác nhau về phát triển chương trình; Nêu đ-ược vai trò, ý nghĩa của phát triển chương trình dạy học môn học trong quá trình dạy học; Phân tích các yếu tố cấu thành chương trình môn học: mục tiêu, nội dung, phương pháp, hình thức dạy học,…; kiểm tra đánh giá chất lượng dạy học,…; nêu mối quan hệ giữa các yếu tố; Nêu được các loại chương trình theo cấp học, bậc học; theo phạm vi mục tiêu (chương trình giáo dục, chương trình môn học, …)	Biết vận dụng kiến thức về chương trình để phân tích, nhận xét chương trình môn học hiện hành ở trường PT: cách tiếp cận xây dựng chương trình, các yếu tố cấu thành chương trình; Biết phân tích lộ trình phát triển nội dung của môn học hiện hành ở phổ thông.

Khung chuẩn đầu ra của SV tốt nghiệp ĐHSP là một cơ sở chính để chúng tôi nghiên cứu đề xuất các thành tố của năng lực dạy học HHPT của SV Toán ĐHSP. Ngoài ra, để áp dụng các yêu cầu chung vào một môn học cụ thể là môn Toán, chúng tôi tham khảo thêm tài liệu về yêu cầu năng lực nghề nghiệp của giáo viên Toán ở các nước trong khu vực, cụ thể như sau:

1.3.5. Chuẩn giáo viên Toán khu vực Đông Nam Á

Chuẩn GV toán khu vực Đông Nam Á(Sears-MT)[52] của Tổ chức Bộ trưởng giáo dục khu vực Đông Nam Á (SEAMEO) là một tài liệu tập hợp các tiêu chuẩn mô tả những phẩm chất mà một GV Toán trong khu vực SEAMEO phải đạt được trong thế kỷ 21. Theo đó:

Tiêu chuẩn 1: Kiến thức nghề nghiệp gồm tiêu chí.

Yêu cầu này bao gồm kiến thức và hiểu biết về các ý tưởng cơ bản, nguyên lý và cấu trúc toán học. Kiến thức này được gắn chặt với phương pháp SP hiệu quả trong dạy học toán học. Thứ hai, cần một kiến thức chuyên sâu về HS và sử dụng các chiến lược phù hợp với từng đối tượng HS. Tiêu chuẩn này cũng nhấn mạnh vai trò của kiến thức CNTT của GV để nâng cao chất lượng học tập của HS bằng cách thúc đẩy HS tham gia phát hiện các khái niệm toán học.

Tiêu chuẩn 2: Tính chuyên nghiệp

+ Thuộc tính cá nhân: Có sự nhiệt tình đối với toán học và giảng dạy toán học; Có niềm tin tất cả HS có thể học toán; Cam kết thiết lập các tiêu chuẩn đạt được trong học toán của mỗi HS; Quan tâm, tôn trọng HS và đồng nghiệp.

+ Phát triển nghề nghiệp cá nhân: Cam kết học tập suốt đời và phát triển cá nhân; Nâng cao sự hiểu biết về toán học và kỹ năng giảng dạy toán học; Có thông tin về các xu hướng hiện tại có liên quan trong giáo dục toán học; Tham gia vào các tổ chức hoạt động chuyên nghiệp;

+ Trách nhiệm cộng đồng.

Tiêu chuẩn 3: Cộng đồng chuyên môn

Thực hiện theo các quy tắc ứng xử; Chứng minh tính chuyên nghiệp;Thực hành quyền tự chủ nghề nghiệp,sẵn sàng nhận nhiệm vụ.

Tiêu chuẩn 4: Quy trình dạy học chuyên nghiệp

+ Nhiệm vụ bài giảng: Phát triển tư duy toán học cho HS thông qua bài giảng; Tạo điều kiện cho HS sử dụng của lý luận, chứng minh, mô hình hóa để giải quyết vấn đề toán học và thực tiễn; Cung cấp cho HS các hoạt động toán học và vấn đề cần giải quyết.

+ Thực hiện chiến lược giảng dạy.

+ Giám sát, thẩm định và đánh giá.

Như vậy, Sears-MT đề cao kiến thức, khả năng hiểu biết sâu sắc về toán của GV Toán PT. Sự hiểu biết không chỉ ở nội dung chương trình dạy học mà còn ở mối quan hệ giữa nội dung dạy học và kiến thức toán học hiện đại, khả năng tự nghiên cứu các xu hướng phát triển mới của toán học, khả năng tổ chức, phát triển tư duy HS và toán học hóa các tình huống thực tiễn.

1.4. Năng lực dạy học Toán của sinh viên SP

Dựa trên cơ sở yêu cầu NL dạy học của SV SP và tham khảo các thành tố của NL dạy học của GV Toán của Max Stephens [92], Trần Việt Cường[11] và một số nghiên cứu liên quan, chúng tôi nhận thấy NL dạy học toán của SV SP là tổ hợp của:

- Hiểu biết về Toán: Có đủ kiến thức dự định áp dụng trong những nhiệm vụ mà HS phải thực hiện.
- Hiểu biết về chương trình khung môn Toán: là khả năng thông dịch chính xác những ý định của chương trình khung chính thức của môn Toán liên quan theo cách thức mà GV tạo ra mối liên hệ giữa những gì HS được yêu cầu phải thực hiện với những gì được trình bày trong chương trình khung chính thức của môn Toán.
- Hiểu biết về tư duy HS: là khả năng thông hiểu tư duy HS, khả năng lí giải và phân biệt được những gì mà HS thực sự đã làm được.

- Biết thiết kế giảng dạy: khả năng GV phản ứng trước những gì HS đã làm và thúc đẩy tư duy HS.

Chuẩn bị năng lực dạy học cho sinh viên SP

Trong nghiên cứu này, chúng tôi quan niệm sự "*chuẩn bị*" năng lực dạy học cho sinh viên SP là những hoạt động của giảng viên và sinh viên trong quá trình dạy học ở ĐH nhằm mục đích hình thành, phát triển những thành tố của năng lực dạy học, đáp ứng yêu cầu của Chuẩn đầu ra trình độ ĐH khối ngành sư phạm đào tạo giáo viên THPT.

Theo chúng tôi, những yếu tố góp phần hình thành năng lực dạy học toán, có thể chuẩn bị cho SV ĐHSP thông qua việc dạy học các môn toán cao cấp là:

- Hiểu biết sâu sắc về TCC: Hiểu biết về quan điểm, mục tiêu, nội dung, cách thức xây dựng chương trình TCC, đặc biệt những nội dung có liên quan đến nội dung dạy học sau này.

- Hiểu biết sâu sắc về toán PT: Hiểu biết về quan điểm, mục tiêu, nội dung, cách thức xây dựng chương trình toán PT và mối liên hệ với nội dung TCC tương ứng. Khai thác tri thức chương trình SGK theo quan điểm của tri thức toán học hiện đại và tri thức phương pháp luận toán học. Từ đó nhìn nhận sâu sắc tri thức môn học: chính xác, có hệ thống, khắc sâu các mối liên hệ bên trong và các mối liên hệ liên môn; tạo cơ sở nhuần nhuyễn sâu sắc chuẩn kiến thức, kỹ năng, yêu cầu thái độ của môn học.

- Khả năng gắn kết giữa TCC và toán PT: Có khả năng khai thác các yếu tố về nội dung, phương pháp của TCC phục vụ dạy học toán PT: tổ chức dạy học, phát triển tư duy, nhận thức cho HS... và ngược lại, khai thác những nội dung, phương pháp của toán PT để phục vụ cho việc nghiên cứu TCC.

1.5. Một số thành tố của năng lực dạy học HHPT của SV Toán ĐHSP

Áp dụng cách tiếp cận trên đối với một phân môn của toán PT là hình học. Theo chúng tôi, những yếu tố góp phần hình thành năng lực dạy học HHPT, có thể chuẩn bị cho SV Toán ĐHSP thông qua việc dạy học HHCC là:

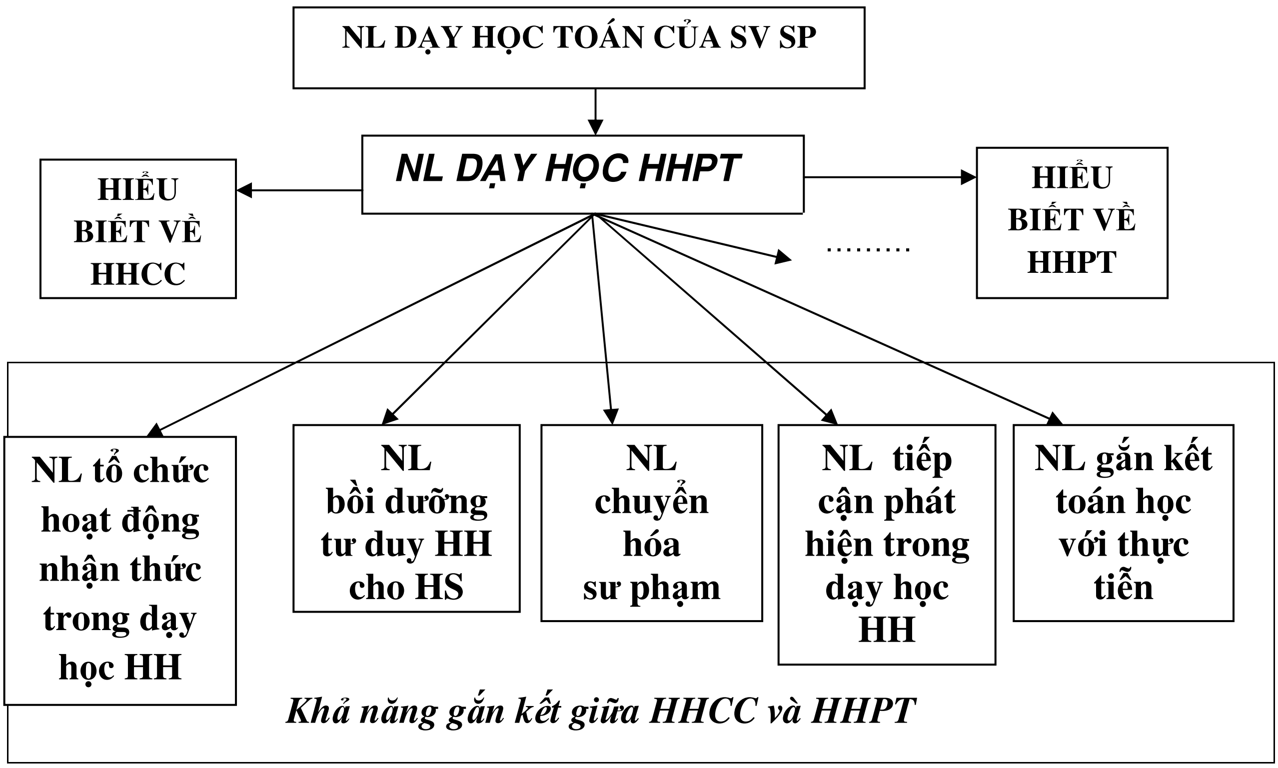
- Hiểu biết về HHCC.
- Hiểu biết về HHPT.
- Khả năng gắn kết giữa HHCC và HHPT.

Khả năng gắn kết giữa HHCC và HHPT là một trong những cơ sở để phát triển một số NL, như: NL tổ chức hoạt động nhận thức trong dạy học hình học; NL bồi dưỡng tư duy hình học cho HS; NL chuyển hóa sư phạm; NL tiếp cận phát hiện trong dạy học hình học; NL gắn kết toán học với thực tiễn.

Từ sự phân tích trên, theo chúng tôi, những thành tố của NL dạy học HHPT có thể hình thành và phát triển thông qua dạy học HHCC ở ĐHSP là:

(1) Hiểu biết về HHCC.
(2) Hiểu biết về HHPT.
(3) NL tổ chức hoạt động nhận thức trong dạy học hình học.
(4) NL bồi dưỡng tư duy hình học cho HS.
(5) NL chuyển hóa sư phạm.
(6) NL tiếp cận phát hiện trong dạy học hình học.
(7) NL gắn kết toán học với thực tiễn.

Sơ đồ 1.2. MỘT SỐ NL DẠY HỌC HHPT CỦA SV TOÁN ĐHSP



Chúng tôi trình bày cụ thể từng thành tố:

1.5.1. Hiểu biết về HHCC

Sự hiểu biết của SV SP toán về một bộ môn toán cao cấp nói chung, HHCC nói riêng, thể hiện ở hai mặt:

- Nắm vững nội dung khoa học của bộ môn.

- Hiểu được những nội dung kiến thức của bộ môn(nếu có) có liên hệ với nội dung kiến thức phổ thông và những cách thức có thể khai thác những kiến thức đó trong thực tiễn công việc giảng dạy sau này của bản thân.

Việc nghiên cứu những ứng dụng của TCC trong dạy học PT không những không làm giảm tính khoa học của các học phần TCC mà còn giúp SV nhận thấy khả năng tiềm tàng của môn học trong việc phát triển NLNN của bản thân. Từ đó thúc đẩy tinh thần học tập tự giác, hiệu quả của SV khi học TCC.

Sau đây chúng tôi phân tích những nội dung của HHCC có thể khai thác các ứng dụng vào HHPT. Trước hết, chúng tôi nhắc lại mục đích, yêu cầu cùng như nội dung chính của môn học.

1.5.1.1 Mục đích, yêu cầu của môn học

Hiện nay chưa có một giáo trình nào về HHCC quy định dùng chung cho ngành đào tạo GV Toán trình độ ĐH. Do đó mục tiêu dạy học các nội dung này cũng chưa được nêu tường minh. Qua nghiên cứu tham khảo đề cương chi tiết, giáo trình môn học ở một số trường ĐH và qua thực tiễn dạy học ở Trường ĐH Hải Phòng, chúng tôi tổng kết mục tiêu dạy học các học phần HHCC như sau:

- Đối với môn ***Hình học Afin và hình học Euclide:***

+ Trang bị cho sinh viên những kiến thức hệ thống, cơ bản nhất về hình học Afin và Euclide: không gian Afin, không gian Euclide, ánh xạAfin, ánh xạ đẳng cự, siêu mặt bậc hai, hình học của nhóm biến đổi, hình học Afin, hình học Euclide …

+ Hình thành cho sinh viên những phương pháp và kỹ năng khác nhau vào việc giải các bài tập cơ bản thuộc giáo trình, **giải quyết những vấn đề nảy sinh trong quá trình học tập bộ môn và trong thực tiễn.**

+ Thể hiện tính tích cực, chủ động, sáng tạo trong quá trình vận dụng kiến thức vào giải toán, lòng say mê nghiên cứu khoa học, tác phong **tự học , tự tìm hiểu sâu các vấn đề.**

- Đối với môn ***Hình học xạ ảnh:***

+ Cung cấp cho sinh viên những kiến thức cơ bản về hình học phi Euclide mà trọng tâm là hình học xạ ảnh và **các phương pháp suy luận khoa học cần thiết để học các môn khoa học chuyên ngành khác.**

+ Rèn luyện tư duy logic cho sinh viên, xây dựng dần cho họ tác phong học tập độc lập và tham gia nghiên cứu khoa học.

1.5.1.2 Nội dung chương trình HHCC

Căn cứ vào Chương trình khung Giáo dục ĐH, ngành ĐHSP Toán học, Bộ giáo dục và Đào tạo (2006) và thực tiễn của việc triển khai dạy học HHCC ở một số trường ĐH, chúng tôi có thể trình bày vắn tắt nội dung cơ bản cần đạt của các môn HHCC:

- Hình học Afin: Hiểu những vấn đề cơ bản về không gian (không gian Afin, mục tiêu Afin, phẳng trong không gian Afin, tâm tỷ cự, tập lồi, siêu mặt bậc hai). Ánh xạ (ánh xạ Afin, biến đổi Afin). Từ đó định nghĩa được hình học của nhóm biến đổi và hình học Afin.

- Hình học Euclide: Hiểu được những vấn đề cơ bản về không gian Euclide (mục tiêu trực chuẩn, toạ độ trực chuẩn, phẳng trong không gian Euclide, khoảng cách, góc và thể tích, siêu mặt bậc hai), ánh xạ (ánh xạ đẳng cự, phép đẳng cự, áp dụng phép đẳng cự để giải toán hình học), hình học Euclide.

- Hình học xạ ảnh: Hiểu được những vấn đề cơ bản về không gian xạ ảnh(mục tiêu xạ ảnh, toạ độ thuần nhất, không thuần nhất, phẳng trong không gian xạ ảnh, tỷ số kép, siêu mặt lớp hai), ánh xạ (ánh xạ xạ ảnh, phép biến đổi xạ ảnh, liên hệ giữa hình học xạ ảnh và hình học Afin),các định lý cơ bản của hình học xạ ảnh.

Như vậy, một trong những yêu cầu của các phân môn trong HHCC là thông qua nội dung môn học, SV cần có NL tìm hiểu sâu các vấn đề và NL ứng dụng hiểu biết của bộ môn vào thực tiễn dời sống cũng như thực tiễn dạy học ở trường PT. Sau đây chúng tôi phân tích khả năng khai thác ứng dụng nội dung HHCC vào dạy học HHPT.

1.5.1.3 Phân tích khả năng khai thác ứng dụng nội dung HHCC vào dạy học HHPT

A. Các đối tượng và quan hệ của HHPT có thể xem là trường hợp riêng của đối tượng, quan hệ của HHCC

HHCC nghiên cứu các đối tượng và quan hệ trong không gian n chiều. Không gian HHPT có thể coi là không gian Euclide 1, 2, 3 chiều. Như vậy, nếu xét các bài toán HHCC trên không gian có số chiều là 1,2 hoặc 3, ta có các bài toán HHPT tương ứng.

Ví dụ 1.1. Ta có khái niệm m- đơn hình như sau:

Trong không gian afin A^n cho m+1 điểm độc lập $P_0, P_1, ..., P_m$ .Tập hợp

$$S(P_0, P_1, ..., P_m) = \left\{ M \in A^n \,\middle|\, \overrightarrow{OM} = \sum_{i=0}^{m} \alpha_i \overrightarrow{OP_i}, \sum_{i=0}^{m} \alpha_i = 1,\ \alpha_i \geq 0, \forall O \in A^n \right\}$$

gọi là m- đơn hình với các đỉnh $P_0, P_1, \ldots, P_m$.

Với m = 1, $S(P_0, P_1) = \left\{ M \in A^n \,\middle|\, \overrightarrow{OM} = \alpha \overrightarrow{OP_1} + (1-\alpha)\overrightarrow{OP_2}, \alpha \geq 0, \forall O \in A^n \right\}$

là đoạn thẳng P_0P_1.

Tương tự: 2- đơn hình là tam giác; 3- đơn hình là tứ diện.

Ví dụ 1.2. Từ công thức tính khoảng cách giữa 2 phẳng bất kì dựa vào định thức Gram, ta có thể suy ra trường hợp riêng: khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, hay khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng , hay khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau… trong hình học phổ thông.

Theo cách này, các đối tượng riêng lẻ của HHPT được hợp nhất trong một chỉnh thể, giúp người giáo viên nhận thức rõ ràng, hệ thống. Từ đó giúp SV có phương pháp dạy học HHPT sao cho vừa đảm bảo tính khoa học, vừa phù hợp với trình độ HS.

B. Khai thác các phép biến đổi của HHCC để giải toán HHPT

Có thể xem các phép biến đổi của HHCC là trường hợp tổng quát của các phép biến đổi trong mặt phẳng và trong không gian của HHPT. Khi nghiên cứu các phép biến đổi tổng quát, SV xác định được các tính chất chung của các phép biến đổi trên mặt phẳng và không gian cũng như được cung cấp thêm những công cụ giải toán mới. Để HSPT có thể hiểu và áp dụng được phương pháp đó, SV cần trang bị thêm phương pháp chuyển “ngôn ngữ” từ HHCC sang ngôn ngữ phù hợp với trình độ HS . Vấn đề này chúng tôi trình bày cụ thể hơn ở Chương II, phần 2.2.1.2 .

C. Khai thác tọa độ afin

Mục tiêu afin- Tọa độ afin

Ta đã biết, trong mặt phẳng : Hệ $\{O;A,B\}$với O,A,B là 3 điểm không thẳng hàng gọi là một mục tiêu afin của mặt phẳng. Với M là một điểm bất kì trong mặt phẳng $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$; (x,y) gọi là tọa độ của M với mục tiêu trên. Còn trong không gian : Hệ $\{O;A,B,C\}$ với O,A,B,C là 4 điểm không đồng phẳng gọi là một mục tiêu afin. Với M là một điểm bất kì trong không gian $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$; (x,y,z) gọi là tọa độ của M với mục tiêu trên. Tọa độ Afin là một công cụ hiệu quả giải quyết những bài toán hình học chứa bất biến Afin.

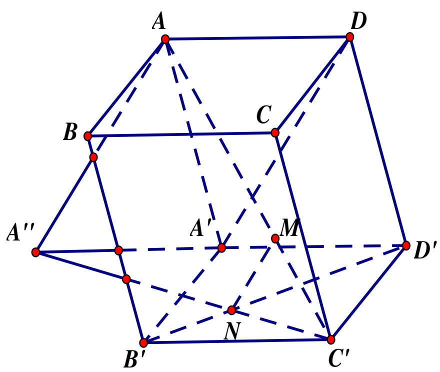
Ví dụ 1.3 . Xét bài toán: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm điểm M thuộc

AC'; điểm N thuộc $B'D'$ sao cho $MN // A'D$.

Lời giải

Nhận xét: Vì đây là bài toán của hình học Afin nên ta có thể dùng tọa độ Afin để giải quyết.

Chọn hệ tọa độ afin $\{A; \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$; $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AD}, \vec{c} = \overrightarrow{AA'}$ .Tìm tọa độ của các điểm M, N với hệ tọa độ trên. Ta có:



Hình 1.1

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} = k.\overrightarrow{AC'} \\ \overrightarrow{B'N} = t.\overrightarrow{B'D'} \\ \overrightarrow{MN} = m.\overrightarrow{A'D} \end{cases}$$

$$\text{Mà } \begin{cases} \overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \\ \overrightarrow{B'D'} = -\vec{a} + \vec{b} \\ \overrightarrow{A'D} = \vec{b} - \vec{c} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{B'N}$$

$m(\vec{b} - \vec{c}) = (-k - t + 1)\vec{a} + (-k - t)\vec{b} + (-k + 1)\vec{c}$. Đồng nhất 2 vế, ta có :

$-k - t + 1 = 0; -k - t = m; -k + 1 = -m$ hay $k = \dfrac{2}{3}; t = \dfrac{1}{3}; m = -\dfrac{1}{3}$

Từ đó xác định được các điểm M, N.

D. Phát hiện các bài toán tương tự

Vấn đề giải quyết các bài toán tương tự trong PT là tương đối phổ biến. Nhưng việc xác định tính chính xác của tương tự là một câu hỏi không dễ. Nhiều trường hợp, chính sự hiểu biết về HHCC có thể giúp SV điều đó. Bởi vì, HHCC nghiên cứu những bất biến của các nhóm biến đổi. Cụ thể: hình học xạ ảnh xét những bất biến của nhóm xạ ảnh, hình học afin nghiên cứu những bất biến của nhóm afin, hình học Euclide nghiên cứu những tính chất của phép dời hình…Từ việc nghiên cứu những bất biến đó, ta có thể khẳng định tính chính xác của các bài toán tương tự, có thể chuyển các bài toán trong không gian 2 chiều sang bài toán trong không gian 3 chiều hoặc ngược lại, hay tổng quát hóa bài toán.

E. Phát hiện bài toán mới

Từ một bài toán HHCC, bằng cách sử dụng tương tự hóa, khái quát hóa, đặc biệt hóa trong không gian 2, 3 chiều, ta sẽ có một lớp các bài toán mới. Như vậy, nếu GV PT nắm vững mối liên hệ giữa HHCC và HHPT, họ sẽ có khả năng định hướng, giáo dục phương pháp nghiên cứu, mở rộng SGK, từ đó tăng cường tính sáng tạo cho HS, một mục tiêu quan trọng của quá trình giáo dục. Ngược lại, từ một bài toán cụ thể của HHPT, bằng cách tổng quát hóa ta cũng có thể chuyển về một bài toán của HHCC. Từ mối quan hệ 2 chiều này, không những SV hiểu rõ về HHPT mà qua đó củng cố, khắc sâu, nắm vững thêm các kiến thức HHCC.

Ví dụ 1.4. Bài toán: Cho 2 tam giác là ABC và $A'B'C'$ không cùng trọng tâm. Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn điều kiện:

$$(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MA'}+\overrightarrow{MB'}+\overrightarrow{MC'})=0 \qquad (1)$$

Lời giải. Nếu gọi G là trọng tâm tam giác ABC, G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ thì từ (1) ta có ngay $(3\overrightarrow{MG})(3\overrightarrow{MG'})=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MG}\,\overrightarrow{MG'}=0$.

Suy ra tập hợp M là một đường tròn, có đường kính là GG'.

Từ bài toán này, ta có thể tổng quát thành bài toán của HHCC như sau:

Trong không gian A^n cho 2 hệ điểm $P_1, P_2,.., P_n$ và $Q_1, Q_2,.., Q_m$

$\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n \in R; \mu_1,\mu_2,..,\mu_m \in R$ sao cho $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i \neq 0; \sum_{j=1}^{m}\mu_j \neq 0$;

$$T_{tc}\begin{bmatrix} P_1 & P_2 & \dots & P_n \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \neq T_{tc}\begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 & \dots & Q_m \\ \mu_1 & \mu_2 & \dots & \mu_m \end{bmatrix}$$

Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn điều kiện: $(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\overrightarrow{MP_i})(\sum_{j=1}^{m}\mu_j\overrightarrow{MQ_j})=0$.

Câu trả lời là siêu cầu với đường kính GG', trong đó

$$G = T_{tc}\begin{bmatrix} P_1 & P_2 & \dots & P_n \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}; G' = T_{tc}\begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 & \dots & Q_m \\ \mu_1 & \mu_2 & \dots & \mu_m \end{bmatrix}$$

1.5.2 . Hiểu biết về HHPT

Như phân tích ở 1.4, sự hiểu biết về HHPT của SV SP Toán thể hiện ở một số mặt: Hiểu biết về quan điểm, mục tiêu, nội dung, cách thức xây dựng chương trình HHPT và mối liên hệ với nội dung HHCC tương ứng; hiểu biết về cách thức khai thác tri thức chương trình SGK theo quan điểm của tri thức toán học hiện đại và tri thức phương pháp luận toán học. Từ đó nhìn nhận tri thức môn học chính xác, có hệ thống, khắc sâu các mối liên hệ bên trong và các mối liên hệ liên môn; tạo cơ sở nhuần nhuyễn chuẩn kiến thức, kỹ năng, yêu cầu thái độ của môn học.

Ở đây, chúng tôi phân tích một số điểm cơ bản của chương trình HHPT theo định hướng gắn kết với HHCC.

1.5.2.1 Về cách xây dựng chương trình HHPT

Theo[24], [59], [60], chương trình HHPT hiện nay được xây dựng chủ yếu dựa trên tư tưởng của 3 hệ tiên đề: Pogorelov, Hinbert, Weyl(Phần phương pháp vectơ trong mặt phẳng và không gian xây dựng theo tư tưởng của hệ tiên đề Weyl). SGK hiện nay lựa chọn cách thể hiện một số nội dung theo tinh thần của phương pháp tiên đề. Chẳng hạn, phần hình học phẳng và hình học không gian được trình bày theo tinh thần của hệ tiên đề Pogorelov. Thể hiện rõ nhất ở sách Toán 6,7 và hình học 11. Tuy nhiên, vì yêu cầu SP nên có những chỗ được các tác giả trình bày trực quan phù hợp với nhận thức của HS như: Các tiên đề được chuyển thành "Các tính chất thừa nhận".

Phần vectơ trong mặt phẳng – Hình học 10 được xây dựng chủ yếu bằng mô tả theo các bước: định nghĩa vectơ, hai vectơ cùng phương, bằng nhau, các phép toán tổng, hiệu 2 vectơ và nhân vectơ với một số, biểu thị một vectơ qua 2 vectơ không cùng phương, trục tọa độ, tọa độ, tích vô hướng.

Ta nhận thấy, cách xây dựng trên dựa trên đưa khái niệm vectơ trước sau đó mới xây dựng các phép toán và chứng minh các tính chất phép toán. Thực tế khái niệm vectơ, các phép toán và các tính chất của nó là nội dung của hệ tiên đề về không gian vectơ (Hệ tiên đề Weyl), một nội dung của HHCC. Như vậy, vectơ theo cách đề cập trong chương trình HHPT có thể xem là một ví dụ cụ thể cho vectơ xét ở bình diện tổng quát trong HHCC.

Một số nội dung ngầm ẩn khái niệm của hình học cao cấp

+ Phương của vectơ:

Định nghĩa: Hai vectơ cùng phương nếu có giá song song hoặc trùng nhau. (SGK Hình học 10, Đoàn Quỳnh tổng chủ biên)

Như vậy, khái niệm phương của vectơ được ngầm hiểu là phương của đường thẳng, một khái niệm trong HHCC. Chú ý rằng, theo HHCC, để định nghĩa phương ta phải dựa vào một quan hệ tương đương: Hai vectơ $\vec{x}, \vec{y}$ gọi là tương đương nếu $\vec{x} = k\vec{y}, k \in R$.

Quan hệ này là một quan hệ tương đương theo nghĩa có tính chất phản xạ, đối xứng, bắc cầu. Mỗi lớp tương đương theo quan hệ này gọi là một phương. Hai vectơ thuộc cùng một lớp gọi là cùng phương. Phương của đường thẳng thực chất là một lớp tương đương theo quan hệ đó nên theo chúng tôi những người viết SGK hiện hành đã chuyển một cách khá hợp lý khi quan niệm phương của vectơ là phương của đường thẳng .

+ Phép lấy tổng 2 vectơ được định nghĩa theo cách của SGK hiện hành (dựng vectơ bằng tổng của hai vectơ cho trước)về bản chất là một tiên đề của hệ tiên đề xây dựng không gian Afin(Hệ thức Salơ). Theo chúng tôi, các tác giả đã khôn khéo chọn cách thể hiện vừa phù hợp nhận thức của HS mà vẫn đảm bảo tính chính xác khoa học.

+ Trong HHPT, độ dài vectơ được hiểu là độ dài đoạn thẳng, xác định bởi điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó. Như vậy, độ dài được định nghĩa trước sau đó mới đến tích vô hướng. Còn trong HHCC, ngược lại, sau khi định nghĩa tích vô hướng mới định nghĩa độ dài(mô đun). Độ dài sẽ thay đổi nếu tích vô hướng thay đổi. Tuy nhiên cách trình bày này của các tác giả SGK phổ thông cũng dẫn đến một tích vô hướng và môđun của vectơ phù hợp với định nghĩa của HHCC.

+ Biểu thị một vectơ qua 2 vectơ không cùng phương: Thực chất trong mặt phẳng hay không gian afin 2 chiều, hệ 2 vectơ không cùng phương là một cơ sở của không gian vectơ liên kết với mặt phẳng đó và một vectơ luôn biểu thị một cách duy nhất qua cơ sở. Trong SGK phổ thông, các tác giả tuy có cách biểu đạt khác, nhưng vẫn đảm bảo được ý nghĩa này, vừa phù hợp với HS vừa đảm bảo tính khoa học.

+ Hệ trục tọa độ trong mặt phẳng hoặc không gian chính là một ví dụ cụ thể của mục tiêu trực chuẩn của không gian Euclide. Do đó, cách biểu đạt về tọađộ của vectơ, tọa độ của điểm phù hợp với khái niệm tọa độ của vectơ, điểm với mục tiêu Afin, trong HHCC.

Phần Phép biến hình (Hình học 11)

+ Định nghĩa phép biến hình tương tự với khái niệm ánh xạ trong TCC .

+ Định nghĩa phép dời hình tương tự với nội dung định lí về điều kiện tương đương, với định nghĩa phép đẳng cự trong HHCC.

+ Định nghĩa 2 hình bằng nhau phù hợp với định nghĩa của HHCC.

+ Định nghĩa phép đồng dạng và hình đồng dạng phù hợp với định nghĩa của HHCC.

+ Phần phép chiếu song song : Các tính chất của phép chiếu song song chính là những tính chất Afin vì phép chiếu song song từ mặt phẳng lên mặt phẳng là phép Afin. Trong phần này các tính chất được các tác giả đưa ra một cách trực quan, công nhận, không chứng minh. Phần các tính chất của phép chiếu song song chưa được đề cập đầy đủ, mà chỉ đề cập và ứng dụng một phần trong việc biểu diễn một hình trong không gian, chưa ứng dụng giải toán. Có nghĩa là mới sử dụng phép chiếu song song ở khía cạnh khái quát hóa mà chưa xét đặc biệt hóa.

+ Phép đối xứng qua đường thẳng trong mặt phẳng và đối xứng qua mặt phẳng trong không gian là trường hợp riêng của phép đối xứng qua siêu phẳng, là phép biến đổi cơ sở, tạo nên các phép biến đổi khác.

Phần Vectơ trong không gian (Hình học 11)

+ Điều kiện để 3 vectơ đồng phẳng, 1 vectơ trong không gian biểu diễn qua hệ 3 vectơ không đồng phẳng là vấn đề tọa độ của vectơ với một cơ sở.

+ Định nghĩa góc(giữa 2 đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa 2 mặt phẳng) phù hợp với định nghĩa góc (giữa 2 đường thẳng, giữa đường thẳng và siêu phẳng, giữa 2 siêu phẳng) trong HHCC.

+ Tính chất hai đường thẳng vuông góc là tính chất hai phẳng trực giao; đường thẳng vuông góc với mặt phẳng là tính chất hai phẳng bù trực giao. Các tính chất này được miêu tả, không chứng minh.

+ Vấn đề có hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng chéo nhau ngầm ẩn cách xác định phẳng trong không gian Afin nếu biết một điểm và cơ sở của không gian phương của nó.

Phần Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng và không gian

(Hình học 10 và Hình học 12)

+ Hệ trục tọa độ Đề các vuông góc, tọa độ của điểm, tọa độ của vectơ có liên quan đến khái niệm mục tiêu trực chuẩn trong không gian Euclide và tọa độ của điểm, vectơ với mục tiêu trực chuẩn theo tích vô hướng Euclide. Cách trình bày phần này có thể xem là tương đồng với cách trình bàyt rong HHCC, với trường hợp số chiều là 2 hoặc 3.

+ Phần phương trình mặt phẳng xuất phát từ vectơ pháp tuyến và tích vô hướng là cách trình bày mang tính trực quan,còn cách trình bày của HHCC là từ phương trình mới có vectơ pháp tuyến.

+ Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong mặt phẳng hay khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng trong không gian có thể xem là trường hợp riêng của khoảng cách từ một điểm đến một siêu phẳng với cách xây dựng thống nhất.

Phần đường bậc hai

+ Đường tròn, elip, hypecbol, parabol là một số đường bậc hai cụ thể trong mặt phẳng;mặt cầu, mặt tròn xoay, mặt trụ, nón là một số mặt bậc hai trong không gian. Có thể xem đường bậc hai hay mặt bậc hai lànhững trường hợp riêng của siêu mặt bậc hai trong không gian Afin, hay Euclide.

+ Các tính chất "giao của mặt phẳng và mặt nón là elip, hay hypecbol, hay parabol; giao của mặt trụ tròn xoay và mặt phẳng là elip" có thể xem là trường hợp riêng của tính chất tổng quát: "Giao của một siêu mặt bậc hai và siêu phẳng là siêu mặt bậc hai nằm trong siêu phẳng đó", trong HHCC.

1.5.2.2. Phân tích nội dung HHPT theo định hướng gắn kết với HHCC

A. Các đối tượng và quan hệ của HHPT có thể sử dụng làm phương tiện trực quan hình thành đối tượng, quan hệ của HHCC

Bất kỳ một loại hình học nào trong HHCC đều nghiên cứu ba nội dung chủ yếu là: không gian hình học, nhóm biến đổi hình học, hình hình học (là các hình trong không gian bất biến qua các phép biến đổi hình học). HHPT quan tâm chủ yếu đến hình hình học, các phép biến đổi được dạy chủ yếu phục vụ cho phần hình hình học, tức là quan tâm đến sự biến đổi của các hình hình học qua các phép biến đổi đó. HHCC nghiên cứu các đối tượng và quan hệ trong không gian n chiều. Trong khi đó HHPT nghiên cứu các đối tượng và quan hệ trong không gian Euclide 2 hoặc 3 chiều. HHCC và HHPT chỉ có điểm khác nhau ở khái niệm vuông góc của hai mặt phẳng. Vì vậy các đối tượng và quan hệ trong không gian 2 hoặc 3 chiều có thể coi là những hình ảnh cụ thể của các đối tượng và quan hệ trong không gian n chiều, trừu tượng và phức tạp. Dựa trên mối liên hệ này, để SV có thể hiểu được sâu sắc nội dung HHCC mới, GV có thể xuất phát từ một nội dung cụ thể trong HHPT rồi dùng khái quát, mở rộng số chiều dẫn đến nội dung tương ứng trong HHCC.

Ví dụ 1.5

- Muốn định nghĩa, xác định, xây dựng phương trình của m- phẳng trong không gian afin GV nên xuất phát từ định nghĩa, cách xác đinh, phương trình đường thẳng,mặt phẳng…

- Muốn định nghĩa phép biến đổi trong không gian n chiều như phép đẳng cự, đồng dạng, ta xuất phát từ các phép biến đổi cụ thể trong không gian 2, 3 chiều như phép đối xứng trục, phép quay quanh điểm, phép tịnh tiến….

B. Các đối tượng và quan hệ của HHPTđược sử dụng để phát triển thành đối tượng quan hệ mới nhờ sử dụng bất biến của các phép biến đổi

Bất biến của phép biến đổi là những tính chất không thay đổi qua phép biến đổi đó. Tức là, nếu tính chất a của hình H là bất biến đối với nhóm biến đổi S nếu a đúng trên mọi hình f(H), với mọi phép biến đổi f thuộc S.

Bất biến xạ ảnh gồm: số chiều phẳng, cắt nhau, chéo nhau của 2 phẳng, đường cong lớp hai, tỉ số kép.

Bất biến Afin gồm các bất biến xạ ảnh và tính chất song song của 2 phẳng, tỉ số đơn, siêu mặt bậc hai.

Bất biến đồng dạng là bất biến Afin và góc, trực giao.

Bất biến của phép dời là bất biến đồng dạng và khoảng cách.

Nếu biết sử dụng các bất biến một cách thích hợp SV có thể sáng tạo thêm nhiều bài toán mới từ một bài toán ban đầu.

Ví dụ 1.6. ***Xét bài toán***

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$;Gọi I là trung điểm của *AB,* J là trung điểm $C'D'$. Lấy điểm M thuộc AD, điểm N thuộc DB' sao cho AM = BN. Chứng minh rằng IJ vuông góc và cắt MN tại trung điểm của đoạn MN.

Nhận xét: Hình lập phương tương đương afin với hình hộp bất kì. Phép afin có các bất biến là: trung điểm, tỉ số đơn; các yếu tố lượng như vuông góc, khoảng cách không phải là bất biến afin. Dựa vào điều này ta có thể tổng quát hóa bài toán sang hình hộp bất kì. Cụ thể:

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$; Gọi I là trung điểm của AB, J là trung điểm $C'D'$. Lấy điểm M thuộc cạnh AD, điểm N thuộc cạnh BB' sao cho $\frac{AM}{AD}=\frac{BN}{BB'}$ = k. Chứng minh rằng IJ cắt MN tại trung điểm của đoạn MN.

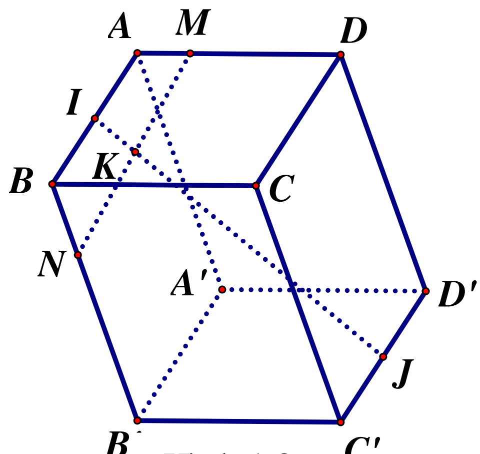
Lời giải

$$\overrightarrow{B'I} = \overrightarrow{B'B}+\frac{1}{2}\overrightarrow{B'A'};\overrightarrow{B'J} = \overrightarrow{B'C'}+\frac{1}{2}\overrightarrow{B'A'}$$
$$\overrightarrow{B'M} = (1\text{-}2k)\overrightarrow{B'B}+(1\text{-}2k)\overrightarrow{B'A'}\text{-}k\overrightarrow{B'C'};\overrightarrow{B'N} = (1\text{-}k)\overrightarrow{B'B}$$

K là trung điểm của đoạn MN nên:

$$\overrightarrow{B'K} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{B'M}+\overrightarrow{B'N})$$
$$= (1\text{-}\frac{3}{2}k)\overrightarrow{B'B}+(\frac{1}{2}\text{-}k)\overrightarrow{B'A'}\text{-}k\overrightarrow{B'C'}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 1\text{-}\frac{3}{2}k & \frac{1}{2}\text{-}k & \text{-}\frac{k}{2} \end{vmatrix} = 0.$$ Vậy K thuộc IJ.



Hình 1.2

C. Các đối tượng và quan hệ trong HHPT được sử dụng để phát triển đối tượng quan hệ mới thông qua hoạt động tương tự hóa theo cấu trúc

Có những đối tượng khác nhau trong HHPT nhưng khi đã nghiên cứu nội dung HHCC, ta thấy chúng có chung một cấu trúc. Chẳng hạn: đường thẳng là siêu phẳng trong mặt phẳng và mặt phẳng là siêu phẳng trong không gian , tam giác là 2- đơn hình, tứ diện là 3- đơn hình, hình bình hành và hình hộp là trường hợp riêng của m- hộp, đường tròn và mặt cầu là siêu cầu tương ứng trong mặt phẳng và không gian 3 chiều … Như vậy, nếu nắm được cấu trúc cơ bản của các đối tượng này, SV có thể sử dụng tương tự hóa từ bài toán hình học phẳng sang các bài toán trong không gian 3 chiều hay n chiều.

Ví dụ 1.7. Từ bài toán: "Trong tam giác 3 đường trung tuyến đồng quy tại trọng tâm của tam giác",có thể khái quát thành bài toán sau trong tứ diện : "Trong tứ diện, các đường thẳng, nối mỗi đỉnh và trọng tâm mặt đối diện, đồng quy tại trọng tâm tứ diện". Hay từ định lí Pitago trong tam giác vuông có thể khái quát thành định lí Pitago với tứ diện vuông, m- đơn hình vuông.

Ví dụ 1.8.

Xét bài toán 1: Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh. Khi đó tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC, tỉ số 1/2.

Nhận xét: Tam giác là 2- đơn hình, trung điểm của đoạn thẳng là trọng tâm của đoạn thẳng. Từ đó, ta có thể tổng quát bài toán như sau:

Bài toán 2 : Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các mặt bên của tứ diện. Chứng minh rằng tứ diện MNPQ đồng dạng với tứ diện ABCD, tỉ số 1/3.

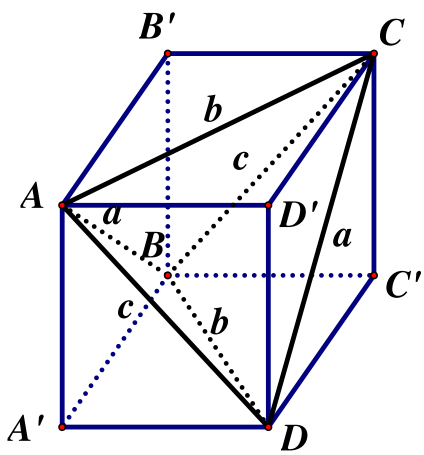
Bài toán 3: Cho m- đơn hình $S(P_0, P_1, ..., P_m)$; Gọi $Q_0, Q_1, \ldots, Q_m$ lần lượt là trọng tâm của $S_0, S_1, \ldots, S_m$ với S_i là (m-1)- đơn hình không chứa P_i. Chứng minh rằng $S(Q_0, Q_1, ..., Q_m)$ đồng dạng với đơn hình ban đầu, tỉ số 1/m.

Ví dụ 1.9.

Xét bài toán 1. Cho tứ diện đều ABCD; Gọi P, P' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AB, CD; Gọi Q, Q' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AC, BD ;Gọi R, R' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AD, BC;

Chứng minh rằng 6 mặt phẳng đó cắt nhau tạo thành một hình lập phương. **Lời giải** . Theo cách dựng, các mặt bên là các hình bình hành có các đường chéo bằng nhau nên là hình chữ nhật. Sử dụng định lí Pitago với các tam giác vuông AA'B và AAD, ta có AA'= A'D hay A'BC'D là hình vuông.

Tương tự với các mặt bên khác.



Nhận xét: Mọi hình hộp đều tương đương afin. Từ đó, ta có thể chuyển bài toán này sang các bài toán tương tự, tổng quát hơn.

Hình 1.3

Bài toán 2. Cho tứ diện gần đều ABCD; Gọi P, P' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AB, CD; Gọi Q, Q' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AC, BD ;Gọi R, R' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AD, BC; Chứng minh rằng 6 mặt phẳng đó cắt nhau tạo thành một hình hộp chữ nhật.

Bài toán 3. Cho tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc; Gọi P, P' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AB, CD; Gọi Q, Q' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AC, BD; Gọi R, R' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AD, BC; Chứng minh rằng 6 mặt phẳng đó cắt nhau tạo thành một hình hộp có các mặt bên là hình thoi.

Bài toán 4. Cho tứ diện ABCD; Gọi P, P' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AB, CD; Gọi Q, Q' là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AC, BD ;Gọi R, R’ là 2 mặt phẳng song song với nhau, lần lượt chứa AD, BC; Chứng minh 6 mặt phẳng đó cắt nhau tạo thành một hình hộp.

Ứng dụng.

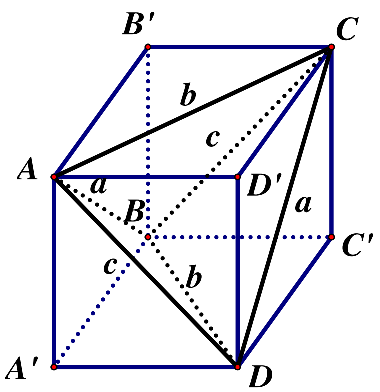
Bài toán 5. Cho tứ diện gần đều ABCD có AB = CD = a; AC = BD = b; AD = BC = c. Tính thể tích tứ diện.

Nhận xét: Nếu tính thể tích bằng cách thông thường, HS sẽ rất khó tìm được đường cao. Nhưng sử dụng ví dụ trên, bài toán trở nên đơn giản hơn nhiều.

Giải . Thể tích tứ diện bằng $\frac{1}{3}$ thể tích hình hộp chữ nhật AB’CD’.A’BC’D.

Gọi thể tích hình hộp chữ nhật AB’CD’.A’BC’D là V.

Sử dụng định lí Pitago với các tam giác A’AB;A’AD;A’BD, ta tìm ra cạnh của hình hộp chữ nhật.



Hình 1.4

Từ đó ta có

$$V = \sqrt{\frac{(a^2 - b^2 + c^2)(b^2 - c^2 + a^2)(c^2 - a^2 + b^2)}{8}}$$

Dựa trên nền tảng then chốt là sự hiểu biết về HHCC và HHPT trong mối quan hệ phụ thuộc lẫn nhau, để dạy tốt môn HHPT, SV cần rèn luyện khả năng gắn kết về nội dung cũng như phương pháp giữa hai bộ môn này. *Khả năng gắn kết giữa HHCC và HHPT* được hiểu là *khả năng khai thác nội dung, phương pháp nghiên cứu của HHCC trong dạy học HHPT và khả năng khai thác nội dung, phương pháp nghiên cứu của HHPT trong việc học tập*

HHCC của SV. Hiểu được sự gắn kết đó là điều kiện giúp SV tổ chức lớp học tốt, phát triển tư duy, nhận thức cho HS, thiết kế bài dạy phù hợp với HS...Từ đó làm tốt hơn nhiệm vụ dạy học hình học ở trường PT. Chúng tôi phân tích cụ thể tác dụng của sự gắn kết này đối với việc phát triển một số thành tố của NL dạy học HHPT đã nêu.

1.5.3. Năng lực tổ chức các hoạt động nhận thức trong dạy học hình học

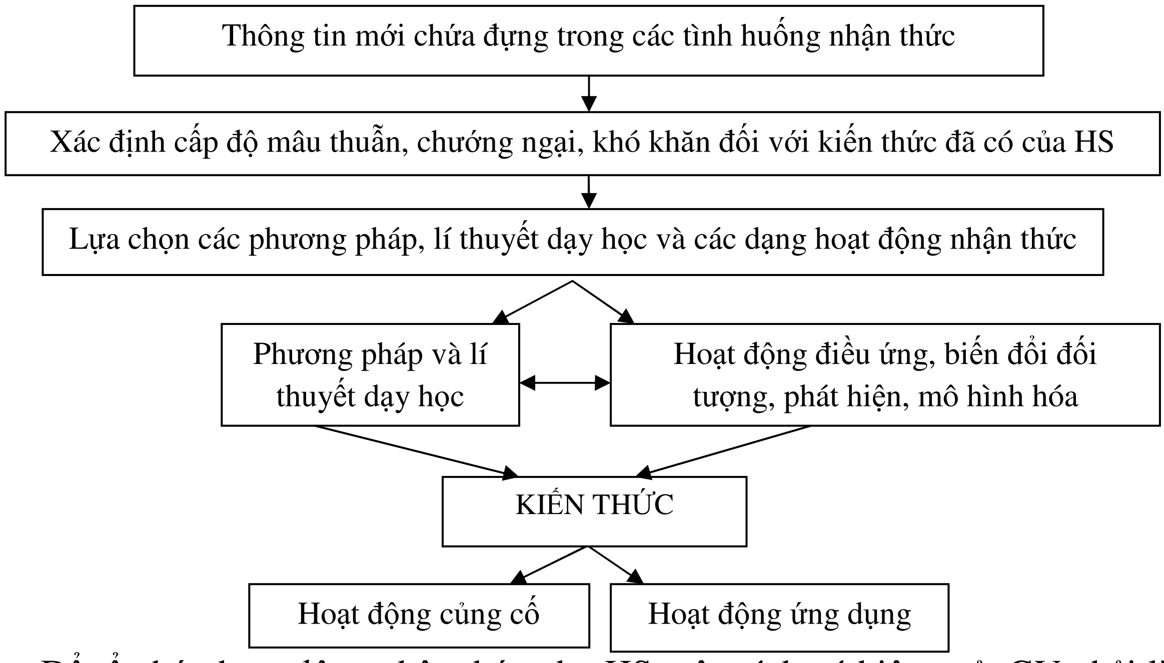
Theo [55, tr9], *Hoạt động nhận thức toán học* là "*quá trình tư duy dẫn tới lĩnh hội các tri thức toán học, nắm được ý nghĩa của các tri thức đó: xác định được mối liên hệ nhân quả và các mối quan hệ khác của các đối tượng toán học được nghiên cứu. Từ đó vận dụng được tri thức toán học vào giải quyết những vấn đề thực tiễn*".

Hoạt động nhận thức của học sinh PT thường có ba nhân tố cấu thành cơ bản: Tư duy, logic, suy luận. Tư duy điều khiển nhận thức toán học của HS bao gồm: tư duy toán học, tư duy biện chứng, tư duy phê phán, tư duy đối thoại…Những loại tư duy này thể hiện rõ qua quá trình dạy học tích cực, tìm tòi phát hiện kiến thức mới, dạy học theo lí thuyết tình huống…Các loại logic điều chỉnh hoạt động nhận thức là sự phối hợp của logic hình thức, logic biện chứng và logic toán. Trong toán học suy luận không đơn thuần là suy luận suy diễn mà còn là suy luận có lý, suy luận quy nạp, suy luận định lượng. Các loại suy luận nếu được kết hợp một cách phù hợp sẽ góp phần phát hiện và giải quyết vấn đề một cách đúng đắn.

NL tổ chức hoạt động nhận thức trong dạy học là tổ hợp các đặc điểm tâm lý của GV, chọn lọc các phương pháp hướng dẫn HS thực hiện các hành động nhận thức thông qua các hoạt động nhằm phát triển ở HS những phẩm chất trí tuệ và nhân cách .

Việc dạy học các tình huống điển hình có các yêu cầu khác nhau nhưng xét theo quan điểm tổ chức hoạt động nhận thức, có thể mô tả hoạt động dạy học theo sơ đồ sau:

Sơ đồ 1.3



Để tổ chức hoạt động nhận thức cho HS một cách có hiệu quả, GV phải làm tốt các khâu trong quy trình này. Như vậy, *Năng lực tổ chức hoạt động nhận thức* trong dạy học thể hiện qua một số kỹ năng:

- Kỹ năng đề xuất các tình huống tạo động cơ hoạt động, tạo nhu cầu tìm kiếm kiến thức mới của HS.

Đối với việc dạy học môn hình học ở trường PT, các tình huống tạo động cơ có thể xuất phát từ những hình ảnh trong thực tế như: tia nắng chiếu từ cửa sổ có thể gợi động cơ cho HS hình ảnh về phép chiếu song song, việc chụp ảnh hay hay vẽ truyền thần gợi ý về hình ảnh về các hình đồng dạng, từ những hình ảnh thực có thể trừu tượng hóa thành các hình hình học … hoặc từ nhu cầu nội tại của môn học, như: sự tương tự giữa các hình và các tính chất của các hình trong mặt phẳng và trong không gian…Việc tạo động cơ hoạt động của GV là yếu tố then chốt giúp HS hiểu được nguồn gốc, ý nghĩa của kiến thức toán, dẫn tới sự hứng thú trong việc tìm tòi tri thức mới. Hơn nữa còn dễ dàng ứng dụng kiến thức vào giải quyết các vấn đề thực tiễn.

- Kỹ năng phát hiện các chướng ngại, định hướng phương pháp giải quyết chướng ngại đó cho HS.

- Kỹ năng vận dụng PPDH phù hợp từng tình huống dạy học

Một số phương thức phát triển NL tổ chức hoạt động nhận thức thông qua dạy học HHCC cho SV Toán ĐHSP

Mục tiêu chủ yếu của việc phát triển hoạt động nhận thức trong dạy học toán là phát triển trí tuệ và nhân cách HS. Sự phát triển trí tuệ được hiểu là sự thay đổi về chất trong hoạt động nhận thức của HS. Phát triển trí tuệ là sự thống nhất giữa việc trang bị kiến thức và việc phát triển một cách tối đa phương thức phản ánh chúng. Hoạt động nhận thức trong hình học có sự khác biệt với hoạt động nhận thức trong các khoa học khác. Bởi vì, các đối tượng hình học tuy có nguồn gốc thực tiễn nhưng được trừu tượng hóa qua nhiều thang bậc khác nhau nên trong hoạt động nhận thức hình học cần giải quyết đúng đắn mâu thuẫn giữa trực quan và trừu tượng, giữa một mặt là hiện thực và mặt khác là tính chặt chẽ, logic. Vì vậy, GV toán cần có khả năng tổ chức hoạt động nhận thức của HS trong dạy học hình học sao cho đảm bảo sự thống nhất giữa các mặt đối lập, không quá lạm dụng trực quan, xác định đúng mức độ trực quan để HS nhận thức được cái trừu tượng, đảm bảo tính chặt chẽ logic của kiến thức và ngược lại, những kiến thức đó sẽ giúp cho trực quan chính xác hơn.

HHCC nghiên cứu những tính chất của không gian Afin, không gian Euclide n chiều. Trong khi đó, HHPT nghiên cứu những không gian này với số chiều là 1, 2 hoặc 3. Như vậy, các bài toán trong HHCC có thể coi là những bài toán tổng quát của những bài toán của HHPT. Từ một bài toán của HHCC có thể đặc biệt hóa thành một lớp các bài toán HHPT. Do đó, khi SV nắm vững một bài toán tổng quát của HHCC thì không những giải quyết được một hệ thống các bài toán riêng lẻ trong HHPT mà còn nhìn nhận toán PT sẽ theo cách hệ thống, rõ ràng hơn. Dựa trên những hiểu biết đó, SV có thể vận dụng hình thức phù hợp để dạy học các nội dung HHPT. Ngoài ra, phương pháp tổ chức dạy học HHCC cũng có thể là hình mẫu để SV có thể học tập, áp dụng trong thực tiễn giảng dạy sau này. Do đó, để bồi dưỡng cho SV SP Toán NL tổ chức hoạt động nhận thức, trong quá trình dạy học HHCC, giảng viên cần quan tâm:

(1) Sử dụng các đối tượng của HHPT như những tình huống gợi động cơ dẫn tới các đối tượng tương ứng trong HHCC.

Ví dụ 1.10. Khi giảng dạy nội dung: "Đơn hình trong không gian Afin", giảng viên có thể xuất phát từ định nghĩa, tính chất tam giác trong mặt phẳng rồi tổng quát hóa các tính chất đó theo mục đích bài giảng dẫn tới khái niệm và tính chất tương ứng của đơn hình.

Việc làm này không những giúp SV rèn luyện kỹ năng gợi động cơ trong dạy học hình học mà còn hiểu sâu kiến thức HHCC vốn trừu tượng.

(2) Sử dụng các công cụ của HHCC định hướng giải quyết vấn đề toán PT.

Như chúng ta đã biết, các vấn đề khó của HHPT thường do HS khi đó chưa được trang bị công cụ đủ mạnh để giải quyết. Những vấn đề đó lần lượt được tháo gỡ khi HS học lên lớp cao. Đặc biệt khi SV đã nghiên cứu HHCC, các công cụ của HHCC giúp các vấn đề của HHPT được giải quyết càng dễ dàng hơn. Ngoài ra, lời giải của HHCC còn gợi ý cho việc giải quyết vấn đề bằng công cụ của HHPT. Do đó, khi đứng trước một bài toán HHPT, SV có thể định hướng tìm lời giải bằng công cụ HHCC. Sau đó chuyển thành lời giải phù hợp với HHPT. Hoạt động này giúp SV rèn luyện kỹ năng định hướng giải quyết vấn đề trong các tình huống dạy học.

Ví dụ 1.11. "Tâm tỉ cự" là một khái niệm được học ở môn Hình học Afin. Đây là một khái niệm của HHCC có nhiều ứng dụng trong việc giải các bài toán HHPT.

Định nghĩa : Trong không gian Afin A^n cho họ điểm $P_1, P_2,..,P_k$ và k hệ số thực $\lambda_1, \lambda_2, .., \lambda_k$ sao cho $\sum_{i=1}^{k} \lambda_i \neq 0$.

Điểm G thuộc A^n được gọi là ***tâm tỉ cự*** của hệ điểm $P_1, P_2,.., P_k$ với họ hệ số

$\lambda_1, \lambda_2, .., \lambda_k$ nếu $\sum_{i=1}^{k} \lambda_i \overrightarrow{GP_i} = \vec{0}$. Kí hiệu $G = T_{tc}\begin{bmatrix} P_1 & P_2 & ... & P_k \\ \lambda_1 & \lambda_2 & ... & \lambda_k \end{bmatrix}$.

Nếu $\lambda_1 = \lambda_2 = .. = \lambda_k$ thì G gọi là ***trọng tâm*** của hệ P_1, P_2,..,P_k.

Khi đó $G = T_{tc}\begin{bmatrix} P_1 & P_2 & ... & P_k \\ 1 & 1 & ... & 1 \end{bmatrix}$.

Như vậy, có thể sử dụng kiến thức về tâm tỉ cự trong những bài toán liên quan đến tỉ số đơn, hệ thức vectơ .

Ta biết, nếu $G = T_{tc}\begin{bmatrix} P_1 & P_2 & ... & P_k \\ \lambda_1 & \lambda_2 & ... & \lambda_k \end{bmatrix}$, $G' = T_{tc}\begin{bmatrix} P_1 & P_2 & ... & P_m \\ \lambda_1 & \lambda_2 & ... & \lambda_m \end{bmatrix}$,(m<k)

$$G'' = T_{tc}\begin{bmatrix} P_{m+1} & P_{m+2} & ... & P_k \\ \lambda_{m+1} & \lambda_{m+2} & ... & \lambda_k \end{bmatrix}, \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \neq 0; \sum_{i=m+1}^{k} \lambda_i \neq 0.$$

Khi đó G là tâm tỉ cự của họ G', G'' với họ hệ số $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i$ và $\sum_{i=m+1}^{k} \lambda_i$.

Như vậy ta có thể xác định tâm tỉ cự của họ điểm lớn dựa trên các tâm tỉ cự của các hệ điểm nhỏ hơn. Ta có thể áp dụng tính chất này để giải một số bài toán sau đây:

Bài toán 1. Trong không gian cho 4 điểm A,B,C,D. Xét 7 đường thẳng, trong đó có 3 đường thẳng tương ứng nối các trung điểm của các đoạn thẳng AB và CD, AC và BD, AD và BC còn 4 đường thẳng tương ứng nối 1 điểm (trong 4 điểm A,B,C,D) với trọng tâm của tam giác tạo bởi 3 điểm còn lại. Chứng minh rằng các đường thẳng đó đồng qui.

Ta có thể dựa vào tính chất trên để đưa bài toán về dạng dựng trọng tâm của hệ 4 điểm A,B,C,D.

Cách 1: Chia hệ điểm trên thành 2 hệ con, mỗi hệ 2 điểm và không có điểm chung. Gỉa sử đó là các hệ {A,B} và {C,D}. Gọi I là trung điểm của AB, thì có ngay $I = T_{tc}\begin{bmatrix} A & B \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. Gọi J là trung điểm của CD, cũng có $J = T_{tc}\begin{bmatrix} C & D \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

Vậy nếu G là trọng tâm của hệ điểm thì $G = T_{tc}\begin{bmatrix} I & J \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = T_{tc}\begin{bmatrix} I & J \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ suy ra G là trung điểm của IJ. Tương tự chứng minh được G cũng là trung điểm của 2 đoạn thẳng còn lại.

Cách 2: Chia hệ điểm đã cho thành 2 hệ con, trong đó một hệ 1 điểm và một hệ 3 điểm; Giả sử đó là các hệ {A} và {B,C,D}. Nếu K là trọng tâm của tam giác BCD thì $G = T_{tc}\begin{bmatrix} A & K \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ hay G thuộc đường thẳng AK. Ta xét tương tự với các đường còn lại. Từ đó ta có điều phải chứng minh.

Nhận xét. Khi sinh viên nắm vững khái niệm tâm tỉ cự thì

- không những có thể giải bài toán đặt ra mà còn có thể chỉ rõ vị trí của điểm G trên từng đường thẳng.
- có thể khái quát bài toán này (với số điểm tùy ý).
- có thể xét bài toán với hệ 3 điểm không thẳng hàng, ta được kết quả quen thuộc: "Trọng tâm tam giác chia các đường trung tuyến theo tỉ lệ 1:2".
- có thể dễ dàng chuyển lời giải bài toán sang lời giải của HHPT bằng các tính chất của hình bình hành hay định lí Talet.

Như vậy bằng việc định hướng giải quyết vấn đề bài toán bằng HHCC và sử dụng công cụ của HHCC như một công cụ trung gian dẫn đến lời giải PT, SV rèn luyện NL giải toán cho bản thân, từ đó có phương pháp phù hợp hướng dẫn HS giải quyết vấn đề.

(3) *Thay đổi hình thức bài toán hình học PT dựa vào kiến thức của HHCC.*

Hoạt động này giúp SV rèn luyện tư duy toán học, tăng cường khả năng nhận dạng bài toán. Từ đó huy động kiến thức phù hợp giải quyết vấn đề bài toán.

(4) Xác định tri thức cội nguồn của tri thức cần tìm.

Ta đã biết, HHCC nghiên cứu các bất biến của các phép biến đổi. Về mặt nguyên tắc, bất biến của phép biến đổi nào thì có thể dùng các phép biến đổi đó để giải quyết. Ngoài ra còn có thể sử dụng các công cụ đặc trưng của môn hình học đó. Ví dụ, bất biến Afin có thể dùng tọa độ Afin, phép chiếu song song, bất biến đẳng cự có thể dùng tích vô hướng hay tam giác đồng dạng… Việc nhận dạng được bất biến cũng giúp SV định hướng tốt cách giải quyết vấn đề và vận dụng kiến thức HHCC vào dạy học ở trường PT.

Qua sự phân tích trên, ta có thể thấy, nếu có nhận thức sâu sắc các vấn đề về KHCB nói chung, HHCC nói riêng, cũng như được định hướng phương pháp vận dụng các kiến thức đó vào dạy học thì SV SP Toán có thể tìm ra con đường tốt nhất để hướng dẫn HS các hoạt động nhận thức trong dạy học Hình học ở trường PT.

1.5.4. Năng lực bồi dưỡng tư duy hình học cho học sinh

Yêu cầu phát triển tư duy cho HS là yêu cầu cơ bản cần có với mọi môn học. Theo [43, tr1051], tư duy là *giai đoạn cao của quá trình nhận thức, đi sâu vào bản chất và phát hiện ra tính quy luật của sự vật bằng những hình thức như biểu tượng, khái niệm, phán đoán và suy lý.*

Quá trình tư duy được diễn ra bằng cách chủ thể tiến hành các thao tác trí tuệ (thao tác là hoạt động theo trình tự và yêu cầu kĩ thuật nhất định), cơ bản bao gồm: Phân tích, tổng hợp; so sánh, tương tự; khái quát hóa, đặc biệt hóa; trừu tượng hóa. Theo [88] thì người có tư duy tốt là người vận dụng các cứ liệu một cách khéo léo và công tâm; các ý kiến được tổ chức nhất quán và logic.

Cũng theo tác giả, những lí do để chúng ta phải rèn luyện HS thành những người biết tư duy tốt là:

- Thứ nhất, HS phải được trang bị đủ kiến thức để thi đua giành các cơ hội trong học tập, việc làm, được thừa nhận trong thế giới ngày nay. Nói đúng hơn là người học sẽ có điều kiện tốt hơn để thành công. Chính câu trả lời có tính thực dụng này đòi hỏi việc dạy tư duy phải được cải thiện tốt hơn.

- Thứ hai, tư duy tốt sẽ là điều kiện tiên quyết giúp HS trở thành những công dân tốt. Khả năng tư duy có phê phán của công dân giúp họ tạo nên những quyết định thông minh đối với những vấn đề của xã hội. Việc dân chủ bàn bạc để giải quyết mọi vấn đề xã hội yêu cầu mỗi thành viên có trách nhiệm và ý thức sâu sắc để tìm ra các giải pháp thích hợp.

- Thứ ba, nếu có khả năng tư duy tốt, người ta sẽ luôn điều chỉnh để có trạng thái tâm lí tốt. Trạng thái tâm lí tốt giúp người ta có được thái độ tích cực đối với cuộc sống, nhiệt tình, thiện cảm với người khác. Khi có bất đồng, người biết suy nghĩ sẽ cảm thấy đau khổ hơn, từ đó có tinh thần khắc phục những xung đột bằng mọi giá.

- Thứ tư, chúng ta luôn mong muốn HS trở thành những người có đầu óc tư duy tốt vì lí do tồn tại. Cuộc sống của chúng ta luôn đối mặt với quá nhiều những vấn đề phức tạp, thách thức khả năng của chúng ta. Trở ngại chủ yếu làm hạn chế sự tiến bộ lại chính là thái độ phi lí của con người. Con người đủ thông minh để tồn tại và cũng đủ thông minh để hủy diệt, vì vậy cần có bộ óc tỉnh táo hơn.

Như vậy, tư duy tốt là phẩm chất quan trọng của con người hiện đại. Vì vậy, nhiệm vụ của dạy học trong nhà trường PT là dạy cho HS cách tư duy.

Theo nghiên cứu của Hoffer(1981), tư duy hình học là một NL mà người giáo viên cần hình thành cho HS trong quá trình dạy học hình học. Ông đưa ra 5 nhóm NL cần thiết của tư duy hình học:

i) NL về thị giác, hình ảnh: Nhận biết, quan sát về đặc điểm các hình hình học, đọc hiểu bản đồ, nhận biết hình từ các vị trí khác nhau.

ii) NL ngôn ngữ: Sử dụng đúng thuật ngữ và ngôn ngữ chính xác trong miêu tả đối tượng, quan hệ không gian.

iii) NL tạo hình: NL tạo ra các biểu tượng không gian hai chiều hay ba chiều, vẽ hình đồng dạng, vẽ hình đối xứng.

iv) NL tư duy logic: Phân loại, nhận biết tiêu chuẩn để phân loại, tạo ra và kiểm tra các giả thuyết, suy luận, chứng minh.

v) NL vận dụng: NL vận dụng các kiến thức hình học vào trong thực tiễn, giải quyết các vấn đề thực tiễn bằng hình học.

Trong đó NL tư duy logic và NL vận dụng đóng vai trò quan trọng nhất, quyết định HS có tư duy hình học hay không[73, tr8].

Cũng theo[73], có thể có các cấp độ về tư duy hình học như sau:

Cấp độ 1(Cấp độ hình ảnh): HS nhận thức không gian bằng hình ảnh của chúng, dựa vào dấu hiệu nổi bật đường bao của hình.

Cấp độ 2(Cấp độ phân tích): HS nhận thức được các tính chất của các hình hình học , là cơ sở để phân tách lớp các hình hình học.

Cấp độ 3(Cấp độ quan hệ) : HS có thể đưa ra các phán đoán đúng về mối quan hệ giữa các hình hình học. Bằng tri giác có thể nhận biết, tuy nhiên còn chưa hiểu logic của bài chứng minh hình học.

Cấp độ 4(Cấp độ suy luận): HS có thể xác định tính chính xác của một mệnh đề về mối quan hệ giữa các hình và các mệnh đề đảo, phản đảo, phản…có thể chỉ ra mối quan hệ giữa tiên đề, định nghĩa, định lý, hệ quả.

Cấp độ 5(Cấp độ hình học trừu tượng): HS nhận thức được tiên đề hình học đóng vai trò quyết định trong việc hình thành môn hình học. HS nhận thức được các khái niệm về tính phi mâu thuẫn, tính đầy đủ, tính độc lập của một hệ tiên đề. HS hiểu được các dạng hình học khác nhau. Cấp độ này thường chỉ đạt được ở SV chuyên ngành toán học. HSPT thường ở cấp độ 2,3,4.

Qua phân tích trên, để có thể bồi dưỡng tư duy hình học cho HS, theo chúng tôi, SV SP Toán cần chuẩn bị kiến thức và kỹ năng sau:

- Bồi dưỡng, rèn luyện tư duy hình học của bản thân.
- Hiểu biết về tư duy của HS, cấp độ tư duy hình học hiện có và cấp độ

tư duy hình học mà HS cần đạt được trong mỗi giai đoạn học tập.

- Kỹ năng đưa ra tình huống giúp HS phát triển trí tưởng tượng không gian, tri giác không gian; giúp HS thực hiện các thao tác tư duy: so sánh, phân tích, tổng hợp...
- Kỹ năng phân tích sai lầm, ngộ nhận của HS trong quá trình giải toán.
- Kỹ năng phân loại bài toán, nhận biết các dấu hiệu đặc trưng của các hình hình học và định hướng phương pháp giải quyết vấn đề…

Một số phương thức chuẩn bị năng lực bồi dưỡng tư duy hình học cho SV Toán ĐHSP trong quá trình dạy học HHCC:

- Giảng viên cần tạo ra các tình huống chứa đựng mâu thuẫn, khó khăn, sai lầm… trên cơ sở khai thác giáo trình cũng như thực tiễn.

Chẳng hạn khi SV được học khái niệm hai phẳng trực giao. Để không nhầm lẫn giữa khái niệm trực giao và khái niệm vuông góc trong mặt phẳng và trong không gian 3 chiều, giảng viên có thể xét các trường hợp cụ thể: hai đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc… để so sánh khái niệm vuông góc và trực giao giữa hai phẳng. Từ đó phân biệt khái niệm, chính xác hóa kiến thức.

- Giảng viên cần tạo điều kiện cho SV tự học, tự tìm tòi, phát hiện tri thức mới, tìm hiểu sâu, lật ngược vấn đề … để có thể nắm vững vấn đề.
- Giảng viên cần tạo điều kiện cho SV nghiên cứu các trường hợp riêng. Dựa vào một khái niệm tổng quát, phân loại các hình hình học theo các lớp, nghiên cứu tính chất chung của các lớp hình; Từ tính chất một hình cụ thể, thông qua các hoạt động dự đoán, đặc biệt hóa, tương tự hóa, huy động kiến thức giải quyết vấn đề …

Từ đó dần dần các thao tác tư duy của SV trở nên thành thạo và trở thành một thói quen khi đứng trước một vấn đề mới. Chỉ có như vậy, sau khi ra trường, SV mới biết cách tiếp cận, truyền đạt kinh nghiệm bản thân, giúp HS biết tự học, tự tìm tòi các kiến thức, biết cách tư duy không chỉ với toán học mà còn với các tình huống khác trong thực tế. Bồi dưỡng tư duy là phát triển nhân cách con người. Các loại tư duy không tách rời nhau mà có sự thống nhất tương trợ nhau trong quá trình nhận thức của mỗi người. Nếu ta biết phối hợp các loại hình tư duy một cách hợp lý thì ngoài mục đich truyền thụ tri thức, GV còn có thể rèn luyện trí thông minh, sáng tạo phát hiện vấn đề cho HS.

1.5.5. Năng lực chuyển hóa sư phạm

Theo[57], một trong những yếu tố lý thuyết cơ bản của didactic toán là chuyển hoá sư phạm. Lý thuyết này đề cập đến vấn đề chuyển hoá các đối tượng tri thức bác học (Savoir Savant) thành đối tượng tri thức được giảng dạy. Các giai đoạn chủ yếu của quá trình chuyển hoá sư phạm được thể hiện qua sơ đồ 1.4:

Tri thức bác học *(Thể chế tạo tri thức)*	→	Tri thức cần dạy *(Thể chế chuyển tri thức)*	→	Tri thức được dạy *(Thể chế dạy học)*

Việc chuyển hóa SP từ tri thức khoa học sang tri thức giáo khoa và tri thức chương trình thông thường được hiểu là sự tinh giản nội dung dạy học, nhằm làm đơn giản hoá về khối lượng và mức độ khó của một nội dung dạy học để phù hợp với khả năng nhận thức của người học.

Có 2 loại tinh giản:

- Tinh giản theo chiều rộng: Là sự đơn giản hoá nội dung khoa học trừu tượng sang trình bày cụ thể nhưng vẫn giữ được phạm vi hiệu lực của tri thức.
- Tinh giản theo chiều sâu: Là sự đơn giản hoá tri thức khoa học trừu tượng thành tri thức cơ sở phổ thông dễ tiếp thu hơn.

Quá trình chuyển hoá này tạo ra sự khác biệt giữa tri thức cần dạy và tri thức được dạy so với tri thức bác học(trên thực tế thường các tác giả SGK có vận dụng ý này). Nghiên cứu khoa học luận về tri thức cần dạy sẽ cho phép làm rõ sự khác biệt này và do đó làm rõ đặc trưng của tri thức cần dạy so với tri thức bác học. Nó giúp chúng ta có cái nhìn không hoàn toàn bị bó hẹp trong hệ thống dạy học hay bó hẹp trong phạm vi chương trình SGK. Đối với SV SP khi nghiên cứu HHCC, thông thường có thể thực hiện việc chuyển hóa sư phạm theo hướng này. Không gian hình học dược nghiên cứu trong HHPT có thể coi là trường hợp riêng của các không gian được nghiên cứu trong các phân môn của HHCC. Do đó, từ một bài toán của HHCC do đó có thể đặc biệt hóa trở thành những bài toán HHPT tương ứng trong trường hợp hạn chế số chiều. Chẳng hạn, khi học khái niệm và tính chất siêu cầu trong không gian Euclide n chiều, SV có thể đặc biệt hóa thành khái niệm và tính chất của đường tròn trong mặt phẳng hay mặt cầu trong không gian 3 chiều.

Mặt khác nhờ những hiểu biết về HHCC, SV có khả năng nhìn nhận chương trình SGK PT một cách khoa học, có thể nắm vững kiến thức vì lí do SP mà SGK không làm rõ. Từ việc hiểu cội nguồn của vấn đề, SV sẽ có PPDH phù hợp với trình độ HS mà vẫn đảm bảo tính chính xác của kiến thức.

Trong nghiên cứu này, theo chúng tôi, cần có một sự chuyển hóa SP theo hướng: Từ tri thức của toán PT thành tri thức của TCC, cụ thể ở đây là từ tri thức của HHPT thành tri thức của HHCC. Trong quá trình dạy học HHCC ở bậc ĐH, GV có thể hướng dẫn SV sử dụng các nội dung của HHPT mà SV đã được tìm hiểu kỹ như những hình ảnh trực quan, gợi động cơ cho các nội dung tương ứng trong HHCC. Thông qua các hình ảnh cụ thể đó, bằng các thao tác tư duy như khái quát hóa, tương tự hóa.. chuyển thành các kiến thức của HHCC. Theo chúng tôi, đó cũng là sự chuyển hóa SP từ cấp độ thấp đến cấp độ cao hơn. Như vậy, *NL chuyển hóa SP* từ tri thức khoa học của toán cao cấp nói chung, của HHCC nói riêng, sang tri thức phương pháp và tri thức truyền thụ, hay tri thức giáo khoa, và ngược lại, được đặc trưng bởi một số đặc điểm sau:

- Kiến thức TCC để có thể hợp nhất các sự kiện riêng lẻ thành cái tổng thể, khái quát.
- Kỹ năng định hướng giải quyết vấn đề nhờ kiến thức toán cao cấp.

- Kỹ năng khái quát hóa, tương tự hóa các bài toán từ toán PT sang toán cao cấp và đặc biệt hóa các bài toán từ toán cao cấp sang toán PT…

Một số phương thức có thể rèn luyện NL chuyển hoá sư phạm cho SV SP Toán trong quá trình dạy học HHCC:

- Khai thác cách giải bài toán PT nhờ sử dụng kiến thức toán cao cấp, toán hiện đại, sau đó chuyển sang cách giải PT.
- Sử dụng các bất biến của các ánh xạ để định hướng đúng và huy động đúng kiến thức để giải các bài toán đặt ra.
- Sử dụng mô hình toán cao cấp, toán hiện đại về một đối tượng, quan hệ toán học và tìm cách diễn đạt chúng theo ngôn ngữ phổ thông để tập dượt cho SV phát hiện bài toán mới.
- Sử dụng tương tự theo cấu trúc để mở rộng bài toán từ mặt phẳng sang không gian hoặc chuyển hoá các bài toán không gian thành bài toán phẳng.
- Sử dụng các đối tượng của HHPT như những hình ảnh cụ thể kiến tạo nên các đối tượng tương ứng của HHCC.

Những phương thức này chúng tôi trình bày rõ thêm ở Chương 2, phần 2.2.4.

1.5.6. Năng lực tiếp cận phát hiện trong dạy học hình học

Theo [55, tr29], *hoạt động phát hiện trong dạy học toán ở trường PT là hoạt động trí tuệ của HS được điều chỉnh bởi nền tảng tri thức đã tích lũy thông qua các hoạt động khảo sát, tương tác với các tình huống để phát hiện tri thức mới.*

Theo [43,tr1020], "*tiếp cận*" là " *từng bước, bằng những phương pháp nhất định, tìm hiểu một đối tượng nghiên cứu nào đó*" .

Như vậy, có thể hiểu *Năng lực tiếp cận phát hiện trong dạy học toán* là tổng hợp các đặc điểm, thuộc tính tâm lý của GV toán phù hợp với yêu cầu hướng dẫn HS tiếp cận hoạt động phát hiện tri thức mới.

Như chúng ta đã biết, việc dạy học hình học ở trường PT giúp HS nắm được: Các quan hệ hình học và một số hình thông dụng; phép dời hình và phép đồng dạng trong mặt phẳng; vectơ và tọa độ; Đại lượng và đo đại lượng; biết cách suy luận và chứng minh, các phương pháp giải các bài toán, các thao tác tư duy cơ bản, phát triển trí tưởng tượng không gian và ứng dụng kiến thức vào thực tiễn. Như vậy, ta có thể thấy, nội dung HHPT chủ yếu nằm trong phần hình học thời kỳ cổ đại và trung đại. Các khái niệm, định lý hình học thời kỳ này thường xuất phát từ yêu cầu thực tế như đo đạc, tính toán…hoặc từ trực quan, thông qua trừu tượng hóa và được chứng minh bằng suy luận logic. Do đó khi hướng dẫn HS tiếp cận với những kiến thức hình học mới, GV cần quan tâm sử dụng trực quan một cách hợp lý, giải quyết những mâu thuẫn giữa trực quan và tư duy trừu tượng để phát triển trí tưởng tượng không gian của HS bên cạnh việc sử dụng những phương pháp dạy học chung khác. Như vậy theo chúng tôi, một số thành tố của NL tiếp cận phát hiện trong dạy học hình học là:

- Kỹ năng vận dụng các tư tưởng của Lí luận dạy học hiện đại vào dạy học các mạch kiến thức của HHPT.
- Kỹ năng sử dụng những kỹ thuật đặc trưng của hình học để hình thành, củng cố khái niệm, định lý và khai thác vận dụng chúng vào thực tiễn.
- Hiểu biết về lịch sử hình thành khái niệm, định lý hình học, vị trí vai trò của khái niệm, định lý đó trong hệ thống kiến thức Toán.
- Hiểu biết về HHPT trên quan điểm của HHCC về không gian cũng như các phép biến đổi.
- Kỹ năng vận dụng các hiểu biết về HHCC giải quyết các vấn đề HHPT và định hướng cách giải HHPT…

Các phương thức bồi dưỡng năng lực tiếp cận phát hiện trong dạy học hình học thông qua dạy học HHCC:

Theo [28], các tình huống điển hình thường gặp trong quá trình dạy học của giáo viên là: dạy học khái niệm mới, dạy học định lý, dạy học quy tắc, phương pháp và dạy học giải bài tập toán. Mỗi tình huống lại có cách tiếp cận theo các con đường khác nhau. Mỗi con đường có thế mạnh riêng, phù hợp với những tình huống dạy học cụ thể. Trong quá trình dạy học, GV cần xác định được từng tình huống để có phương pháp hướng dẫn HS tiếp cận kiến thức một cách hợp lý. Con đường tiếp cận phát hiện trong hình học được thực hiện theo các bước: Trực quan – Trí tưởng tượng – Logic.

- Đối với dạy học khái niệm: Việc hình thành cho HS một hệ thống khái niệm là tiền đề quan trọng để HS vận dụng các kiến thức đã học. Quá trình hình thành khái niệm có tác dụng lớn đến việc phát triển trí tuệ và hình thành thế giới quan cho HS. Do đó, để rèn luyện cho SV các cách tiếp cận khái niệm, trong quá trình dạy học HHCC, giảng viên có thể quan tâm vận dụng một số phương thức:

+ *Hướng dẫn cho SV bắt đầu từ những trường hợp riêng cụ thể rồi khái quát hóa lên thành những khái niệm của HHCC .*

Ví dụ 1.12. Khi giảng dạy về trọng tâm của hệ điểm, giảng viên có thể xuất phát từ khái niệm: trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác, nhận xét và dẫn tới khái niệm cần định nghĩa.

+ *Hướng dẫn cho SV lấy những ví dụ cụ thể trong thực tiễn hoặc trong HHPT để minh họa cho khái niệm khá trừu tượng của HHCC.*

- Đối với dạy học định lý:

Các định lý cùng với khái niệm toán học tạo thành nội dung cơ bản của môn toán, làm nền tảng cho việc hình thành kỹ năng bộ môn, đặc biệt là khả năng suy luận và chứng minh của HS. Có 2 con đường tiếp cận định lý: Con đường suy đoán và con đường suy diễn. Cũng theo Lịch sử hình học, các định lý như: định lý Pitago, định lý về tổng các góc trong một tam giác, tính cực trị của đường tròn và mặt cầu….đều được phát hiện nhờ quan sát, thực nghiệm, sau đó mới dùng suy diễn để chứng minh.

Để rèn luyện khả năng hướng dẫn HS tiếp cận định lý cho SV, trong dạy học HHCC, giảng viên cần quan tâm rèn luyện cho SV cả hai con đường trên bằng cách khai thác các mâu thuẫn nảy sinh trong quá trình dạy học, sử dụng quy nạp không hoàn toàn, suy luận có lý… để phát hiện định lý.

Ví dụ 1.13. Khi dạy học về vị trí tương đối giữa một siêu phẳng và một m-phẳng trong không gian afin, giảng viên có thể dựa trên định lý về vị trí tương đối của hai phẳng bất kỳ. Giữa hai phẳng có thể có 3 vị trí tương đối: cắt nhau, song song, chéo nhau. Sau đó, cho SV xét vị trí tương đối giữa một đường thẳng và một mặt phẳng trong không gian. Ở đây, mặt phẳng đóng vai trò là một siêu phẳng, sinh viên nhận ra giữa một đường thẳng và một mặt phẳng không xảy ra trường hợp chéo nhau. Từ đó, SV có thể suy đoán về vị trí tương đối giữa một siêu phẳng và một m- phẳng bất kỳ chỉ có 2 trường hợp: Cắt nhau hoặc song song.

- Đối với dạy học quy tắc, phương pháp: TCC nói chung, HHCC nói riêng rất có thế mạnh trong việc hình thành quy tắc, phương pháp cho SV. Vì chúng nghiên cứu các bài toán tổng quát trong không gian n chiều nên mỗi tính chất hay lời giải đều là tính chất hay lời giải chung cho một lớp các bài toán cụ thể trong mặt phẳng và trong không gian 3 chiều, nên có thể coi là phương pháp chung để giải các bài toán đó.

Ví dụ 1.14. Chứng minh rằng, trong một tứ diện đều ABCD, đường thẳng đi qua hai điểm, tương ứng là trung điểm của các cặp cạnh đối diện, là đường vuông góc chung của hai đường thẳng, tương ứng chứa hai cặp cạnh đó.

Bài toán này là trường hợp riêng của bài toán: Trong không gian afin cho m - đơn hình S(P_0,P_1,..,P_m), đường thẳng nối trọng tâm của S((P_0, P_1,.., P_k) và trọng tâm của S(P_{k+1}, P_{k+2},.., P_n) là đường vuông góc chung của các phẳng nhỏ nhất chứa 2 đơn hình đó. Áp dụng cách giải tổng quát có thể tìm được lời giải cho trường hợp này.

Như vậy, thông qua dạy học HHCC một cách phù hợp, GV giúp SV SP Toán các kỹ năng cần thiết để bước đầu làm quen với việc hướng dẫn HS hoạt động phát hiện các kiến thức mới trong các tình huống dạy học cụ thể.

1.5.7. Năng lực gắn kết toán học với thực tiễn

Theo[20, tr8-9] thì một trong những yêu cầu của nền giáo dục ĐH là: *"Các trường ĐH phải là một trung tâm tham gia giải quyết những vấn đề khoa học của địa phương, dân tộc, khu vực và trên thế giới"* và *"các trường ĐH phải luôn luôn thích ứng được với nhịp sống hiện đại, luôn phù hợp với đặc điểm, yêu cầu của mỗi quốc gia và phù hợp với xu thế phát triển chung của thời đại"*. Trong thời đại ngày nay, cuộc cách mạng xã hội, cách mạng khoa học - công nghệ đang ảnh hưởng một cách toàn diện, sâu sắc tới mọi lĩnh vực đời sống, xã hội nước ta và có những tác động tới mục tiêu giáo dục, đào tạo đội ngũ nhân lực có trình độ ĐH, điều này được thể hiện rõ trong mục tiêu, yêu cầu về nội dung, phương pháp giáo dục ĐH của Luật Giáo dục: *"Mục tiêu của giáo dục ĐH là đào tạo người học có phẩm chất chính trị, đạo đức, có ý thức phục vụ nhân dân, có kiến thức và năng lực thực hành nghề nghiệp tương xứng với trình độ đào tạo, có sức khoẻ, đáp ứng yêu cầu xây dựng và bảo vệ Tổ quốc"*(Luật Giáo dục 2005, chương II, mục 3, điều 40); "*Đào tạo trình độ ĐH phải bảo đảm cho SV có những kiến thức KHCB và kiến thức chuyên môn tương đối hoàn chỉnh; có phương pháp làm việc khoa học; có năng lực vận dụng lý thuyết vào công tác chuyên môn…Phương pháp đào tạo trình độ cao đẳng, trình độ ĐH phải coi trọng việc bồi dưỡng ý thức tự giác trong học tập, năng lực tự học, tự nghiên cứu, phát triển tư duy sáng tạo, rèn luyện kĩ năng thực hành, tạo điều kiện cho người học tham gia nghiên cứu, thực nghiệm, ứng dụng."* (Luật Giáo dục 2005, chương II, mục 3, điều 40). Nghị quyết 29 của Hội nghị trung ương 8, khóa XI về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo đã chỉ rõ : *'Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo hướng hiện đại; phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và vận dụng kiến thức, kỹ năng của người học;'*.

Rõ ràng là để đáp ứng mục tiêu giáo dục ĐH thì trong quy trình đào tạo của nhà trường ĐH cần phản ánh đậm nét xu thế phát triển và ứng dụng của các lĩnh vực khoa học và công nghệ vào trong thực tiễn. Giáo dục đại học phải đạt được hai mục tiêu là mục tiêu lý luận và mục tiêu thực tiễn. Tức là, SV ĐH không những được trang bị kiến thức khoa học một cách có hệ thống mà còn phải là những con người có NL thực hành, áp dụng các kiến thức đã học được vào thực tiễn. Đối với SV SP Toán, thực tiễn phải được hiểu rộng hơn là thực tiễn cuộc sống và thực tiễn nghề nghiệp sau này.

Hiện nay, theo sự đa dạng của các chuyên ngành được đào tạo, do vai trò công cụ của toán học đối với các khoa học khác nên nhiều chuyên ngành đào tạo ở ĐH có môn Toán trong chương trình học. Có thể phân loại ra ba dạng chủ yếu về toán ở ĐH: toán học cho các chuyên ngành kỹ thuật; toán học cho các chuyên ngành kinh tế; toán học cho những người sẽ đi dạy toán hoặc nghiên cứu toán chuyên nghiệp. Ở trường ĐHSP, các môn Toán được dạy học cho SV Toán thuộc dạng toán học thứ 3. Theo [67, tr.571], dạy và học toán ở ĐH là *"dạy và học kiến thức toán cùng với văn hoá toán học"*. Theo tác giả, điều nói trên đây đúng cả với giáo dục toán học ở phổ thông nhưng với giáo dục toán ở ĐH thì văn hoá toán học càng có điều kiện hơn để thấm sâu, toả rộng vào lao động dạy và học toán nói riêng, dạy và học nói chung (kể cả phi toán). Hơn nữa, người GV toán không chỉ có nhiệm vụ truyền kiến thức toán cho HS, SV mà còn phải luyện cho họ tư duy sáng tạo, giáo dục cho họ nhân sinh quan, thế giới quan, phương pháp luận và nhiều đức tính khác cần thiết cho cuộc sống, đảm bảo cho đội ngũ trí thức tương lai *có tri thức và có tay nghề, có năng lực thực hành, năng động và sáng tạo, có khả năng thích ứng với những thay đổi nghề nghiệp trong nền kinh tế hàng hóa, có bản lĩnh tự tạo được việc làm, có ý thức thực hiện nghĩa vụ công dân* [75]. Để góp phần thực hiện điều này, việc dạy học Toán ở trường ĐH cần đảm bảo cho người học tiếp cận toán học trên cả hai phương diện: toán học với cấu trúc lôgíc và toán học với cách nhận thức hiện thực. Ngoài ra, tăng cường mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn trong dạy học góp phần tích cực hoá hoạt động học tập và khai thác tiềm năng sáng tạo của SV bởi vì ngoài việc tiếp thu một cách khoa học các tri thức toán học, vấn đề khai thác mặt ứng dụng thực tiễn của toán học đòi hỏi người học thực hiện những khám phá mới. Do đó, tự thân vấn đề đặt ra yêu cầu cao hơn về tính tích cực hoạt động và sáng tạo trong học toán của người học để thực hiện mục tiêu học tập [63, tr37-38].

Trong nghiên cứu này, theo chúng tôi, *NL gắn kết toán học với thực tiễn* được hiểu là những đặc điểm tâm lý cá nhân đáp ứng yêu cầu sử dụng tư duy toán học, những công cụ toán học thích hợp để tác động, nghiên cứu, biến đổi, sắp xếp khách thể trong thực tiễn nhằm một mục đích đã đề ra.

Như vậy, NL gắn kết toán học với thực tiễn của SV SP Toán thể hiện qua một số thành tố sau:

- Kỹ năng mô hình hóa các tình huống thực tiễn, tức là kỹ năng SV vận dụng những hiểu biết của mình để chuyển một tình huống thực tiễn về dạng toán học.
- Hiểu biết về nguồn gốc thực tiễn của tri thức toán học.
- Hiểu biết về phạm vi ứng dụng của các kiến thức toán học cụ thể vào thực tiễn.
- Kỹ năng sử dụng tư duy toán học, những công cụ toán học thích hợp để giải quyết các vấn đề nảy sinh trong thực tiễn đời sống.
- Kỹ năng sử dụng tư duy TCC để nhìn nhận chương trình toán PT.
- Kỹ năng sử dụng các công cụ TCC quyết các vấn đề của toán PT.

Một số phương thức rèn luyện cho sinh viên SP Toán NL gắn kết toán học với thực tiễn:

Từ sự phân tích ở trên, để rèn luyện cho SV SP Toán NL gắn kết toán học với thực tiễn, trường ĐH cần chú trọng trang bị song song với kiến thức KHCB một số kiến thức phụ trợ, như: Bồi dưỡng cho SV tư duy biện chứng; Tập dượt mô hình hóa toán học một số tình huống thực tiễn gắn với kiến thức

toán được học; Tìm hiểu nguồn gốc phát sinh phát triển của kiến thức, lịch sử toán học; Mở rộng phạm vi áp dụng kiến thức toán học vào thực tiễn….
Chi tiết về vấn đề này chúng tôi sẽ làm rõ thêm ở Chương 2, phần 2.2.5.

Trên đây chúng tôi đã đề xuất 7 thành tố của NL dạy học hình học mà theo chúng tôi có thể chuẩn bị cho SV SP Toán thông qua dạy học HHCC ở ĐHSP. Sự phân chia này chỉ mang tính tương đối, các thành tố có thể có những điểm chung, hỗ trợ, bổ sung cho nhau. Việc vận dụng toán học vào thực tiễn cũng có thể sử dụng để gợi động cơ trong dạy học hay NL gắn kết toán học với thực tiễn giúp phát triển NL tổ chức hoạt động nhận thức cho HS, NL bồi dưỡng tư duy. NL chuyển hóa SP là cơ sở để phát triển các NL khác như tiếp cận phát hiện, gắn kết toán học với thực tiễn… Sự hiểu biết về HHCC và HHPT trong mối liên hệ mật thiết với nhau là tiền đề để SV SP Toán có khả năng gắn kết giữa hai nội dung kiến thức này. Khả năng gắn kết giữa HHCC và HHPT là một trong những yếu tố cơ bản góp phần hình thành, phát triển 5 thành tố: NL tổ chức hoạt động nhận thức, NL bồi dưỡng tư duy cho HS, NL chuyển hóa SP, NL tiếp cận phát hiện, NL gắn kết toán học với thực tiễn được chúng tôi diễn tả trong sơ đồ 1.2.

1.6. Khảo sát thực tế dạy học hình học cao cấp theo hướng chuẩn bị năng lực nghề nghiệp cho sinh viên Toán ở một số trường ĐHSP

1.6.1. Mục tiêu khảo sát

Chúng tôi tiến hành khảo sát nhằm tìm hiểu ý kiến của GV và SV về sự cần thiết của việc dạy học các môn KHCB nói chung, môn HHCC nói riêng theo hướng chuẩn bị NLNN cho SVSP Toán ở các trường ĐH và thực tế của việc rèn luyện một số thành tố của NLNN thông qua việc dạy học các môn KHCB. Từ đó, sơ bộ đánh giá mức độ đã đạt được, chưa đạt được của những thành tố này, hạn chế và nguyên nhân. Từ đó đề xuất các biện pháp góp phần chuẩn bị cho SV SP Toán các thành tố đó thông qua dạy học HHCC ở ĐH.

1.6.2. Đối tượng khảo sát

Chúng tôi tiến hành khảo sát chủ yếu trên hai đối tượng:

- Sinh viên SP Toán năm thứ 3 và năm thứ 4 ở 5 trường ĐH là ĐH Hải Phòng, ĐH SP Hà Nội, ĐH Hùng Vương, ĐH Thái Nguyên, ĐH Vinh.

- Giảng viên dạy Hình học ở một số trường ĐH.

Cụ thể được cho ở các bảng sau:

Bảng 1.2. Số sinh viên được khảo sát

STT	Trường	Số SV năm 3	Số SV năm 4	TỔNG
1	ĐH Hải Phòng	84	96	**180**
2	ĐH Hùng Vương	51	57	**108**
3	ĐH SP Hà Nội	46	34	**80**
4	ĐH Vinh	32	43	**75**
5	ĐH Thái Nguyên		50	**50**
TỔNG				**493**

Bảng 1.3. Số giảng viên được khảo sát

TT	Trường	Số GV được khảo sát
1	ĐH Hải Phòng	5
2	ĐH Hùng Vương	6
3	ĐH Vinh	3
4	ĐH Hồng Đức	2
5	Các GV dạy HH một số trường khác và NCS chuyên ngành HH.	4
TỔNG		**20**

- Ngoài ra còn một số giảng viên dạy học các môn Toán cao cấp cho sinh viên SP Toán ở các trường ĐH, giáo viên THPT.

1.6.3. Nội dung khảo sát

- Tìm hiểu thực tế việc dạy học KHCB nói chung, HHCC nói riêng theo hướng gắn kết với việc dạy học Toán PT.

- Tìm hiểu khả năng của SV SP Toán trong việc khai thác các mối liên hệ giữa nội dung HHCC và HHPT trong nghiên cứu HHCC và dạy học HHPT.

1.6.4. Phương pháp khảo sát

- Sử dụng phiếu điều tra cho SV và GV các trường ĐH trên.
- Trao đổi với một số giảng viên dạy học HHCC ở các trường ĐH, giáo viên THPT.

1.6.5. Kết quả khảo sát.

Đối với SV, qua khảo sát có 483 người (chiếm 97,97%) được hỏi cho rằng việc dạy học các môn TCC và Toán học hiện đại ở bậc ĐH theo hướng gắn kết với nội dung toán PT là thực sự cần thiết. Điều đó thể hiện nhu cầu thực tế của SV mong muốn nội dung các môn KHCB có tác dụng tích cực tới việc giảng dạy ở PT sau này; trong đó 133 SV (26,98%) cho biết mọi GV đều quan tâm tới việc rèn luyện cho SV thiết lập mối quan hệ giữa TCC và Toán PT, số còn lại cho rằng chỉ có một số ít GV quan tâm tới điều này. Kết quả trên cho thấy, GV các môn KHCB của ĐHHP đã bước đầu có sự quan tâm đến việc "đào tạo nghề" cho sinh viên SP Toán. Các hướng khai thác liên hệ giữa TCC và toán PT phổ biến ở việc minh họa nội dung kiến thức TCC bằng Toán PT (359 SV, chiếm 72,81%), số ít giảng viên dùng TCC như một công cụ nhìn nhận Toán PT theo hướng thống nhất và các hướng khác (59 SV, chiếm 11,97 %). Kết quả cũng cho thấy hầu hết SV đều gặp khó khăn khi vận dụng các nội dung của TCC để giải quyết các vấn đề của Toán PT, vì chưa được thực hành nhiều khi còn học ở trường ĐH. Sau đó, chúng tôi đưa ra một số bài toán cụ thể cho SV, nhằm tìm hiểu mức độ liên hệ giữa toán phổ thông và TCC. Kết quả cho thấy, tỉ lệ SV chưa phân biệt rõ được các bài toán thuộc loại hình học nào hay các kiến thức của HHPT là hình ảnh cụ thể của kiến thức nào của HHCC còn cao, phần lớn SV tìm được sự tương tự của một số hình trong mặt phẳng và không gian nhưng chưa nêu được lý do của sự tương tự đó. Điều này dẫn đến những khó khăn khi huy động các kiến thức phù hợp để giải các bài toán HHPT. Thông qua các kết quả thu nhận được đối với SV, chúng tôi nhận thấy SV mong muốn được học những kiến thức phục vụ cho công tác dạy học của bản thân. Với nội dung HHCC, SV đã có các kiến thức cơ bản về không gian hình học. Tuy nhiên còn hạn chế trong việc áp dụng những kiến thức HHCC trong việc nhìn nhận chương trình HHPT cũng như vào thực tế dạy học. Cá biệt có một số SV cho rằng TCC không có tác dụng trong dạy học PT, chỉ có tác dụng phát triển tư duy mà thôi. Như vậy việc trang bị cho SV thêm các kiến thức liên môn sau khi được nghiên cứu các nội dung TCC là thực sự cần thiết.

Đối với giảng viên, qua khảo sát có 18 người (90%) được hỏi khẳng định ở trường ĐH, sinh viên chưa được phổ biến về Chuẩn nghề nghiệp GV THPT. Kết quả cho thấy các trường SP còn chưa quan tâm nhiều tới việc cho SV tiếp cận chuẩn đầu ra để SV có hướng rèn luyện trong quá trình học tập. Ngoài ra, 19 người (95%) được hỏi cho rằng việc dạy các môn TCC theo hướng gắn kết với toán PT là cần thiết. Như vậy, GV các môn KHCB đã có xu hướng dạy học các môn học này với sự gắn kết ở một mức độ nhất định với toán PT. Tuy nhiên việc nhìn nhận liên hệ giữa HHCC và HHPT đa số (90%) mới dừng ở việc nhìn nhận các kiến thức của HHPT như trường hợp riêng của HHCC, khả năng khái quát hóa, tương tự hóa của HHCC. Các GV cũng cho rằng thời lượng của các môn HHCC cũng là một khó khăn để có thể dạy học HHCC theo hướng chuẩn bị các năng lực dạy học cho SV SP Toán. Hầu hết các GV (90%) được hỏi mong muốn sử dụng hình thức minh họa các kiến thức của HHCC bằng hình ảnh trực quan của HHPT và sử dụng seminar, thảo luận nhóm theo các chủ đề cho SV, tuy nhiên việc giao các chuyên đề thể hiện mối liên hệ giữa HHCC và HHPT còn ít được thực hiện. Qua khảo sát trên, chúng tôi nhận thấy việc dạy học các môn TCC nói chung, HHCC nói riêng ở các trường ĐHSP theo hướng chuẩn bị NLNN cho SV ĐHSP Toán thực sự thiết thực và là một nhu cầu thực tế. Các GV nhận thức được mối liên hệ này tuy nhiên còn áp dụng hạn chế trong quá trình dạy học. Nguyên nhân chủ yếu được đưa ra là vấn đề thời lượng.

Tuy nhiên, việc nghiên cứu mối quan hệ hai chiều giữa HHCC và HHPT có thể được giải quyết thông qua sự gợi ý trong một vài tình huống trên lớp học. Việc này không chiếm quá nhiều thời gian. Ngoài ra, có thể chuyển giao thành các chuyên đề cho SV tự học, tự nghiên cứu. Hoạt động này không những giúp SV hiểu được tác dụng của HHCC mà còn là động cơ thúc đẩy SV lĩnh hội tri thức HHCC một cách chủ động, sáng tạo.

1.7. Kết luận chương 1

Trong chương này chúng tôi đã hồi cứu, nhằm làm sáng tỏ thêm một số nội dung, liên quan đến cơ sở khoa học của vấn đề nghiên cứu, xem như điểm tựa để trình bày luận án, cũng như nền tảng cho việc đề xuất các biện pháp SP ở chương sau.Theo đó, chúng tôi tập trung làm sáng tỏ thêm về:

- Lịch sử hình thành và phát triển môn hình học.
- Các hướng đổi mới phương pháp dạy học TCC bậc ĐH ở Việt Nam.
- Thực tế dạy học môn HHCC hiện nay ở ĐHSP.
- Các NLNN nói chung, NL dạy học HHPT nói riêng của SV SP Toán.
- Khả năng của việc dạy học HHCC với việc chuẩn bị NL dạy học HHPT cho SV SP Toán.

Trong quá trình nghiên cứu, chúng tôi nhận thấy khả năng của HHCC nói riêng, TCC nói chung đối với việc dạy học toán PT là rất lớn. Thời lượng của các môn TCC cũng chiếm đa số trong thời gian học tập của SV nên nếu trong quá trình dạy học, song song với phương pháp truyền thống, GV dành thời gian hợp lý gợi mở cho SV một số biện pháp khai thác các kiến thức đó vào dạy học PT thì kiến thức được thu nhận của SV ở ĐHSP sẽ có thêm ý nghĩa. Việc nghiên cứu về cơ sở lí luận cũng như thực tiễn của một số thành tố của NL dạy học HHPT cũng như cách thức chuẩn bị những thành tố đó trong dạy học HHCC ở bậc ĐH là cơ sở cho việc đề xuất các biện pháp thực hiện việc dạy học HHCC theo hướng chuẩn bị NL dạy học HHPT cho SV SP Toán được trình bày cụ thể ở chương 2.

CHƯƠNG 2

CÁC BIỆN PHÁP DẠY HỌC HÌNH HỌC CAO CẤP Ở ĐẠI HỌC THEO HƯỚNG CHUẨN BỊ CHO SINH VIÊN SƯ PHẠM TOÁN NĂNG LỰC DẠY HỌC HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

Nội dung chính của chương này là xây dựng các biện pháp sư phạm nhằm góp phần chuẩn bị NL dạy học HHPT cho SV SP Toán thông qua dạy học HHCC. Trước hết chúng tôi đưa ra những nguyên tắc cho việc đề ra và thực hiện các biện pháp sư phạm.

2.1. Một số nguyên tắc chỉ đạo xây dựng các biện pháp

2.1.1. Nguyên tắc 1: Các biện pháp tập trung vào việc hình thành và phát triển NL dạy học HHPT cho sinh viên Toán ĐHSP.

2.1.2. Nguyên tắc 2: Các biện pháp đề ra nhằm nâng cao ý thức tự học, tham gia nghiên cứu khoa học và rèn luyện NLNN cho SV Toán ĐHSP, nhờ đó, góp phần giúp SV lĩnh hội tốt các tri thức, kỹ năng toán học và hoàn thành các nhiệm vụ khác của môn học ở trường ĐH.

2.1.3. Nguyên tắc 3: Các biện pháp được thực hiện dựa trên những thành tựu của khoa học hiện đại và Lí luận dạy học ĐH, có tính kế thừa các biện pháp đã được sử dụng.

2.1.4. Nguyên tắc 4: Các biện pháp đề ra phải có tính khả thi trong điều kiện chương trình, cơ sở vật chất của trường ĐH.

2.2. Các biện pháp

Trên cơ sở các phân tích ở chương I và những nguyên tắc nêu trên, chúng tôi đề xuất một số biện pháp thích hợp để chuẩn bị các NL dạy học HHPT cho SV SP Toán. Các biện pháp được chia làm 3 nhóm, với 5 biện pháp, thực hiện trong quá trình dạy học HHCC. Trong đó, biện pháp 1 chủ yếu được thực hiện khi giảng viên dạy học HHCC; Các biện pháp 2, 3 hướng vào việc xây dựng giáo trình, tài liệu tham khảo; Các biện pháp 4, 5 hướng vào việc tự học, tự nghiên cứu của SV.

2.2.1. Biện pháp 1: *Xây dựng một số tình huống cho SV tập dượt các hoạt động khai thác mối liên hệ giữa HHCC và HHPT trong tiến trình hình thành và vận dụng kiến thức HHCC.*

2.2.1.1. Mục tiêu của biện pháp

Việc thực hiện biện pháp này trong quá trình dạy học HHCC nhằm mục đích gợi mở cho SV bước đầu tìm hiểu phương pháp khai thác mối quan hệ giữa HHCC và HHPT, thông qua: Sử dụng kiến thức của HHPT làm vật liệu để gợi động cơ giúp SV hình thành kiến thức của HHCC thông qua các hoạt động so sánh, phân tích, tổng hợp, khái quát hóa và ngược lại sử dụng kiến thức HHCC để xem xét nhìn nhận kiến thức toán học PT trên một quan điểm thống nhất. Qua đó, SV được chuẩn bị NL chuyển hóa SP, là cơ sở để hình thành và phát triển các thành tố còn lại của NL dạy học HHPT. Mặt khác còn thúc đẩy SV học tập môn HHCC tích cực hơn.

2.2.1.2. Nội dung của biện pháp

Như đã phân tích ở chương I, HHCC và HHPT có mối liên hệ khách quan không thể phủ nhận. HHCC và HHPT có sự thống nhất về đối tượng cơ bản là điểm, phẳng; quan hệ cơ bản là quan hệ "liên thuộc" (quan hệ "ở giữa" có thể xác định qua quan hệ "liên thuộc"). Sự khác nhau chủ yếu giữa HHCC và HHPT là về phương pháp nghiên cứu, cách xây dựng. Phương pháp nghiên cứu HHPT là phương pháp tổng hợp: trực quan, thực nghiệm, logic là chủ yếu. Phương pháp nghiên cứu, xây dựng HHCC chủ yếu dựa trên cơ sở toán học hiện đại, sử dụng lí thuyết nhóm, suy luận logic, nghiên cứu các bất biến của các nhóm biến đổi cụ thể trên các không gian. Khai thác mối liên hệ giữa HHCC và HHPT thực tế là việc sử dụng phương pháp hiện đại của HHCC nhìn nhận phương pháp tổng hợp của HHPT.

Để khai thác mối liên hệ vốn có giữa HHCC và HHPT, trong quá trình giảng dạy HHCC, giảng viên có thể sử dụng HHPT theo một số hướng sau:

***Thứ nhất*, trong quá trình dạy học, GV có thể sử dụng các đối tượng**

trong HHPT như những hình ảnh trực quan minh họa cho từng nội dung kiến thức HHCC.

Như chúng ta đã biết, các bài toán của HHCC là các bài toán tổng quát, vì thế có tính trừu tượng cao và gây khó đối với nhiều SV. Do đó, để giúp SV nắm được kiến thức vững vàng và khai thác được ứng dụng của các kiến thức đó trong dạy học HHPT sau này thì sau khi định nghĩa các đối tượng của HHCC có liên quan tới HHPT, bằng tư duy logic, suy diễn, GV cần cụ thể hóa các đối tượng đó trong mặt phẳng hay không gian 3 chiều, xem đó như các mô hình cụ thể. Việc làm đó giúp SV nhận dạng khái niệm, thống nhất các khái niệm riêng lẻ của HHPT trong một hệ thống. Đó là cơ sở để SV có thể sử dụng các hiểu biết của mình trong HHPT để giải quyết các vấn đề về HHCC. Thông qua hoạt động này, SV phát triển NL tư duy : Khái quát hóa, đặc biệt hóa, phân tích, tổng hợp…và có phương pháp tiếp cận các khái niệm của HHPT một cách hợp lý mà vẫn đảm bảo tính chính xác khoa học.

Ví dụ 2.1

Sau khi học định nghĩa thể tích m- hộp, m- đơn hình trong không gian Euclide n chiều, ta có thể đặc biệt hóa khái niệm đó trong không gian 2 hoặc 3 chiều. Trong trường hợp m = 2, ta có diện tích hình bình hành, còn khi m = 3 ta có thể tích hình hộp thông thường, như đã được học ở PT.

***Thứ hai*, trong quá trình dạy học, giảng viên có thể sử dụng các khái niệm đã biết trong HHPT rồi phát triển, kiến tạo các khái niệm tương ứng của HHCC**.

Việc làm này giúp SV khắc họa hình ảnh cụ thể của khái niệm, chỉ ra sự tồn tại của đối tượng, từ đó hiểu sâu kiến thức, tránh sai lầm và dễ dàng sử dụng kiến thức đó quá trình giảng dạy sau này. Hướng này có thể áp dụng trong nhiều tình huống dạy học trong quá trình dạy học HHCC, từ việc dạy học khái niệm mới tới dạy học định lý, quy tắc, phương pháp, bài tập.

Ví dụ 2.2

- Muốn định nghĩa, xác định, xây dựng phương trình m- phẳng trong không gian Afin giảng viên nên xuất phát từ định nghĩa đường thẳng, mặt phẳng…mà SV đã biết ở phổ thông.

- Muốn định nghĩa các phép biến đổi trong không gian Euclide n chiều như phép đẳng cự, đồng dạng.., ta cũng xuất phát từ các phép biến đổi cụ thể như phép đối xứng trục, phép đối xứng qua mặt phẳng trong không gian 2, 3 chiều.

Ví dụ 2.3. Chúng tôi đưa ra hướng giảng dạy khái niệm trực giao giữa 2 phẳng trong không gian Euclide.

Bước 1. **(Tiếp cận)** Yêu cầu SV nhắc lại kiến thức về: 2 vectơ trực giao; Định nghĩa hai đường thẳng vuông góc dựa vào hai vectơ chỉ phương; Từ hai vectơ trực giao trong không gian vectơ Euclide khái quát thành khái niệm hai không gian vectơ trực giao.

Bước 2.(Hình thành) Giảng viên nêu trực tiếp khái niệm 2 phẳng trực giao. Cụ thể như sau:

Định nghĩa. Cho P và Q là 2 phẳng trong không gian Euclide n chiều E^n. Phẳng P gọi là trực giao với phẳng Q nếu $\vec{P}$ (Không gian vectơ liên kết với P) trực giao với $\vec{Q}$ hay mọi vectơ thuộc $\vec{P}$ trực giao với mọi véc tơ thuộc $\vec{Q}$.

Kí hiệu $P \perp Q$.

Bước 3.(Củng cố, khắc sâu) Khái niệm trực giao trong không gian 3 chiều rất hay bị nhầm lẫn với khái niệm vuông góc được xét trong HHPT. Để phân biệt 2 khái niệm này, giảng viên có thể cho sinh viên xét các ví dụ so sánh quan hệ trực giao và quan hệ vuông góc như:

Xét xem 2 phẳng sau có trực giao hay không?

- Hai đường thẳng vuông góc.
- Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.
- Mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng.

Qua thực tế dạy học, chúng tôi nhận thấy ở trường hợp thứ 3, SV thường hay nhầm lẫn khẳng định hai mặt phẳng vuông góc là hai mặt phẳng trực giao. Giảng viên có thể khai thác sai lầm này trong phần đối trực giao phía sau. Như vậy, những hình ảnh trực quan trong HHPT góp một phần quan trọng giúp SV dễ dàng tìm hiểu, khai thác, đào sâu các kiến thức mới được học. Từ đó có thể tránh các sai lầm của bản thân cũng như của HS, rèn luyện tư duy phê phán, một kỹ năng quan trọng của người giáo viên Toán.

***Thứ ba*, trong quá trình dạy học, giảng viên tạo điều kiện cho SV sử dụng những công cụ của HHCC để định hướng, tìm tòi lời giải bài toán, rồi chuyển ngôn ngữ thành cách giải phù hợp với PT.**

TCC nói chung, HHCC nói riêng cung cấp cho ta nhiều công cụ rất hiệu quả để nhìn nhận toán PT cũng như giải quyết những vấn đề, bài toán khó trong chương trình PT. Nhờ những công cụ này, các bài toán PT trở nên dễ dàng hơn rất nhiều so với sử dụng công cụ toán PT. Tuy nhiên, trong công tác dạy học hình học sau này, để có thể truyền đạt cho HS phương pháp giải quyết vấn đề, sau khi định hướng cách giải bằng HHCC, SV SP Toán còn cần biết chuyển lời giải dựa vào kiến thức của TCC thành lời giải ở PT thì HS PT mới có thể lĩnh hội được.

Ví dụ 2.4. (Bài toán con bướm)

Cho đường tròn (S), một dây cung AB có trung điểm H. Qua H kẻ 2 dây cung tùy ý CD và EF. Đặt $P = CE \cap AB$; $Q = DF \cap AB$; $R = CF \cap AB$; $T = DE \cap AB$.

Chứng minh rằng H là trung điểm của các đoạn thẳng PQ và RT.

Trước hết, ta có thể chuyển bài toán này về một bài toán thuộc Hình học xạ ảnh, bằng cách: Trong mặt phẳng Euclide E^2 bổ sung đường thẳng vô tận Δ để được mặt phẳng xạ ảnh P^2. Khi đó đường tròn trong E^2 trở thành đường trái xoan đi qua 2 điểm xiclic I, J. Gọi $H' = AB \cap \Delta$.

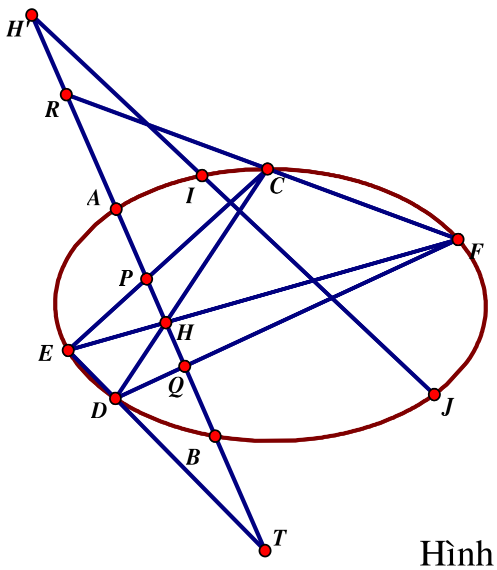
Khi đó, *Bài toán đã cho có thể chuyển thành Bài toán trong hình học xạ ảnh tương ứng như sau:*

Cho đường trái xoan (S), I,J là 2 điểm xiclic. $AB \cap IJ = H'$, H là điểm sao cho [ABHH'] = -1. Qua H kẻ 2 dây cung tùy ý CD và EF. Đặt $P = CE \cap AB$;

$Q = DF \cap AB; R = CF \cap AB; T = DE \cap AB$.

Chứng minh rằng [PQHH'] = [RTHH'] = -1

Giải



Hình 2.1

Áp dụng định lí Desargues thứ hai vào hình bốn đỉnh toàn phần CEDF với đường thẳng AB ta được bốn cặp điểm (A,B),(P,Q),(R,T),(H,H) là bốn cặp điểm trong cùng một liên hệ xạ ảnh đối hợp. Nói cách khác, phép đối hợp giữa các cặp điểm trên nhận H làm một điểm bất động.

Mà [A,B,H,H']= -1 suy ra H' là điểm bất động thứ hai.

Do đó [P,Q,H,H'] = [R,T,H,H']= -1

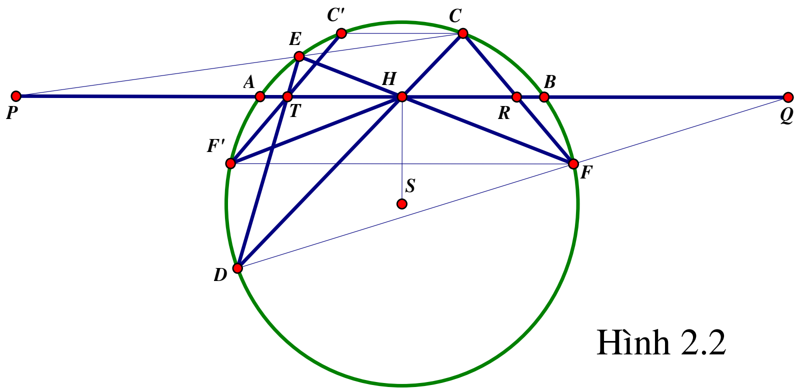
Từ đó, chuyển kết quả về trong mặt phẳng Euclide thì H là trung điểm của cả PQ và RT.

Dựa vào cách giải trong hình học xạ ảnh ta chuyển lời giải về HHPT:

Phép đối hợp vóp cặp điểm (A,B) gợi ý cho ta xét f là phép đối xứng trục SH. Khi đó f(F) = F', f(C)=C'. Ta chứng minh f(R)= T. Mà $R = CF \cap AB$; $f(R) = f(CF) \cap f(AB) = C'F' \cap AB$. Hay cần chứng minh F',T,C' thẳng hàng.

Do tính chất phép đối xứng trục, ta có $\widehat{AHF'} = \widehat{BHF}$ (1); $\widehat{HFC} = \widehat{HF'C'}$ (2) $\widehat{BHF} = \widehat{TDF'}$ do chắn cung có số đo bằng nhau nên $\widehat{AHF'} = \widehat{TDF'}$ hay tứ giác

THDF' là tứ giác nội tiếp. Do đó $\widehat{HF'T} = \widehat{HDT} = \widehat{HFC}$ (3). Từ (2) và (3), ta có $\widehat{HF'T} = \widehat{HF'C'}$ hay các điểm F',T,C' thẳng hàng.



Hình 2.2

Như vậy, ta có thể thấy, hướng này giúp SV chuẩn bị NL chuyển hóa sư phạm từ HHCC giải quyết các vấn đề HHPT một cách hiệu quả.

***Thứ tư*, cho SV rèn luyện khả năng khái quát hóa từ bài toán hình học phẳng sang hình học không gian và HHCC.**

Theo [44, tr489] , khái quát là *nắm lấy những cái có tính chất chung cho một loạt sự vật, hiện tượng,* còn khái quát hóa là *thực hiện hoạt động tư duy để khái quát*. Như vậy, có thể hiểu khái quát hóa bài toán là tìm ra các tính chất chung cho một loạt các đối tượng toán học có hình thức khác nhau nhưng có chung một bản chất toán học.

Do bản chất của HHCC là nghiên cứu các tính chất của các đối tượng trong không gian n chiều, nó là những bài toán tổng quát nên nếu sinh viên được nghiên cứu kỹ các bài toán, những khái niệm của HHCC thì sinh viên sẽ nắm được những thuộc tính cơ bản và các hình thức thể hiện của lớp đối tượng đó. Do vậy, khi đứng trước một bài toán HHPT, sinh viên sẽ biết cách liên tưởng đưa bài toán về trường hợp tổng quát, từ cách giải tổng quát, chuyển ngôn ngữ thành cách giải phổ thông và sáng tạo những bài toán mới.

Ví dụ 2.5. Quay lại ví dụ 2.4, ta nhận thấy sau khi chuyển bài toán về hình học xạ ảnh và giải bài toán bằng kiến thức của hình học cao cấp, sinh viên một mặt có gợi ý về cách giải của bài toán đó trong hình học phổ thông. Mặt khác, từ bài toán tổng quát, SV còn có thể đặc biệt hóa trong các trường hợp khác của đường bậc hai, được một hệ thống bài tập đa dạng:

***Bài toán 1.*(Bài toán con bướm với cặp đường thẳng)**

Cho tam giác ABC có I là trung điểm cạnh BC. Đường thẳng (Δ) đi qua I cắt AB, AC tại M, N. Đường thẳng (Δ’) qua I lần lượt cắt AB, AC tại P, Q. Giả sử M và P nằm về một phía đối với BC và các đường thẳng MP, NQ lần lượt cắt BC tại E, F. Chứng minh rằng IE = IF.

***Bài toán 2.*(Bài toán con bướm với Elíp)**

Cho Elip (E) và một điểm I, đường thẳng (d) cắt (E) tại hai điểm A, B. AI và BI cắt (E) lần lượt tại C, D. Các đường thẳng đi qua I cắt (E) tại M, N; cắt AB, CD tại P, Q. Chứng minh rằng I là trung điểm của MN khi và chỉ khi I là trung điểm của PQ.

***Bài toán 3.*(Bài toán con bướm với Hypecbol)**

Cho hypecbol (H) và một điểm I. Đường thẳng (d) cắt (H) tại A và B. Các đường thẳng AI, BI lần lượt cắt (H) tại điểm thứ hai là C, D. Các đường thẳng qua I cắt (H) lần lượt tại M, N; cắt AB, CD lần lượt tại P, Q. Chứng minh I là trung điểm của MN khi và chỉ khi I là trung điểm của PQ.

***Bài toán 4.*(Bài toán con bướm với Parabol)**

Cho parabol (P) và một điểm I, đường thẳng (d) cắt (P) tại A, B. Các đường thẳng AI, BI lần lượt cắt (P) lần lượt tại C, D. Các đường thẳng qua I cắt (P) lần lượt tại M, N; cắt AB, CD lần lượt tại P, Q. Chứng minh rằng I là trung điểm của MN khi và chỉ khi I là trung điểm của PQ.

Sau đó SV có thể mở rộng số chiều, tổng quát hóa bài toán trong không gian Euclide n chiều:

Bài toán “con bướm” tổng quát

Trong không gian Euclide E^n, cho (S) là một siêu mặt bậc hai và I là điểm bất kỳ trong không gian, (α) là một siêu phẳng sao cho (S) ∩ (α) ≠ ϕ. Với mỗi điểm M ∊ (S) ∩ (α), gọi M' là giao điểm thứ hai của MI với (S). Ta có:

a) Các điểm M' thuộc một siêu phẳng (β).

b) Một đường thẳng (Δ) đi qua I cắt (S) tại M, N, cắt (α), (β) lần lượt tại P và Q. Khi đó, I là trung điểm của MN khi và chỉ khi I là trung điểm của PQ.

Sau đó, SV lại có thể đặc biệt hóa bài toán trong không gian 3 chiều:

***Bài toán 5.*(Bài toán con bướm với mặt cầu)**

Trong không gian cho mặt cầu (S) và một điểm I, (α) là mặt phẳng sao cho (S) ∩ (α) ≠ ϕ. Với mỗi điểm M ∊ (S) ∩ (α), gọi M' là giao điểm thứ hai của MI với (S). Ta có:

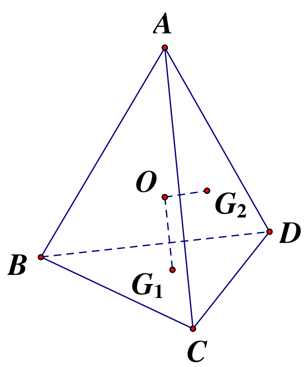
a) Các điểm M' thuộc một mặt phẳng (β).

b) Một đường thẳng (Δ) đi qua I cắt (S) tại M, N, cắt (α), (β) lần lượt tại P và Q. Khi đó, I là trung điểm của MN khi và chỉ khi I là trung điểm của PQ.

Ví dụ 2.6. Tìm điều kiện cần và đủ để một tứ diện có các đường thẳng vuông góc với các mặt và đi qua trọng tâm của mặt đó đồng quy.

Giải. Giả sử các đường thẳng cắt nhau tại O ; Gọi G_1 là trọng tâm của BCD ; G_2 là trọng tâm của ACD. Ta có :

$$3\overrightarrow{OG_1} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD};$$
$$3\overrightarrow{OG_2} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD};$$
$$\overrightarrow{OG_1}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OG_2}.\overrightarrow{CD} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{CD}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = 0 \Leftrightarrow AB \perp CD$$



Hình 2.3

Tương tự, tứ diện có các cặp cạnh đối vuông góc.

Từ lời giải trong không gian 3 chiều, ta có thể tổng quát hóa thành bài toán trong không gian Euclide n chiều:

Cho (m-1)- đơn hình $S(P_1,P_2,\ldots, P_m)$.

Gọi G_k là trọng tâm của $S(P_1,P_2,\ldots,\widehat{P_k},\ldots, P_m)$ (bỏ đỉnh P_k);

$O\in A^n; OG_k \perp S(P_1,P_2,\ldots,\widehat{P_k},\ldots, P_m)$

$$\overrightarrow{OG_1} = \frac{1}{m-1}(\overrightarrow{OP_2} + \ldots + \overrightarrow{OP_m}); \overrightarrow{OG_2} = \frac{1}{m-1}(\overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{OP_3}\ldots + \overrightarrow{OP_m})$$

$$\overrightarrow{OG_1}\overrightarrow{P_3P_m} = \overrightarrow{OG_2}\overrightarrow{P_3P_m} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{OP_1}\overrightarrow{P_3P_m} = \overrightarrow{OP_2}\overrightarrow{P_3P_m} \Leftrightarrow \overrightarrow{P_1P_2}\overrightarrow{P_3P_m} = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{P_1P_2} \perp \overrightarrow{P_3P_m}$$

Tương tự, $\overrightarrow{P_1P_2} \perp \overrightarrow{P_iP_j}; i \neq j; i, j \neq \{1,2\}; i, j = 1,..,m$

Vậy điều kiện cần và đủ để các đường thẳng qua trọng tâm $S(P_1,P_2,\ldots,\widehat{P_k},\ldots,P_m)$ và trực giao với (m-2)- phẳng chứa $S(P_1,P_2,\ldots, \widehat{P_k},\ldots, P_m)$ đồng quy là P_iP_j trực giao với các cạnh còn lại của đơn hình.

Chú ý: Sau khi xét trường hợp tổng quát ta có thể đặc biệt hoá để kiểm chứng với n= 2, có bài toán trong mặt phẳng.

Dễ thấy, đối với tam giác ABC kết quả thỏa mãn vì $\overrightarrow{AA} \perp \overrightarrow{BC}$.

Vậy trong tam giác 3 đường trung trực đồng quy.

Khái quát hóa, tương tự hóa là những thao tác tư duy rất cần thiết đối với SV Toán trong quá trình làm việc sau này. Việc rèn luyện các thao tác tư duy góp phần quan trọng hình thành và phát triển NL nghề nghiệp cho SV.

***Thứ năm*, rèn luyện cho SV khả năng liên tưởng từ đối tượng này sang đối tượng khác, cấu trúc lại hình thức và nội dung vấn đề cần nghiêncứu, xác lập mối liên hệ với kiến thức đã biết và sáng tạo các bài toán mới.**

Ví dụ 2.7. Xét bài toán sau đây

Bài toán 1. Cho đoạn thẳng AB bất kì, điểm I thuộc đường thẳng AB sao cho $\alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Chứng minh rằng với mọi điểm P trong mặt phẳng, ta có:

$$\alpha.PA^2 + \beta.PB^2 = (\alpha+\beta)PI^2 + \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}AB^2$$

Chứng minh

Biến đổi tương đương

$$\alpha.PA^2 + \beta.PB^2 = \alpha\left(\overrightarrow{PI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + \beta\left(\overrightarrow{PI} + \overrightarrow{IB}\right)^2$$

$$= (\alpha+\beta)PI^2 + \alpha.IA^2 + \beta.IB^2 \qquad (1)$$

$$(\alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{IB}) = \vec{0} \Leftrightarrow (\alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{IB})^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha^2\,IA^2 + \beta^2\,IB^2 + 2\alpha\beta\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB} = 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha^2\,IA^2 + \beta^2\,IB^2 + \alpha\beta\left(IA^2 + IB^2 - AB^2\right) = 0 \Leftrightarrow \alpha IA^2 + \beta IB^2 = \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}AB^2 \; (2)$$

Từ (1) và (2), ta có điều phải chứng minh.

Bài toán này có nhiều hình thức thể hiện khác nhau, chẳng hạn:

Bài toán 1.1. Cho đường tròn (O) và đoạn thẳng AB bất kì, điểm I thuộc đường thẳng AB sao cho $\alpha.\overrightarrow{IA} + \beta.\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Chứng minh rằng với mọi điểm P trong mặt phẳng, ta có:

$$\alpha.P\left(A/(O)\right) + \beta.P\left(B/(O)\right) = (\alpha+\beta)P\left(I/(O)\right) + \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}AB^2$$

($P\left(M/(O)\right)$: *Phương tích của điểm M đối với đường tròn tâm O*)

Nhận xét: Bài toán liên quan đến phương tích của 1 điểm với đường tròn, ta sử dụng công thức phương tích $P\left(M/(O)\right) = OM^2 - R^2$,với R là bán kính đường tròn (O) đã biết, biến đổi tương đương biểu thức trên, ta được biểu thức của bài toán 1.

Nhưng ngoài công thức trên, phương tích còn có một cách tính khác là

$P\left(M/(O)\right) = \overline{MA}.\overline{MB}$ với A, B là giao điểm của một cát tuyến bất kỳ qua M với đường tròn (O). Sử dụng công thức này với bài toán 1.1, ta có:

Bài toán 1.2. Cho đường tròn (O) và 3 điểm A, B, C thẳng hàng, chứng minh rằng với điểm P bất kỳ trong mặt phẳng, ta có:

$$P\big(A/(O)\big).\overline{BC}+P\big(B/(O)\big).\overline{CA}+P\big(C/(O)\big).\overline{AB}+\overline{BC}.\overline{CA}.\overline{AB}=0$$

Chứng minh

Giả sử C nằm giữa A,B. Khi đó, $\overline{CB}.\overrightarrow{CA}$ - $\overline{CA}.\overrightarrow{CB}=\vec{0}$

Áp dụng 1.1 với $\alpha=\overline{CB};\beta=-\overline{CA}$, ta có điều phải chứng minh.

Ta lại có nếu $\alpha.\overrightarrow{IA}+\beta.\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ thì $I=T_{tc}\begin{bmatrix}A & B\\ \alpha & \beta\end{bmatrix}$. Vì vậy khi gặp bài toán này sinh viên cần suy nghĩ đến việc tổng quát hóa bài toán lên hệ 3 điểm hay có thể lên n điểm. Trong trường hợp này, bài toán tổng quát lên hệ 3 điểm như sau: Trong mặt phẳng cho 3 điểm A, B, C, I là tâm tỉ cự của A, B, C với họ hệ số α,β,γ . Khi đó, với mọi điểm P trong mặt phẳng, ta luôn có một số đồng nhất thức sau:

$$\alpha IA^2+\beta IB^2+\gamma IC^2=\frac{\beta\gamma BC^2+\gamma\alpha CA^2+\alpha\beta AB^2}{\alpha+\beta+\gamma}$$

$$\alpha PA^2+\beta PB^2+\gamma PC^2=(\alpha+\beta+\gamma)PI^2+\frac{\beta\gamma BC^2+\gamma\alpha CA^2+\alpha\beta AB^2}{\alpha+\beta+\gamma}$$

Tổng quát với hệ n điểm, kết quả vẫn đúng, cụ thể:

Cho hệ n điểm bất kỳ A_1, A_2,.., A_n. $I=T_{tc}\begin{bmatrix}A_1 & A_2 & ... & A_n\\ k_1 & k_2 & ... & k_n\end{bmatrix}$, P là 1 điểm tùy ý trong mặt phẳng. Khi đó, ta có

$$\sum_{i=1}^{n} k_i IA_i^2 = \frac{\sum\limits_{i,j=1,i\neq j}^{n} k_i k_j A_i A_j^2}{\sum\limits_{i=1}^{n} k_i}; \sum_{i=1}^{n} k_i PA_i^2 = (\sum_{i=1}^{n} k_i) PI^2 + \frac{\sum\limits_{i,j=1,i\neq j}^{n} k_i k_j A_i A_j^2}{\sum\limits_{i=1}^{n} k_i}$$

Việc tạo thói quen hình thành liên tưởng giữa các đối tượng toán học giúp hình thành và phát triển khả năng giải quyết vấn đề cho SV. Việc thay đổi nội dung, hình thức bài toán giúp SV phát triển tư duy sáng tạo và có phương pháp tổ chức hoạt động nhận thức cho HS phù hợp trong từng tình huống dạy học. Từ đó chuẩn bị cho SV NL phát triển tư duy cho HS, NL tổ chức…. và một số NL nghề nghiệp khác.

Biện pháp 1 chủ yếu được thực hiện ngay trong quá trình giảng viên giảng bài trên lớp kết hợp với các phương pháp dạy học khác. Vì lý do thời lượng, các kỹ thuật nêu trên không nhất thiết phải giới thiệu hết mà giảng viên chỉ gợi mở cách làm cho SV. Còn chi tiết một số kỹ thuật giảng viên sẽ hướng dẫn thêm thông qua seminar hoặc tài liệu hướng dẫn tự học cho SV.

2.2.2. Biện pháp 2: *Điều chỉnh và bổ sung hệ thống bài tập trong các giáo trình HHCC nhằm tăng cường các hoạt động theo hướng tiếp cận nội dung HHPT.*

2.2.2.1. Mục tiêu của biện pháp

Sau khi SV được nghiên cứu nội dung HHCC một cách hệ thống và được giảng viên định hướng phương pháp gắn kết kiến thức HHCC và HHPT, SV bước đầu tập dượt thực hành các khả năng vừa được hình thành. Do đó, cần thiết phải có một hệ thống bài tập cụ thể theo các chủ đề tương ứng của mỗi chương. Biện pháp này hướng tới việc chuẩn bị năng lực gắn kết toán học với thực tiễn, chuyển hóa sư phạm, tự nghiên cứu ...

2.2.2.2. Nội dung của biện pháp

Theo [29], bài tập có vai trò rất quan trọng trong việc học toán. Thông qua giải bài tập, người học luyện tập được những hoạt động trí tuệ trong toán học cũng như hoạt động trí tuệ chung và hoạt động ngôn ngữ. Bằng việc giải bài tập, người học củng cố tri thức, kĩ năng, kĩ xảo và phát triển NL trí tuệ. Thông qua hệ thống bài tập, người dạy có thể cài đặt nội dung dạy học dưới dạng những tri thức hoàn chỉnh hay những yếu tố bổ sung cho tri thức được trình bày trong lí thuyết. Khai thác tốt bài tập góp phần tổ chức cho người học học tập trong hoạt động. Vì *"năng lực chỉ có thể được hình thành và phát triển trong hoạt động và bằng hoạt động* "[30].

Theo kinh nghiệm dạy học HHCC của tác giả và đồng nghiệp, sau thời gian nghiên cứu đề tài, chúng tôi có thể đưa ra một số chủ đề bài tập nhằm luyện tập cho sinh viên khả năng gắn kết HHCC và HHPT như sau:

Chủ đề: "*Khái quát hóa một số bài toán trong mặt phẳng sang không gian 3 chiều và không gian n chiều*." có thể bổ sung vào bất kỳ phần bài tập cuối chương nào của chương trình HHCC. Ngoài ra với mỗi phần ta có thể bổ sung thêm một số chuyên đề tương ứng.

Chẳng hạn, khi SV học xong chương I: Không gian Afin, ta có thể bổ sung hệ thống bài tập theo một số chủ đề:

Chủ đề 1: Phân biệt những tính chất Afin và những tính chất không thuộc hình học Afin.

Chủ đề 2: Ứng dụng tọa độ Afin giải toán PT.

Chủ đề 3: Phát hiện mối liên hệ giữa các bài toán hình học trong mặt phẳng, không gian 3 chiều và không gian n chiều.

Đối với chương II: Ánh xạ Afin, biến đổi Afin, một số chủ đề có thể đưa ra là:

Chủ đề 1: Phép chiếu song song và ứng dụng giải toán HHPT.

Chủ đề 2: Giải toán HHPT bằng sử dụng hình tương đương.

Chương III: Hình học Euclide có thể bổ sung một số chủ đề:

Chủ đề 1: Xác định tri thức cội nguồn của các bài toán bằng cách phân biệt các bất biến của các phép biến đổi.

Chủ đề 2: Ứng dụng các phép biến hình giải toán PT.

Phần Hình học xạ ảnh, có thể bổ sung các chủ đề:

Chủ đề 1: Sáng tạo bài toán hình học phẳng nhờ mối liên hệ giữa Hình học xạ ảnh và Hình học Afin.

Chủ đề 2: Sử dụng các công cụ của Hình học xạ ảnh giải toán PT, chuyển ngôn ngữ sang ngôn ngữ HHPT.

Chẳng hạn, các bài tập thuộc chủ đề 2 đã được chúng tôi sử dụng trong dạy học ở trường ĐH Hải Phòng .

Chủ đề 2: Sử dụng các công cụ của Hình học xạ ảnh giải toán PT, chuyển ngôn ngữ sang ngôn ngữ HHPT.

Chủ đề này gồm 7 bài tập để bước đầu SV luyện tập việc sử dụng các khái niệm, định lý của hình học xạ ảnh như cực, đối cực, định lý Papus, định lý Brianchon … rồi chuyển ngôn ngữ sang HHPT.

Bài 1. Xét định lý Brianchon trong trường hợp tam giác "*Nếu tam giác ABC ngoại tiếp một đường conic S thì các đường thẳng nối đỉnh của tam giác với tiếp điểm trên cạnh đối diện sẽ đi qua một điểm.*"

Bằng cách lấy các đường thẳng:

a) BC là đường thẳng vô tận.

b) Đường thẳng nối 2 tiếp diểm là đường thẳng vô tận.

Phát biểu bài toán và dựa vào cách chứng minh của định lý tìm lời giải sơ cấp tương ứng.

Bài 2. Chứng minh định lý Menelaus.

Bài 3. Chứng minh định lý Ceva.

Bài 4. Chứng minh rằng trong một hình thang đường thẳng nối giao điểm 2 cạnh bên và giao điểm 2 dường chéo đi qua trung điểm 2 đáy.

Bài 5. Gọi H là trực tâm của tam giác nhọn ABC. Qua C dựng các tiếp tuyến CP, CQ với đường tròn (O), đường kính AB (P, Q là các tiếp điểm). Chứng minh rằng P, Q, H thẳng hàng.

Bài 6. Cho tam giác ABC và tam giác A'B'C' sao cho không có hai điểm nào trùng nhau và AB song song với A'B', BC song song B'C'.

Chứng minh hai điều kiện sau đây là tương đương:

a) CA song song với C'A'.

b) AA', BB', CC' đồng qui hoặc song song.

Bài 7. Trong mặt phẳng cho Parabol (P) và tam giác ABC có các cạnh tiếp xúc với (P).Từ B kẻ đường thẳng b'song song với AC, b'cắt (P) tại H và K. Tiếp tuyến với (P) tại H và K cắt nhau tại L.

Chứng minh : LA//BC, LC//AB.

==

Các chủ đề này có thể giới thiệu cùng hệ thống bài tập mỗi chương. Sau khi luyện tập các bài toán HHCC, SV có thể làm những bài tập để bước đầu luyện tập một số cách thức liên hệ giữa HHCC và HHPT và có thể sử dụng như những gợi ý về chủ đề seminar theo hướng này. Bên cạnh hệ thống bài tập thuần túy cao cấp, việc đưa thêm các bài tập HHPT giúp SV luyện tập các thao tác gắn kết giữa HHCC và HHPT về cả nội dung và phương pháp. Các bài tập đó cũng là những gợi ý cho SV có thể tìm tòi thêm các kiến thức mới thúc đẩy quá trình tự nghiên cứu. Theo học chế tín chỉ, SV có nhiều thời gian dành cho việc tự học. Việc đưa thêm các bài tập một cách hợp lý không làm ảnh hưởng tới nội dung của học phần mà trái lại, thúc đẩy khả năng tự học, tính sáng tạo cho SV. Qua đó hình thành NL gắn kết toán học với thực tiễn, bồi dưỡng tư duy… và một số NLNN khác.

2.2.3. Biện pháp 3: ***Bổ sung các chủ đề trong tài liệu hướng dẫn sinh viên tự học bộ môn theo hướng tăng cường các hoạt động khai thác mối liên hệ giữa HHCC và HHPT.***

2.2.3.1. Mục tiêu của biện pháp: Biện pháp này hướng tới việc chuẩn bị cho sinh viên tư duy hình học và tự học, tự nghiên cứu .

2.2.3.2. Nội dung của biện pháp

Hiện nay SV các trường ĐH được học theo học chế tín chỉ trong đó yêu cầu về tự học rất cao. SV không chỉ phải tự học trước khi lên lớp mà còn được giao các phần việc cụ thể để độc lập làm việc trong một thời gian được xác định cho mỗi học phần. Do đó, với mỗi môn học, GV đều phải có tài liệu hướng dẫn tự học, còn SV sau khi tự nghiên cứu phải báo cáo kết quả với giảng viên. Vì vậy sau khi được trang bị kiến thức HHCC một cách hệ thống trên lớp và được GV định hướng về các phương pháp gắn kết giữa HHCC và HHPT, GV có thể biên soạn thêm một số phần liên hệ nữa để SV có thể đào sâu, luyện tập các thao tác tư duy vừa hình thành bên cạnh các kiến thức HHCC thuần túy. Việc làm này vừa giúp SV củng cố kiến thức HHCC, vừa giúp họ khai thác được các kiến thức đó vào quá trình giảng dạy sau này. Biện pháp này còn khắc phục được hạn chế về thời lượng môn HHCC và phát huy tinh thần tích cực, tự giác học tập của SV.

Có thể thực hiện biện pháp này bằng hình thức biên soạn các chủ đề dưới dạng các "môđun dạy học" dành cho một số nội dung HHCC liên quan trực tiếp đến môn HHPT. Theo [70, tr65] , "*Môđun dạy học*" là "*một kiểu tài liệu dạy học nhằm chuyển tải một đơn vị chương trình dạy học tương đối độc lập, được cấu trúc một cách đặc biệt, chứa đựng cả mục tiêu, nội dung, phương pháp dạy học và hệ thống công cụ đánh giá kết quả lĩnh hội* ".

Trong mỗi môđun, các khái niệm của HHCC có liên quan với HHPT sẽ được trình bày lại theo hướng làm rõ mối quan hệ đó, sau đó đưa ra các ví dụ và bài tập HHPT khai thác mối liên hệ vừa được phân tích.

Ví dụ 2.8

Môđun "Khai thác các bất biến của các phép biến đổi trong giải toán PT"

Theo sự phân tích ở 1.5.2.2 phần B, hình học của một nhóm biến đổi S trên không gian X nghiên cứu những bất biến của S trên X. Hình học Afin, hình học Euclide, hình học xạ ảnh tương ứng là hình học của nhóm Afin, nhóm dời hình, nhóm xạ ảnh trên không gian Afin, không gian Euclide, không gian xạ ảnh n chiều. Khi nghiên cứu HHCC chúng ta biết, mỗi bài toán thuộc từng loại hình học có thể sử dụng những công cụ đặc trưng của loại hình học đó để giải quyết. Trong khi đó không gian xét trong HHPT có thể coi là không gian Euclide 1, 2 hoặc 3 chiều. Do đó, khi SV nghiên cứu một bài toán hình học phổ thông, có thể dựa trên cơ sở nhận biết những bất biến xuất hiện trong bài toán đó mà sử dụng công cụ tương ứng để giải bài toán rồi chuyển lời giải phù hợp với phổ thông.

Mô đun này có thể trình bày theo dàn ý sau:

1. **Nhắc lại định nghĩa bất biến của phép biến đổi**:

Bất biến của phép biến đổi là những tính chất không thay đổi qua phép biến đổi đó. Tức là nếu tính chất a của hình H là bất biến đối với nhóm biến đổi S nếu a đúng trên mọi hình f(H), với mọi phép biến đổi f thuộc S.

2. Ví dụ

Bất biến xạ ảnh gồm: số chiều phẳng, cắt nhau, chéo nhau của 2 phẳng, đường cong lớp 2, tỉ số kép. Bất biến afin gồm các bất biến xạ ảnh và tính chất song song của 2 phẳng, tỉ số đơn, siêu mặt bậc hai.Bất biến đồng dạng là bất biến afin và góc, trực giao.Bất biến của phép dời là bất biến đồng dạng và khoảng cách.

3. Vận dụng bất biến giải toán PT

Nhận xét.

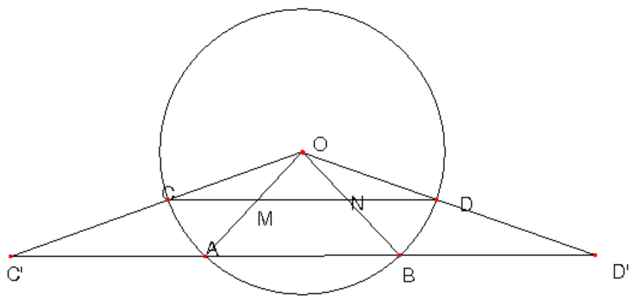
- Việc xác định bất biến là xác định tri thức cội nguồn ẩn chứa trong các vấn đề đưa ra nhằm định hướng đúng cho các hoạt động xâm nhập đối tượng nghiên cứu. Xác định tri thức cội nguồn là vấn đề quyết định khả năng tìm tòi lời giải cho bài toán.
- Những bài toán chứa bất biến Afin có thể dùng hình tương đương hoặc phép chiếu song song.
- Những bài toán chứa bất biến đồng dạng có thể dùng phép vị tự, đồng dạng, những bài toán chứa yếu tố lượng có thể dùng tam giác đồng dạng hoặc tích vô hướng.
- Ngoài ra việc xác định bất biến còn giúp ta khái quát hóa bài toán một cách chính xác, góp phần sáng tạo các bài toán mới.

4. Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho đường tròn (O) và dây cung AB khác đường kính. Hãy dựng một dây cung CD của đường tròn đó sao cho các bán kính OA,OB cắt nó thành ba phần bằng nhau.

Nhận xét: Đây là một bài toán của hình học đồng dạng nên có thể sử dụng phép đồng dạng(cụ thể là phép vị tự để giải bài toán này)

Lời giải tóm tắt



Hình 1

Phân tích: Giả sử CD là dây đã dựng được.

$\Rightarrow CM=MN=ND$.

Xét ΔOCM và ΔODN có:

$OC=OD$, $CM=DN$, $\widehat{OCM}=\widehat{ODN}$ (ΔOCD cân tại O)

$\Rightarrow \Delta OCM=\Delta ODN$ (c.g.c) $\Rightarrow OM=ON$

$\Rightarrow \frac{OM}{OA}=\frac{ON}{OB} \Rightarrow MN \parallel AB$ hay $CD \parallel AB$.

Đặt $k=\frac{OA}{OM}$, xét $V_1=V_O^k$ thì $V_1: M \mapsto A,\ N \mapsto B,\ C \mapsto C',\ D \mapsto D'$

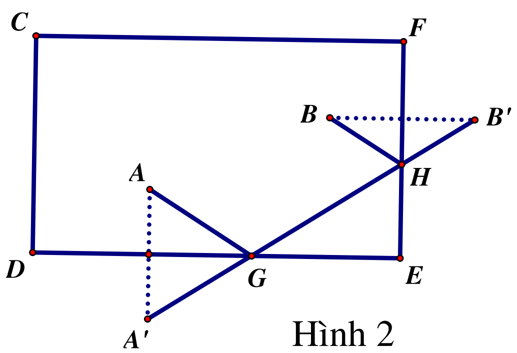
Do M,N,C,D thẳng hàng và $CM=MN=ND$ nên A,B,C',D' thẳng hàng và $C'A=AB=BD'$, (phép vị tự bảo tồn tính thẳng hàng và tỷ số đơn).

Vậy A,B,C',D' thẳng hàng và $C'A=AB=BD'$ nên suy ra C',D' dựng được và ta có $C=OC'\cap(O)$, $D=OD'\cap(O)$.

Ví dụ 2. Tìm đường đi của một quả bi- a sao cho sau khi chạm 2 lần vào thành bàn liên tiếp nó đi từ điểm A đến điểm B cho trước.

Nhận xét. Hiện tượng phản xạ chính là thể hiện thực tế của phép đối xứng trục trong mặt phẳng do đó gợi ý cho người đọc sử dụng phép đối xứng trục để giải quyết bài toán này.

Lời giải tóm tắt



Hình 2

Giả sử bài toán dựng được, theo tính chất của sự phản xạ, phép đối xứng trục DE biến A thành A', phép đối xứng trục EF biến B thành B' thì A', G, H, B' thẳng hàng. Vậy G, H là giao của A'B' với 2 cạnh của hình chữ nhật.

5. Hệ thống bài tập

Bài 1. Tìm các bất biến của các phép biến đổi: phép tịnh tiến, phép quay quanh điểm, phép quay quanh đường thẳng, phép vị tự, phép đối xứng qua đường thẳng , đối xứng qua mặt phẳng.

Sử dụng bất biến tìm lời giải các bài toán sau:

Bài 2.Trong mặt phẳng cho đường thẳng d và điểm A cố định. Một đường tròn có bán kính r cho trước chuyển động trong mặt phẳng nhưng luôn đi qua A. Tìm quỹ tích các tiếp điểm của các tiếp tuyến của đường tròn có phương là đường thẳng d đã cho.

Bài 3. Hai người chơi một trò chơi đặt đồng xu vào bàn hình chữ nhật. Quy tắc chơi như sau: Đồng xu được phép đặt vào bất cứ chỗ trống nào trên bàn. Ai đến lượt đi mà không thể đặt được đồng xu vào thì bị thua. Chứng minh rằng có cách để người đi đầu luôn thắng cuộc.

Bài 4. Cho mặt phẳng P và 2 đường thẳng x, y chéo nhau không thuộc P. Hãy tìm trong P điểm A và trên y điểm B sao cho x là đường trung trực của AB.

Bài 5. Cho mặt phẳng P và 2 điểm A. B nằm về một phía đối với P. Tìm trong P điểm M sao cho MA + MB nhỏ nhất.

6. Tài liệu tham khảo

- HÌNH HỌC VÀ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN
- HÌNH HỌC AFIN
- HÌNH HỌC XẠ ẢNH.

7. Đánh giá: Sử dụng bài kiểm tra.

Các mô đun được thiết kế giúp SV bổ sung các kiến thức về mối liên hệ giữa HHCC và HHPT mà vì thời lượng giảng viên chưa hướng dẫn được trong khi giảng dạy trên lớp và giúp SV bước đầu vận dụng các kiến thức đó vào việc nghiên cứu HHPT. Các mô đun dạy học này còn có thể dùng làm tài liệu tham khảo khi SV đã ra trường, tạo tiền đề để SV dạy tốt hơn HHPT.

2.2.4. Biện pháp 4: *Tổ chức cho SV SP Toán luyện tập các hoạt động gắn kết giữa HHCC và HHPT thông qua các seminar khoa học.*

2.2.4.1. Mục tiêu của biện pháp

Biện pháp này có mục đích rèn luyện NL chuyển hóa SP từ tri thức TCC sang tri thức toán PT và ngược lại, từ các đối tượng, tính chất cụ thể trong HHPT, tổng quát thành những đối tượng, tính chất trong HHCC. Thông qua hoạt động seminar, SV còn phát triển NL tổ chức hoạt động nhận thức, bồi dưỡng tư duy phê phán, tư duy sáng tạo, khả năng hoạt động độc lập…đồng thời giúp SV làm quen với hình thức học tập theo nhóm, luyện tập khả năng tự học, tự nghiên cứu và khả năng trình bày trước đám đông.

2.2.4.2. Nội dung của biện pháp

Nghị quyết Hội nghị Trung ương 8 khóa XI về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo đã chỉ rõ : '*Đối với giáo dục đại học, tập trung đào tạo nhân lực trình độ cao, bồi dưỡng nhân tài, phát triển phẩm chất và năng lực tự học, tự làm giàu tri thức, sáng tạo của người học*.'' Do đó hướng đổi mới PPDH ở ĐH là phải tạo điều kiện cho người học bên cạnh việc lĩnh hội tri thức Toán học cần rèn luyện NL tự học, tham gia nghiên cứu khoa học. Một trong các hướng để thực hiện mục tiêu trên là tăng cường seminar trong dạy học ở trường ĐH. Seminar là một hình thức tổ chức dạy học cơ bản ở trường ĐH, trong đó một hay một nhóm SV được giao chuẩn bị trước một số vấn đề nhất định thuộc môn học, sau đó trình bày trước lớp (nhóm) và thảo luận vấn đề khoa học đã được tìm hiểu dưới sự hướng dẫn của giảng viên. Với hình thức dạy học này, SV phát huy được tối đa tính năng động tích cực, rèn luyện tư duy phê phán, có ý thức nghiên cứu sâu tài liệu liên quan tới vấn đề cần nghiên cứu nên phát huy khả năng tự học và từ đó phát triển ý thức làm chủ và trách nhiệm trong học tập. Bên cạnh những yếu tố tích cực thì phương pháp thảo luận nhóm cũng có một số hạn chế nhất định. Theo [60,tr54] thì "*thảo luận không thích hợp để giới thiệu những tài liệu xa lạ và những tài liệu khó*'', " *thảo luận không thể tạo cảm hứng cho một bài học mới và khó*''. Muốn tiến hành thảo luận nhóm tốt, nội dung kiến thức được thảo luận nên là nội dung mà SV đã tích lũy được một phần. Một số nội dung thuộc môn HHCC dạyở ĐH phù hợp với tiêu chí trên. Thật vậy, với một số nội dung thuộc môn học này, SV đã tích lũy được các kiến thức ở trường PT, với phương pháp giảng dạy kết nối với kiến thức HHPT, kiến thức HHCC không còn quá xa lạ với SV. Hơn nữa, kiến thức HHPT được lựa chọn và trình bày phù hợp với đặc điểm tâm lý nhận thức của HS, vì thế cách trình bày một số tuyến kiến thức còn rời rạc, nhiều khái niệm và mệnh đề phải thừa nhận vì lý do sư phạm ... Do vậy, ở bậc ĐH mục đích và yêu cầu của việc học tập các môn Toán nói chung, môn HHCC nói riêng là SV phải nắm được các cơ sở khoa học của kiến thức HHPT, nhìn nhận HHPT một cách thống nhất, logic chặt chẽ, bên cạnh việc rèn luyện kĩ năng giải và khai thác các dạng toán sơ cấp. Để đạt được mục đích đó nếu SV chỉ tự mình học tập, tự mình nghiên cứu tìm kiếm thì không thể hoàn thiện được kiến thức cho mình nên họ cần biết chia sẻ kinh nghiệm, tài liệu cho nhau, bổ sung kiến thức cho nhau và đó chính là cơ hội để GV tổ chức thành công thảo luận nhóm, seminar. Tất nhiên không phải bất kì nội dung nào của môn HHCC cũng có thể tiến hành thảo luận nhóm được, GV cần biết chọn lọc những nội dung phù hợp kích thích được SV tranh luận, có nhu cầu hợp tác chia sẻ kinh nghiệm với nhau. Theo nghiên cứu của chúng tôi, các chủ đề sau đây của môn HHCC có thể sử dụng hình thức seminar:

Chủ đề 1: Phân tích các vấn đề trong chương trình hình học PT dựa trên tư tưởng nền tảng của HHCC.

Một số vấn đề HHPT như cách xây dựng chương trình, các khái niệm liên quan liên quan tới HHCC: Biểu diễn hệ thức vectơ, phép biến hình, độ dài, diện tích, thể tích một số hình hình học, hình tam giác, tứ diện, hộp được đưa ra thảo luận, phân tích dưới góc nhìn của HHCC. Từ đó, SV có thể thảo luận về phương pháp dạy học các khái niệm đó sao cho vừa đảm bảo tính chính xác khoa học, vừa đảm bảo phù hợp với nhận thức của HS.

Chủ đề 2: Phân loại và giải quyết các chủ đề HHPT và tìm hiểu mối liên hệ của nó với HHCC.

Giảng viên có thể yêu cầu SV tìm hiểu một số chủ đề HHPT như: các tính chất tương tự giữa hình tam giác và tứ diện, giữa hình bình hành và hình hộp, tổng quát hóa các bài toán HHPT dựa trên tư tưởng HHCC… Các bài toán riêng lẻ được tập hợp lại thành một bài toán tổng quát. Thông qua cách giải tổng quát mà giải quyết đồng thời những bài toán có những hình thức khác nhau và sáng tạo thêm những bài toán mới tương tự.

Chủ đề 3: Nghiên cứu các bất biến của các nhóm biến đổi cụ thể trên các không gian Afin và không gian Euclide: Nhóm Afin, Nhóm biến đổi xạ ảnh, nhóm dời hình, nhóm đồng dạng. HHCC xây dựng trên các bất biến của các phép biến đổi. Sau khi nắm được bản chất của HHCC, giảng viên cho SV xét các phép biến đổi cụ thể trên mặt phẳng: Phép đối xứng trục, phép quay, phép tịnh tiến…, các phép biến đổi trên không gian như: phép chiếu song song từ mặt phẳng đến mặt phẳng, phép đối xứng qua mặt phẳng , phép quay quanh đường thẳng, phép tịnh tiến…và các bất biến của từng phép biến đổi trên. Sau đó SV hệ thống hóa các bài toán chứa những bất biến của từng phép và dựa vào bất biến đó để định hướng giải toán HHPT theo một số hướng: dùng các biến đổi thích hợp, hình tương đương…

Chủ đề 4: Phát hiện và giải quyết vấn đề dựa trên tư tưởng của HHCC và chuyển hóa thành ngôn ngữ toán PT.

Vì lí do SP có nhiều trường hợp nội dung toán PT được trình bày không tuân thủ logic khoa học bộ môn, không đòi hỏi một cách quá chặt chẽ. Sau khi nghiên cứu HHCC, SV có thêm công cụ để nghiên cứu Toán PT nói chung và

HHPT nói riêng. Những kiến thức toám PT được hiểu một cách hệ thống, bản chất hơn. Đồng thời HHCC cung cấp thêm những công cụ mới, cách làm mới để giải quyết những vấn đề khó, trừu tượng trong HHPT. Sau khi dùng HHCC để định hướng cách giải, để truyền đạt được cách giải đó cho HSPT, SV cần thao tác chuyển hóa sư phạm, chuyển qua ngôn ngữ PT. Việc làm này giúp SV không chỉ nâng cao hiểu biết mà còn thấy được sự thiết thực của kiến thức HHCC, tạo thêm động cơ học tập HHCC.

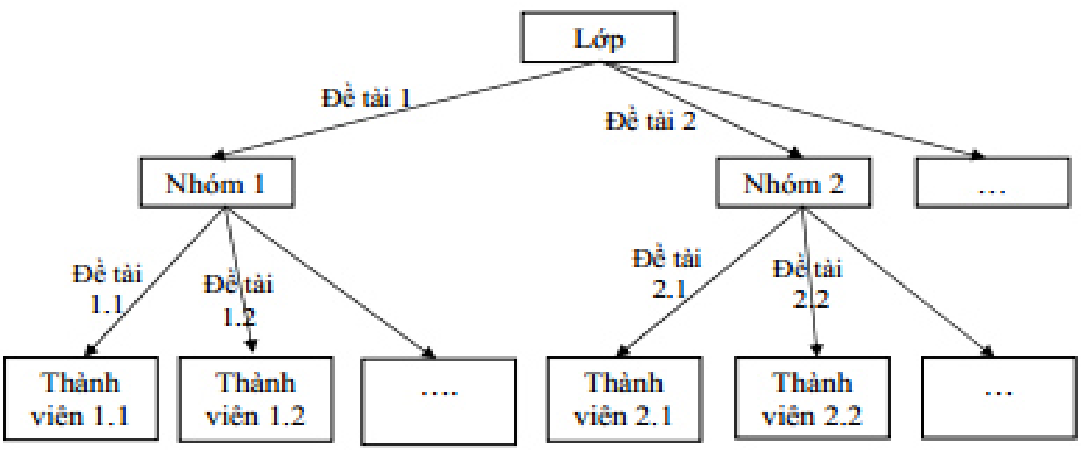
Chủ đề 5: Sáng tạo các bài toán mới dựa trên tư tưởng của HHCC. Chúng tôi tổ chức seminar với trình tự theo sơ đồ trong [62] một chuyên đề với mục đích tập dượt cho SV NL chuyển hóa sư phạm từ tri thức HHCC sang HHPT. Theo đó, trình tự như sau:

(1) Chuẩn bị trước khi tiến hành seminar:

Bước 1: Giảng viên nêu mục đích, nội dung seminar, giới thiệu một số tài liệu tham khảo cho SV.

Bước 2: Lớp tự chia thành các nhóm phù hợp sao cho các thành viên trong một nhóm càng đa dạng càng tốt (khả năng lãnh đạo nhóm, trình độ nhận thức Toán học, khả năng trình bày, …) nhằm có được sự toàn diện trong nhìn nhận giải quyết vấn đề, mỗi nhóm phụ trách nghiên cứu khai thác một vấn đề đã chọn, bầu nhóm trưởng, thư ký.

Sơ đồ 2.1



Bước 3: Các nhóm tiến hành hoạt động. Cụ thể, giao nhiệm vụ cho các thành viên:

- Tìm hiểu các tài liệu HHCC liên quan tới vấn đề cần nghiên cứu.
- Tìm hiểu các tài liệu HHPT liên quan tới vấn đề cần nghiên cứu.
- Tìm hiểu các nghiên cứu có liên quan trên sách, tạp chí, internet…
- Tìm tòi các hướng nghiên cứu thuộc nội dung của chủ đề. Mỗi hướng phải chỉ rõ cơ sở lí thuyết và đưa ra được các ví dụ minh họa.

Đến thời điểm họp nhóm để báo cáo kết quả nghiên cứu của các cá nhân thì nhóm trưởng thông báo để giảng viên đến tham dự và yêu cầu mỗi SV phải trình bày phần chuẩn bị của mình trước nhóm. Các kết quả nghiên cứu của mỗi thành viên được thư ký tổng hợp, đọc trước nhóm; giảng viên góp ý, đánh giá kết quả và cách trình bày của mỗi SV; cả nhóm thông qua kết quả thuộc hướng nghiên cứu; chọn ra người báo cáo tốt nhất để đại diện cho nhóm báo cáo kết quả tại tiết seminar của lớp.

(2) Tiến hành seminar trên lớp: Mỗi nhóm cử đại diện lên báo cáo kết quả nghiên cứu của nhóm mình dưới sự chủ trì của giảng viên. Mỗi nhóm lên trình bày cụ thể các kết quả đã đạt được của nhóm. Sau báo cáo, giảng viên dành một khoảng thời gian nhất định để các nhóm khác phát biểu bình luận, góp ý đồng thời để các thành viên nhóm trình bày có dịp nhìn lại sản phẩm của mình, trả lời các câu hỏi của nhóm bạn. Cuối cùng, giảng viên tổng kết chỉ rõ các nội dung cơ bản của chuyên đề .

(3) Đánh giá hoạt động của SV

Việc đánh giá của giảng viên đối với SV được thực hiện ngay khi GV tham dự báo cáo của mỗi SV tại nhóm: đánh giá về mặt kết quả nghiên cứu của SV, về phong cách trình bày báo cáo, về xử lý tình huống, trả lời các câu hỏi của các thành viên khác trong nhóm, về sự giúp đỡ thành viên khác trong nhóm hoàn thành nhiệm vụ. Chúng tôi đưa ra nội dung của một seminar có thể làm trong quá trình dạy học HHCC.

Nội dung seminar chủ đề:

“Sáng tạo các bài toán mới dựa trên tư tưởng HHCC”.

Trước khi chuẩn bị seminar, giảng viên có thể gợi ý các hướng có thể sáng tạo các bài toán HHPT mới; cung cấp một số tài liệu và ví dụ mẫu để SV tìm hiểu cách thức và tìm thêm các ví dụ theo các hướng nghiên cứu.

Trong thực tế giảng dạy, chúng tôi gợi ý cho SV ba con đường:

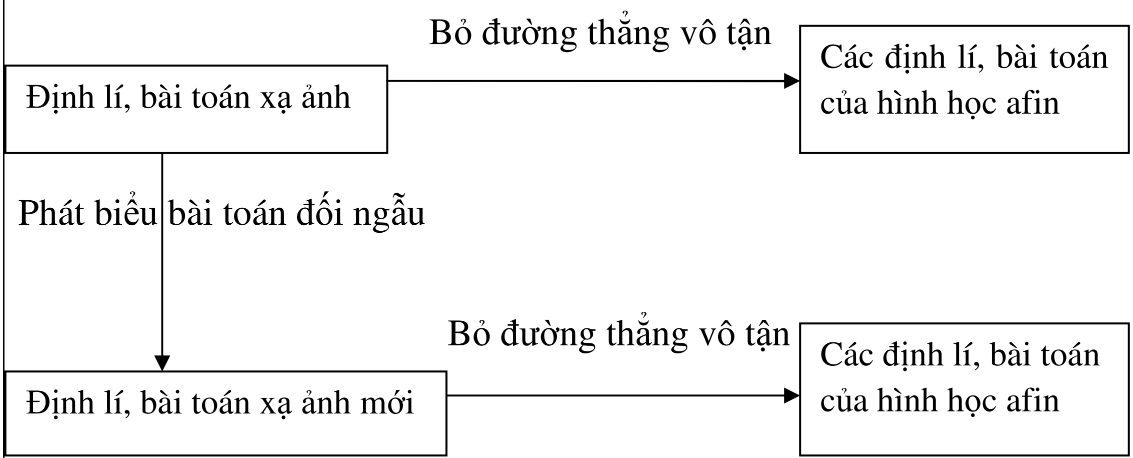
- Sử dụng hình học xạ ảnh sáng tạo bài toán mới.
- Sử dụng bất biến của các phép biến đổi sáng tạo bài toán mới
- Sử dụng các công cụ của HHCC sáng tạo phương pháp mới giải bài toán HHPT.

Sau đó cho SV làm việc theo quy trình đã nêu trên. Sau khi thực hiện seminar, chúng tôi thu được kết quả sau:

(1) Sử dụng hình học xạ ảnh sáng tạo bài toán mới

- Từ định lí, bài toán trong mặt phẳng xạ ảnh chuyển về định lí, bài toán trong mặt phẳng afin

Sơ đồ 2.2



- Từ định lí, bài toán afin chuyển sang định lí, bài toán xạ ảnh

Định lí, bài toán afin → Bổ sung các điểm vô tận → Định lí, bài toán của hình học xạ ảnh

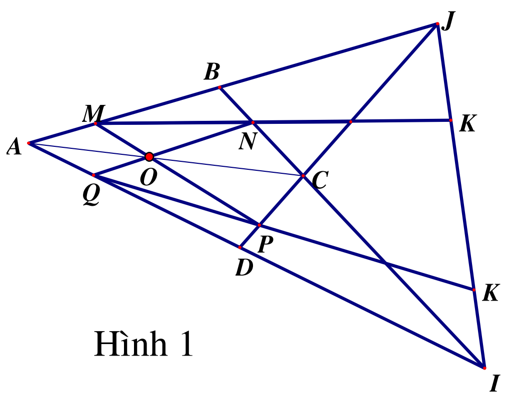
Ví dụ 1. Xét bài toán afin sau:

Trong mặt phẳng cho hình bình hành ABCD, từ điểm M tùy ý trên AB dựng đường thẳng a cắt BC tại N. Từ điểm Q tùy ý trên cạnh AD ta dựng đường thẳng b //a cắt cạnh CD tại P, O = MC∩NQ.

Chứng minh rằng O, B, D thẳng hàng.

Chuyển về bài toán xạ ảnh : Bổ sung vào mặt phẳng đường thẳng vô tận, ta có bài toán sau :

Trong mặt phẳng xạ ảnh cho tứ giác ABCD sao cho AD∩BC=I ;AB∩CD=J. Từ điểm M tùy ý trên AB dựng đường thẳng a cắt BC,IJ tại N, K. Từ điểm Q tùy ý trên cạnh AD ta dựng đường thẳng b cắt DC,IJ tại P, K ; O = MP∩NQ. Chứng minh rằng ba điểm O, B, D thẳng hàng.



Hình 1

Giải bài toán xạ ảnh :

Xét tam giác BMN và tam giác DPQ có:

BM∩DP = J ; MN∩PQ = K ; NB∩QD = I ; Ta có I, J, K thẳng hàng.

Theo định lí Desarque thì MP, NQ, BD đồng quy ; O = MP∩NQ nên các điểm B,O,D thẳng hàng.

Sáng tạo bài toán afin mới :

Khi chọn BD làm đường thẳng vô tận, ta có :

Bài toán 1 :Trong mặt phẳng afin cho hình thang MNIJ(MJ//NI) có các cạnh bên cắt nhau tại K. Trên hai đáy lấy điểm A, C($A \in MJ$, $C\in NI$) sao cho AI//CJ. Gọi Q là điểm bất kì thuộc AI, KQ cắt CJ tại P. Chứng minh rằng MP// NQ.

Khi chọn BC làm đường thẳng vô tận ta có bài toán :

Bài toán 2 : Trong mặt phẳng afin cho hình thang BOMJ(BO//MJ) có các cạnh bên cắt nhau tại P. Lấy điểm A bất kì thuộc MJ, trên AD lấy Q. Đường thẳng qua M song song với OQ cắt PQ tại K. Chứng minh KJ//AD.

Chọn AB làm đường thẳng vô tận , ta có :

Bài toán 3 : Trong mặt phẳng afin cho tứ giác KNQI, trên IQ lấy điểm D. Qua D kẻ đường thẳng song song với IN cắt NQ tại O. Qua O kẻ đường thẳng song song với KN cắt KQ tại P. Chứng minh DP//IK.

Bài toán 4 :Chứng minh rằng nếu hai tam giác có các cạnh tương ứng song song thì đường thẳng nối các đỉnh tương ứng đồng quy.

Bài toán đối ngẫu : Trong mặt phẳng xạ ảnh cho tứ giác ABCD ; $I=AC\cap BD$. E,F là 2 điểm bất kì trong mặt phẳng sao cho E, I, F thẳng hàng ; $J=AE\cap FC$;$K=ED\cap BF$. Chứng minh rằng JK, AD, BC đồng quy.

(2) Sử dụng bất biến của các phép biến đổi sáng tạo bài toán mới

Ví dụ 2(Ví dụ 1.6)

(3) Sử dụng các công cụ của HHCC sáng tạo phương pháp mới giải bài toán HHPT

Ví dụ 3

Đối với các bài toán liên quan tới bất biến Afin chúng ta có thể sử dụng một phép biến đổi Afin thường gặp, đó là Phép chiếu song song. Có thể sử dụng tính chất của một phép chiếu song song phù hợp để giải quyết vấn đề hoặc sử dụng mô hình tương đương Afin. Cách giải của hình học cao cấp này cũng có thể chuyển thành ngôn ngữ PT.

Ta xét cụ thể:

Phép chiếu song song

Định nghĩa: Cho α là một m- phẳng trong không gian Afin A^n; $\vec{\beta}$ là một không gian con bù tuyến tính với không gian liên kết $\vec{\alpha}$ của α trong A^n.
Ánh xạ $f : A^n \to \alpha$ biến điểm M thuộc A^n thành M’ là giao của m- phẳng α và (n-m) - phẳng qua M có phương $\vec{\beta}$ gọi là phép chiếu song song cơ sở α , phương $\vec{\beta}$.

Tính chất

- Phép chiếu song song là một ánh xạ Afin.
- Phép chiếu song song từ một m – phẳng α đến một m- phẳng α’ cùng có không gian liên kết bù tuyến tính với $\vec{\beta}$ là một đẳng cấu Afin.
- Đặc biệt, nếu α và α’ là 2 mặt phẳng trong không gian Afin 3 chiều; $\vec{\beta}$ là một không gian con 1 chiều không thuộc không gian liên kết với α và α’ thì phép chiếu song song từ α đến α’ là đẳng cấu Afin.

***Như vậy mọi bất biến Afin đều bất biến qua phép chiếu song song từ mặt phẳng đến mặt phẳng thỏa mãn điều kiện trên*.**

- Luôn tồn tại phép chiếu song song biến tam giác thành tam giác đều, hình bình hành thành hình vuông, elip thành đường tròn.

Cụ thể :

a) Tam giác thành tam giác đều :

Cho tam giác ABC ; Trên mặt phẳng không chứa tam giác dựng tam giác ABC’ đều. Xét phép chiếu song song từ (ABC) đến (ABC’) phương $\overrightarrow{CC'}$ sẽ biến tam giác ABC thành tam giác đều ABC'.

b) Hình bình hành thành hình vuông

Cho hình bình hành ABCD; Trên mặt phẳng không chứa hình bình hành dựng hình vuông ABC'D'. Xét phép chiếu song song từ (ABCD) đến (ABC'D') phương $\overrightarrow{CC'}$ sẽ biến hình bình hành ABCD thành hình vuông ABC'D'.

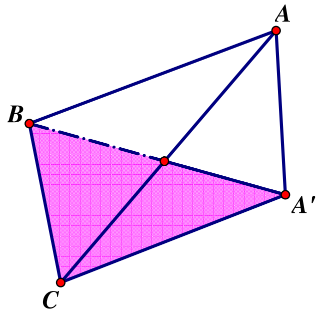
c) Elip thành hình tròn :

Cho elip tâm O. Trong mặt phẳng Q không song song với mặt phẳng P chứa elip và qua điểm A thuộc elip dựng đường tròn tâm O',tiếp xúc với elip tại A. Xét phép chiếu song song từ P tới Q phương OO', biến elip thành đường tròn.

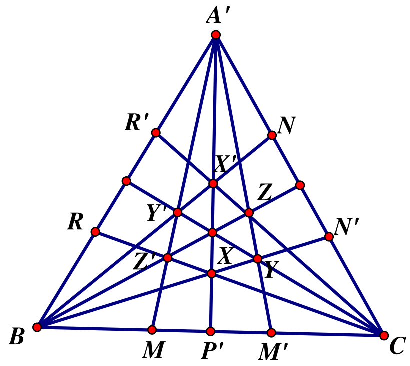
Ứng dụng phép chiếu song song giải toán hình học phổ thông

Ví dụ 1. Qua mỗi đỉnh của tam giác ABC kẻ 2 đường thẳng chia cạnh đối diện của tam giác thành 3 phần bằng nhau. Chứng minh rằng các đường chéo nối các đỉnh đối diện của lục giác được tạo thành từ 6 đường thẳng đó đồng quy tại 1 điểm.

Lời giải. Gọi α là mặt phẳng chứa tam giác ABC, α' là mặt phẳng qua BC, khác α. Trong α' lấy điểm A' sao cho tam giác A'BC là tam giác đều. Xét phép chiếu song song từ α lên α' theo phương AA'. Do phép chiếu song song bảo toàn tỉ số đơn, sự đồng quy nên nó biến tam giác ABC thành tam giác A'BC và 6 đường thẳng tương ứng thành các đường thẳng có tính chất tương tự trên tam giác A'BC. Ta chỉ cần chứng minh bài toán trên tam giác đều A'BC.



Hình 2



Thật vậy, lấy P’ là trung điểm của BC. Vì B và C , R’ và N là 2 cặp điểm đối xứng qua A’P’, ta có các đường thẳng BN và CR’đối xứng qua A’P’ nên giao điểm của chúng là X’ thuộc A’P’. Tương tự, điểm X là giao của CR và BR’ cúng thuộc A’P’. Hay nói cách khác XX’ là đường cao tam giác A’BC.

Tương tự ta có YY’ và ZZ’ là các đường cao còn lại. Do 3 đường cao của tam giác đồng quy, ta có điều phải chứng minh.

Ví dụ 2. Chứng minh rằng trong một tứ diện bất kỳ, tổng của tích 2 cặp cạnh đối lớn hơn tích của cặp cạnh đối còn lại.

Định hướng :

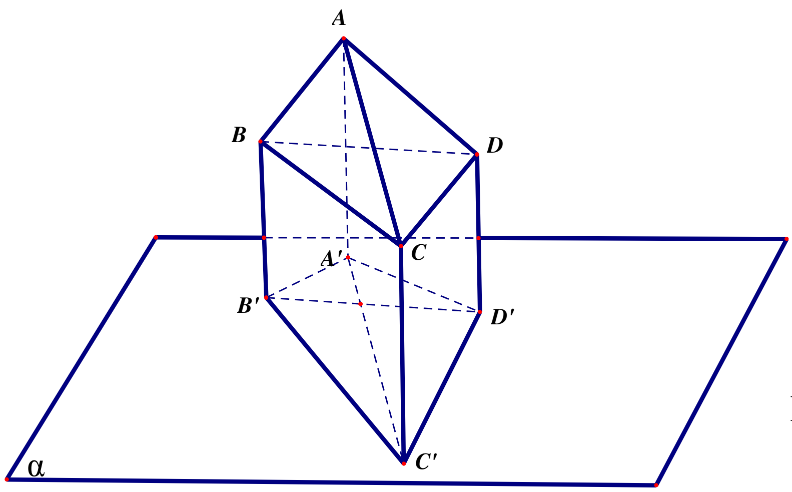
Trong tứ diện ABCD, cần chứng minh AC.BD < AB.CD + AD.BC.

Ta đã biết bất đẳng thức Ptôlêmê đối với tứ giác :

trong tứ giác ABCD, ta có AC.BD $\leq$ AB.CD + AD.BC.

Liên tưởng trên dẫn tới việc cần tìm mối liên hệ giữa độ dài các cạnh của tứ diện ABCD với độ dài các cạnh của một tứ giác. Từ đó liên hệ với việc cần sử dụng một phép chiếu song song phù hợp.

Lời giải



Hình 3

Xét mặt phẳng α song song với hai cạnh AC và BD của tứ diện. Xét phép chiếu vuông góc xuống α biến tứ diện ABCD thành tứ giác A'B'C'D'.

Do α song song với AC và BD, ta có AC = A'C' ; BD = B'D' ; AB >A'B' ; AD>A'D' ; BC > B'C' ; CD > C'D' ;

Theo định lý Ptolemy, A'C'.B'D' $\leq$ A'B'.C'D' + A'D'.B'C'

Do đó : AC.BD $<$ AB.CD + AD.BC

Biện pháp 4 nhằm tổ chức cho SV học tập một cách chủ động, sáng tạo, thể hiện được khả năng của mình đồng thời giúp họ nắm được cách thức tổ chức hoạt động nhóm để sau này họ có thể vận dụng vào dạy học Toán ở trường PT. Cách dạy học này thể hiện tính phân hóa cao trong SV. Việc tổ chức thảo luận trong nhóm với sự có mặt của giảng viên nhằm tối đa hóa số lượng SV được báo cáo trước đám đông bởi vì số SV được báo cáo trước lớp là không nhiều, ngoài ra giảng viên có thể đánh giá được chính xác hơn năng lực và đóng góp của mỗi cá nhân.

Với sự lựa chọn chủ đề hợp lí cho đối tượng SV của lớp và số lần tổ chức vừa phải thì hình thức dạy học này góp phần làm cho SV nắm vững nội dung HHCC, biết cách khai thác những hiểu biết về HHCC để giải quyết các vấn đề HHPT. Thông qua hoạt động này, việc học môn HHCC càng trở nên hứng thú, hiệu quả hơn. Qua biện pháp, SV hình thành NL tổ chức, tự học, NL bồi dưỡng tư duy HS… và rèn luyện thêm bản lĩnh nghề nghiệp sau này.

2.2.5. Biện pháp 5: *Bồi dưỡng khả năng gắn kết toán học với thực tiễn cho SVSP dựa trên tư tưởng của HHCC.*

2.2.5.1. Mục tiêu của biện pháp

Biện pháp này nhằm mục đích phát triển năng lực gắn kết toán học với thực tiễn cuộc sống cũng như thực tiễn nghề nghiệp của SV.

2.2.5.2. Nội dung của biện pháp

Theo phân tích ở chương I, phần 1.5.7, giáo dục nói chung, giáo dục đại học nói riêng phải đạt được hai mục tiêu là mục tiêu lý luận và mục tiêu thực tiễn. Tức là, SV ĐH không những được trang bị kiến thức khoa học một cách có hệ thống mà còn phải là những con người có NL thực hành, áp dụng các kiến thức đã học được vào thực tiễn đời sống cũng như nghề nghiệp sau này. Do đó việc bồi dưỡng năng lực gắn kết toán học với thực tiễn cho SV là thực sự cần thiết. Bồi dưỡng cho SVSP Toán năng lực gắn kết toán học với thực tiễn có thể theo một số cách thức:

(1) Bồi dưỡng cơ sở tư duy biện chứng cho SV thông qua việc cài đặt một cách hợp lý vào các bài giảng HHCC

Toán học cũng như các môn khoa học khác đều luôn trong quá trình vận động và phát triển. Sự kế tiếp của mỗi thời kỳ tuân theo một logic nhất định phản ánh tiến trình phát triển nội tại của toán học và của những nhân tố bên ngoài, tác động vào nó. Cũng như các tri thức khác, sự phát triển của tri thức toán học mang tính biện chứng sâu sắc. Nó là quá trình vừa kế thừa vừa đổi mới về chất giữa các thời kỳ. Các tri thức toán học ở thời kỳ sau chung hơn, sâu sắc hơn, đa dạng hơn thời kỳ trước và bao quát nó như trường hợp riêng. Khi nghiên cứu lịch sử hình học, ta nhận thấy, ban đầu, các khái niệm hình học chỉ được xem xét thông qua những trường hợp riêng bằng việc quan sát, đo đạc thực tế. Qua quá trình phát triển, các bài toán mới được hình thành bằng suy luận logic chặt chẽ, chứa những bài toán trước đó như những trường hợp riêng. Chẳng hạn, định lý Pitago được hình thành từ thời kỳ cổ đại, thế kỷ 5, 4 trước Công nguyên, với nhiều cách phát biểu khác nhau như:, "*Tổng diện tích của hai hình vuông vẽ trên cạnh kề của một tam giác vuông bằng diện tích hình vuông vẽ trên cạnh huyền của tam giác này.*", "*Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng bình phương 2 cạnh góc vuông*"…Đến khi hình học vectơ ra đời vào thế kỷ 18, định lý này được phát biểu dưới dạng:" Cho 2 vectơ $\vec{x}, \vec{y}$, ta có $\left\|\vec{x}+\vec{y}\right\|^2 \leq \left\|\vec{x}\right\|^2 + \left\|\vec{y}\right\|^2$, đẳng thức xảy ra khi $\vec{x}$ trực giao với $\vec{y}$". Khi nghiên cứu HHCC, định lý được phát biểu tổng quát với đơn hình vuông. Do đó khi nghiên cứu một vấn đề toán học nói chung, hình học nói riêng, SV cần xem xét nó trong sự vận động và phát triển và trong mối tương quan với các vấn đề khác, hay nói một cách khác, SV cần có tư duy biện chứng. Theo [67], tư duy biện chứng trong toán học cũng tuân theo quy luật từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng và từ trừu tượng trở về thực tiễn, được đặc trưng bởi những khả năng nhận thức được một số quy luật sau đây:

- Quy luật về mối liên hệ giữa nguyên nhân và kết quả: Tư duy toán học, nội dung, kiến thức toán học là một chuỗi liên kết chặt chẽ với nhau, các nội dung đã biết tạo tiền đề và giải thích cho sự xuất hiện nội dung mới và ngược lại, một nội dung mới xuất hiện có thể giải thích căn nguyên của sự tồn tại các kiến thức cũ.

- Quy luật về mối liên hệ giữa cái chung và cái riêng: Sự sắp xếp chương trình học toán nói chung thường dẫn dắt HS đi từ các trường hợp riêng rồi khái quát, mở rộng lên những cái chung. Các phát minh toán học cũng chủ yếu là sự mở rộng từ một cái riêng đã biết thành một hay nhiều cái chung trước đó chưa ai biết. Như vậy, thuộc tính chung, thuộc tính tổng quát chỉ có thể tìm trong những trường hợp riêng cụ thể. Từ đó, trong dạy học toán, cần luyện tập cho SV biết cách khảo sát các trường hợp riêng rồi thực hiện các thao tác phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa… để tìm ra những thuộc tính chung của đối tượng toán học. Ngược lại, trong thực hành, phải biết áp dụng các quy luật chung để giải quyết từng trường hợp cụ thể.

- Quy luật về mối liên hệ giữa cụ thể và trừu tượng: Quy luật này thể hiện quan điểm nhận thức được nhấn mạnh trong triết học Mác- Lênin, từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng, từ tư duy trừu tượng quay trở về với thực tiễn. Sự phát triển của toán học là một quá trình trừu tượng hóa liên tiếp.

Do đó, để SV có thể nhận thức nội dung toán học cũng như có thể ứng dụng các hiểu biết ở trường ĐH vào công tác dạy học ở trường PT sau này, trong quá trình dạy học ở ĐH, GV cần quan tâm sử dụng trực quan để hỗ trợ khám phá kiến thức mới như: sơ đồ, hình vẽ, đồ thị, hình biểu diễn, hình động tạo nên từ các phần mềm dạy học… Sau đó mới từ từ nâng từng bước tư duy trừu tượng của SV thông qua các thao tác mở rộng, khái quát hóa...

- Quy luật về mối liên hệ giữa nội dung và hình thức: Ta nhận thấy, cùng một nội dung toán học có thể có nhiều hình thức thể hiện khác nhau, ngược lại một hình thức có thể phù hợp với nhiều nội dung. Do đó với mỗi vấn đề toán học, SV cần rèn luyện khả năng nhìn nhận mối liên hệ bên trong và bên ngoài của các nội dung kiến thức, để từ đó phát hiện cách giải quyết vấn đề nhờ huy động các kiến thức liên quan và lựa chọn hình thức thể hiện phù hợp và hiệu quả nhất.

Việc dạy học toán ở các trường ĐHSP cần hướng tới việc hình thành thế giới quan duy vật biện chứng cho SV. Điều đó giúp cho thế hệ trẻ có một cách nhìn, cách xem xét hiện thực thực tiễn hơn về lĩnh vực chuyên môn của mình. Nền tảng tư duy biện chứng sẽ giúp SV có định hướng chính xác và khả năng giải quyết các vấn đề trong thực tế dạy học toán PT cũng như trong cuộc sống một cách linh hoạt và hiệu quả.

(2) Tạo cơ hội cho SV mô hình hóa toán học các tình huống thực tiễn

Để xây dựng mô hình toán của các hiện tượng nghiên cứu, theo [92, tr 21], ta cần hiểu: *mô hình toán* là "*sự mô tả gần đúng một lớp hiện tượng nào đó của thế giới khách quan nhờ sử dụng ngôn ngữ và ký hiệu toán học*".

Hình học bắt nguồn từ thực tế. Các đối tượng hình học như các hình thức không gian, các quan hệ định lượng giữa các đối tượng đều xuất phát từ hoạt động của con người. Tuy đã qua quá trình trừu tượng hóa liên tiếp để sáng tạo ra các đối tượng, quan hệ mới nhưng toán học không mất đi bản chất gốc mà chỉ làm cho bản chất đó chính xác và rõ ràng hơn, làm cho nó trở thành công cụ tư duy sắc bén để giải quyết những một loạt vấn đề về mặt hình thức rất khác nhau nhưng có chung một bản chất. Nếu hiểu được bản chất đó, SV sẽ có khả năng thiết lập mô hình toán học và lựa chọn được phương án tối ưu để giải quyết không phải các vấn đề riêng lẻ mà là một lớp các vấn đề. Để SV tập dượt khả năng này, trong quá trình dạy học, ta có thể cho SV thực hiện 2 quá trình: Từ thực tiễn mô hình hóa toán học và từ mô hình trở về thực tiễn.

Ví dụ 2.12. Từ bất đẳng thức tam giác: Trong tam giác ABC, AB + BC > AC ta có thể sử dụng kí hiệu toán học dẫn đến công thức:

Với 3 điểm A,B,C không thẳng hàng bất kì, d(A,B) + d(B,C) > d(A,C)

hay $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| + \left\|\overrightarrow{BC}\right\| > \left\|\overrightarrow{AC}\right\|$ Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{x}; \overrightarrow{BC} = \vec{y} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = \vec{x} + \vec{y}$ .Ta có $\left\|\vec{x}\right\| + \left\|\vec{y}\right\| > \left\|\vec{x} + \vec{y}\right\|, \forall \vec{x}, \vec{y}$ độc lập tuyến tính. Sau đó sử công thức khoảng cách giữa 2 điểm được xây dựng nhờ một tích vô hướng bất kỳ trong không gian Euclide có thể tạo nên bất đẳng thức Côsi- Bunhiacốpxki quen thuộc.

Ví dụ 2.13

Từ định lý: Tổng các góc trong một tam giác bằng 180^0 hai nhà thiên văn người Pháp là Lalande và Lacaille đã tìm ra gần đúng khoảng cách từ trái đất đến mặt trăng từ năm 1751 bằng cách đứng cách xa nhau, một người ở Berlin, một người ở Mũi Hảo vọng rồi đo góc nhìn của họ tới mặt trăng.

Ví dụ 2.14

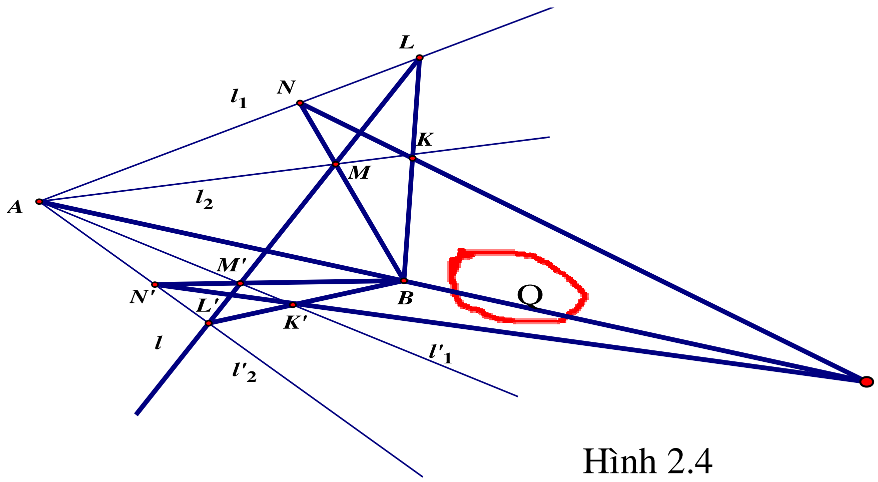
Người ta cần làm một con đường xuyên qua khu vườn có nhiều cây cao trong một công viên. Khi đó mọi thiết bị chiếu thẳng đều bị chắn. Làm thế nào để hoàn thành công việc mà con đường vẫn không đổi phương.

Mô hình toán học:

Trên mặt phẳng cho đoạn AB và một miền Q. Bằng cách nào chỉ dùng thước kẻ kéo dài được đoạn AB sang phía bên phải của miền Q, biết rằng không kẻ được đường nào trong miền đó.

NHẬN XÉT.

Sử dụng tính chất của tứ cạnh toàn phần giải bài toán: Kẻ qua A hai đường thẳng l_1, l_2 không cắt miền Q và qua B kẻ 2 đường thẳng cắt l_1, l_2 tại các điểm K, L và M, N. Đường thẳng ML kí hiệu là l. Kẻ qua A hai đường thẳng l_1’, l_2’ cắt l tại các điểm M’, L’. Gỉa sử các đường thẳng BL’ cắt l_1’tại K’, BM’cắt l_2’ tại N’. Khi đó giao điểm D của KN và K’N’ thuộc đường thẳng AB (vì ta dựng được 2 tứ cạnh có cùng đường chéo).



Hình 2.4

Bằng cách tương tự ta dựng tiếp 1 điêm nữa sau miền Q. Nối 2 điểm nhận được ta có đường thẳng cần tìm.

(3) Thông qua bài giảng, làm sáng tỏ cho sinh viên nguồn gốc phát sinh phát triển của kiến thức hình học

Kiến thức toán học phát sinh từ các mâu thuẫn trong cuộc sống cũng như trong nội bộ toán học. Kiến thức hình học mang tính thực tiễn cao. Từ các vấn đề trong đời sống như đo đạc, tính toán độ dài, diện tích, thể tích… và thông qua việc trừu tượng hóa liên tiếp mà phát triển thành một hệ thống kiến thức trong hình học hiện đại. Việc tìm hiểu nguồn gốc phát sinh, quá trình phát triển của hệ thống kiến thức giúp SV hiểu sâu sắc nội dung, ý nghĩa của các bài toán. Từ đó thúc đẩy họ hứng thú, tự giác tích cực trong học tập, nghiên cứu và dễ dàng vận dụng kiến thức vào thực tế hoặc phát triển thêm các kiến thức mới theo phương pháp luận của những người đi trước.

Ví dụ 2.15

Khi hướng dẫn cho SV nghiên cứu về các siêu mặt bậc hai, giảng viên có thể giới thiệu cho SV quá trình nghiên cứu mặt conic: Từ thế kỷ 3 trước Công nguyên, Perga đã chỉ ra các đường conic là giao tuyến của mặt phẳng và mặt nón. Đến thế kỷ 17, Decartes đã thể hiện các mặt conic dưới dạng phương trình và chỉ ra rằng có thể thu được các mặt conic từ các phương trình bậc hai. Pascal (1623 – 1662) đã tạo nên quan niệm hiện đại bằng cách tiếp cận mặt conic theo quan điểm giải tích. Đến thế kỷ 20, mặt conic là một phần của lí thuyết tổng quát hơn về dạng toàn phương…

Từ việc tìm hiểu này, SV có thể nhận thấy tính ưu việt của phương pháp đại số hóa hình học và có thể sử dụng công cụ đó vào giải quyết các vấn đề hình học phức tạp.

(4) Khai thác, mở rộng phạm vi áp dụng kiến thức toán học vào thực tiễn

Trong quá trình giảng dạy ở trường SP, GV cần tạo cho người học ý thức thói quen sử dụng kiến thức toán học để giải quyết những vấn đề khác nảy sinh trong thực tiễn. Thực tiễn này có thể thể hiện bằng các mối quan hệ trong toán học, giữa toán học và các môn học khác hoặc trong cuộc sống. Phạm vi áp dụng của toán học càng rộng thì kiến thức đó càng trở nên có ý nghĩa và càng thúc đẩy SV đi sâu nghiên cứu hơn.Không chỉ mở rộng phạm vi áp dụng, quan trọng nhất là SV cần biết các cách thức để có thể khai thác mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn. Mối liên hệ đó có thể trực tiếp hoặc gián tiếp thông qua các quy luật biện chứng, logic mà toán học đem lại như: khái quát hóa, tương tự hóa, đặc biệt hóa...

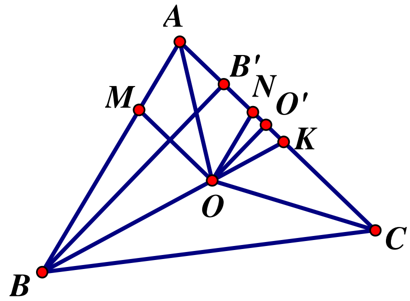
Ví dụ 2.16. Xét bài toán: Cho O là điểm nằm trong tam giác ABC. Gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích các tam giác OBC, OCA, OAB.

Chứng minh rằng $S_1\overrightarrow{OA} + S_2\overrightarrow{OB} + S_3\overrightarrow{OC} = \vec{0}$

Giải . Gọi S là diện tích tam giác ABC.

Kẻ ON//AB; OM//AC; OO' và BB' vuông góc với AC. Ta có: $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$

$$x = \frac{AM}{AB}; y = \frac{AN}{AC}; x = \frac{AM}{AB} = \frac{ON}{AB} = \frac{KO}{KB} = \frac{OO'}{BB'} = \frac{S_2}{S}$$



Hình 2.5

tương tự $y = \frac{S_3}{S}$;

$$\overrightarrow{AO} = \frac{S_2}{S}\overrightarrow{AB} + \frac{S_3}{S}\overrightarrow{AC} = \frac{S_2}{S}(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) + \frac{S_3}{S}(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA})$$

hay $S_1\overrightarrow{OA} + S_2\overrightarrow{OB} + S_3\overrightarrow{OC} = \vec{0}$

Ta có thể khai thác bài toán này theo một số cách thức:

Cách 1. Ta xét trường hợp đặc biệt: Nếu O là điểm nhìn các cạnh của tam giác ABC dưới các góc bằng nhau là 120^0(O là giao của 3 đường tròn ngoại tiếp các tam giác đều lần lượt có cạnh là AB, BC, CA dựng ra phía ngoài tam giác) thì công thức trên trở thành:

$$\frac{OA.OB.OC.\sin 120^0}{OA}\overrightarrow{OA} + \frac{OA.OB.OC.\sin 120^0}{OB}\overrightarrow{OB} + \frac{OA.OB.OC.\sin 120^0}{OC}\overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{OA}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{OB}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{OC}\overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

Kết quả này dẫn đến một kiến thức vật lí quen thuộc là: Nếu tác động vào một vật ba lực bằng nhau và tạo với nhau góc 120^0 thì vật đó đứng yên.

Cách 2. Tương tự hóa theo cấu trúc thành bài toán với tứ diện.

Cho O là điểm nằm trong tứ diện ABCD. Gọi V_1, V_2, V_3, V_4 lần lượt là thể tích các tứ diện OBCD, OCDA, ODAB, OABC.

Chứng minh rằng $V_1\overrightarrow{OA} + V_2\overrightarrow{OB} + V_3\overrightarrow{OC} + V_4\overrightarrow{OD} = \vec{0}$

Cách 3. Tổng quát hóa thành bài toán với đơn hình.

Cho O là điểm nằm trong (n -1) - đơn hình $S(A_1, A_2, .., A_n)$ trong không gian

(n -1) chiều A. Gọi V_i là thể tích các (n -1) - đơn hình bỏ đỉnh A_i, $S(O, A_1, A_2, .., \widehat{A_i}, ..., A_n)$. Chứng minh rằng $V_1\overrightarrow{OA_1} + V_2\overrightarrow{OA_2} + .. + V_n\overrightarrow{OA_n} = \vec{0}$

Chứng minh.

Ta có $A_1, A_2,\ldots,A_n$ là n điểm độc lập nên tạo thành một mục tiêu afin của không gian afin A. Gỉa sử $\overrightarrow{A_1O}=x_2\overrightarrow{A_1A_2}+..+x_n\overrightarrow{A_2A_n}$; $x_2=\dfrac{OO'}{A_1A_2}$ với O' là hình chiếu của O theo phương A_1A_2 xuống (n-2)-phẳng chứa $S(A_1,\widehat{A_2},\ldots,A_n)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O và H_2 là hình chiếu vuông góc của A_2 xuống (n-2) - phẳng chứa $S(A_1,\widehat{A_2},\ldots,A_n)$. Do tam giác OO'H đồng dạng với tam giác $A_2A_1H_2$ nên ta có: $x_2=\dfrac{OO'}{A_1A_2}=\dfrac{OH}{A_2H_2}=\dfrac{d(O,\alpha_2)}{d(A_2,\alpha_2)}=\dfrac{V_2}{V}$.

Lí luận tương tự, ta có $x_i=\dfrac{V_i}{V}$ $(i=1,..,n)$; Vậy:

$$\overrightarrow{A_1O}=\frac{V_2}{V}\overrightarrow{A_1A_2}+..+\frac{V_n}{V}\overrightarrow{A_2A_n}\Leftrightarrow V.\overrightarrow{A_1O}=V_2\overrightarrow{A_1A_2}+..+V_n\overrightarrow{A_2A_n}$$
$$\Leftrightarrow V.\overrightarrow{A_1O}=V_2(\overrightarrow{OA_2}-\overrightarrow{OA_1})+..+V_n(\overrightarrow{OA_n}-\overrightarrow{OA_1})$$
$$\Leftrightarrow (V-V_2-\ldots-V_n).\overrightarrow{OA_1}+V_2\overrightarrow{OA_2}+..+V_n\overrightarrow{OA_n}=\vec{0}$$
$$\Leftrightarrow V_1.\overrightarrow{OA_1}+V_2\overrightarrow{OA_2}+..+V_n\overrightarrow{OA_n}=\vec{0}$$

Ta có điều phải chứng minh.

Những tư tưởng của biện pháp 5 góp một phần giáo dục phương pháp luận nhận thức cho sinh viên SP Toán. Có được khả năng ấy vì toán học là một bộ phận không thể tách rời của đời sống, là một công cụ hữu hiệu để giải quyết các bài toán không chỉ trong nội bộ toán học mà trong các môn khoa học khác cũng như trong thực tế. Việc nghiên cứu, giảng dạy toán học trong nhà trường cần hướng tới tính khả dụng của toán học để nó có thể phát huy sức mạnh tiềm tàng trong mọi lĩnh vực của xã hội. Đó cũng là xu hướng tất yếu của đổi mới giáo dục toán học trong các trường ĐH và trường PT.

2.3. Kết luận chương 2.

Trong chương này, dựa trên cơ sở khoa học đề cập ở chương 1, chúng tôi đã đề xuất 4 nguyên tắc và 5 biện pháp nhằm hướng vào chuẩn bị một số thành tố của NL dạy học hình học cho SV SP Toán thông qua dạy học môn HHCC ở ĐH. Có thể xem các biện pháp đượcđề xuất là những đóng góp mới, chính yếu của chúng tôi, sau nghiên cứu đề tài luận án này, đó là:

*Biện pháp 1***:** Xây dựng một số tình huống cho SV tập dượt khai thác mối liên hệ giữa HHCC và HHPT trong tiến trình hình thành và vận dụng kiến thức HHCC.

Biện pháp 2: Điều chỉnh và bổ sung hệ thống bài tập trong các giáo trình HHCC theo hướng tiếp cận nội dung HHPT.

Biện pháp 3: Biên soạn tài liệu hướng dẫn sinh viên tự học bộ môn theo hướng khai thác kiến thức HHCC trong dạy học HHPT.

Biện pháp 4: Tổ chức cho SV SP Toán tập dượt khả năng gắn kết giữa HHCC và HHPT thông qua các seminar khoa học.

Biện pháp 5: Bồi dưỡng khả năng gắn kết toán học với thực tiễn cho sinh viên SP dựa trên tư tưởng của HHCC.

Chúng tôi cũng đã làm rõ: Mỗi biện pháp đó được sử dụng trong một số khâu nhất định của quá trình dạy học HHCC ở bậc ĐH. Mặt khác, các biện pháp hỗ trợ lẫn nhau trong việc chuẩn bị cho SV SP Toán những thành tố của NL dạy học HHPT nói riêng, NLNN nói chung, giúp họ có thể dạy tốt HHPT. Biện pháp 1 được sử dụng ngay trong quá trình GV dạy học trên lớp, mang tính chất gợi mở cho SV những cách thức có thể khai thác mối liên hệ giữa

HHCC và HHPT, qua đó hình thành bước đầu những thành tố của NL dạy học HHPT. Biện pháp 2 giúp SV tập dượt những thao tác đã được gợi mở trên lớp, tuy nhiên chỉ với những chủ đề tương đối nhỏ, cụ thể. Còn đối với những chủ đề lớn, cần sự chuẩn bị kỹ càng hơn, chúng tôi sử dụng biện pháp 3. Sau khi SV đã có một lượng kiến thức nhất định về phương thức gắn kết giữa HHCC và HHPT, chúng tôi mới thực hiện biện pháp 4. Biện pháp 5 có thể thực hiện trong mọi giai đoạn của quá trình dạy học, bổ sung thêm cho các biện pháp 1, 2, 3, 4.

Các chủ đề cụ thể chúng tôi nêu trong các biện pháp có thể sử dụng linh hoạt trong nhiều trường hợp tùy theo điều kiện thực tế của quá trình giảng dạy HHCC. Các chủ đề đó và các ví dụ minh họa cũng có thể sử dụng như những tài liệu tham khảo cho các SV và GV quan tâm nghiên cứu về vấn đề này.

Chương 3. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích thực nghiệm

Thực nghiệm sư phạm nhằm bước đầu kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của việc thực hiện một số biện pháp được đề xuất trong luận án. Từ đó rút ra một số kết luận bước đầu và bổ sung những khuyến nghị nhằm:

- Góp phần dạy học hiệu quả hơn môn HHCC ở trường ĐHSP.
- Góp phần nâng cao khả năng thực hành cho sinh viên SP ngành Toán trong việc phân tích nội dung chương trình, SGK.
- Góp phần bồi dưỡng NLNN cho sinh viên SP ngành Toán.

3.2. Nội dung thực nghiệm

Nội dung 1: Thực nghiệm việc tổ chức dạy học một số nội dung HHCC trong chương trình ĐH theo hướng chuẩn bị NLNN cho SV SP Toán.

Nội dung 2: Thực nghiệm việc tổ chức các seminar, thảo luận nhóm về các chủ đề thuộc nội dung môn HHCC theo hướng chuẩn bị NL dạy học HHPT cho SV SP Toán.

Nội dung 3: Hướng dẫn SV làm Khóa luận tốt nghiệp theo hướng nghiên cứu của đề tài. Triển khai một số nội dung theo hướng nghiên cứu của đề tài cho SV làm khóa luận tốt nghiệp.

Các nội dung kiến thức, các hoạt động học tập được thực hiện đúng theo tinh thần mà Chương II của luận án nêu ra.

3.3. Tổ chức thực nghiệm

Nội dung 1 được triển khai cho SV năm thứ hai trong chương trình đào tạo ĐHSP ngành Toán tại Trường ĐH Hải Phòng và Trường ĐH Hồng Đức, Thanh Hóa. Từ 2/ 2013 đến 5/ 2013, chúng tôi triển khai dạy thực nghiệm cho 48 SV lớp ĐHSP Toán K12 trong học phần: Hình học Afin và hình học Euclide, do tác giả luận án và Th. S Nguyễn Thị Thu Hằng, NCS Toán, giảng viên dạy Hình học trực tiếp giảng dạy. Tại Trường ĐH Hồng Đức, chúng tôi triển khai dạy học cho 72 SV lớp ĐHSP Toán K15 trong học phần: Hình học Afin và hình học Euclide, do Th.S Nguyễn Thị Kim Liên, giảng viên tổ Hình học thực hiện. Chúng tôi triển khai thực nghiệm dưới hình thức tích hợp các chuyên đề vào quá trình dạy học nội dung Hình học Afin và hình học Euclide. Đồng thời chúng tôi kết hợp đưa hệ thống bài tập đã xây dựng theo định hướng chuẩn bị NL dạy học HHPT ở biện pháp 2 cho SV thực hành trong quá trình dạy học.

Nội dung 2 được triển khai cho SV Khoa Toán, Trường ĐH Hải Phòng. Chúng tôi tiến hành seminar với 82 SV năm thứ 4 ở các lớp: ĐHSP Toán K11, ĐH Toán K11 trong nội dung môn seminar tự chọn. Thực nghiệm được tiến hành từ 8/ 2013 đến 11/ 2013 tại lớp ĐHSP Toán K11 và ĐH Toán K11. Nội dung seminar do tác giả trực tiếp biên soạn và hướng dẫn. Trước khi tiến hành thực nghiệm nội dung 1 và nội dung 2, chúng tôi đã trao đổi kỹ với các giảng viên hướng dẫn về mục đích, cách thức và kế hoạch thực hiện. Trước khi seminar nội dung 2, SV được kiểm tra đầu vào. Sau khi seminar thực nghiệm, chúng tôi cho các nhóm làm bài kiểm tra đầu ra để bước đầu đánh giá kết quả.

Nội dung 3 do tác giả triển khai cho bốn SV được phân công:

- Nguyễn Thị Luyên, lớp ĐH Toán K2, năm 2005.
- Nguyễn Mai Hòa, lớp ĐH Toán K3, năm 2006.
- Phạm Thị Hậu, lớp ĐH Toán K10, năm 2013.
- Nguyễn Thu Hằng, lớp ĐHSP Toán K10, năm 2013.

SV là người thực hiện đề tài theo yêu cầu của tác giả.

3.4. Kết quả thực nghiệm và một số đánh giá bước đầu

3.4.1. Nội dung 1: Thực nghiệm tổ chức dạy học một số nội dung HHCC theo hướng chuẩn bị NLNN cho SV Toán.

Chúng tôi thực nghiệm nội dung này nhằm kiểm tra tính khả thi của biện pháp 1. Chúng tôi tổ chức dạy học một số chuyên đề HHCC theo hướng chuẩn bị bước đầu cho SV SP Toán một số NL dạy học HHPT như: NL chuyển hóa sư phạm, NL bồi dưỡng tư duy cho HS, NL sáng tạo…thông qua các chuyên đề cụ thể. Những chuyên đề này được dạy sau khi SV đã nắm được các nội dung kiến thức cơ bản thuộc HHCC có liên quan. Sau đó, giảng viên hướng dẫn thêm cho SV một số kỹ năng vận dụng các vấn đề vừa nghiên cứu trong dạy học HHPT. Hoạt động này được thực hiện trong thời gian tự học của SV(Chương trình Hình học Afin và hình học Euclide có 5 tiết tự học có hướng dẫn của giáo viên). Chúng tôi trình bày cụ thể quá trình dạy học 2 chủ đề và một số đánh giá bước đầu.

Chủ đề 1: Ứng dụng tâm tỉ cự giải toán HHPT; Chủ đề 2: Phát hiện bài toán tương tự theo cấu trúc trong mặt phẳng và trong không gian.

Cụ thể, với Chủ đề 1: Ứng dụng tâm tỉ cự giải toán HHPT.

Bài giảng được thực hiện vào Tiết 1,2 ngày 25/ 2/ 2013 ở lớp ĐHSP Toán K12, trường ĐH Hải Phòng. Trước khi thực hiện bài học, chúng tôi yêu cầu SV ôn lại định nghĩa, tính chất Tâm tỉ cự, tự biểu diễn tâm tỉ cự của một số hệ điểm. Sau đó chúng tôi thực hiện bài học theo kế hoạch sau:

Kế hoạch bài học “ Ứng dụng tâm tỉ cự giải toán HHPT”

1. Mục tiêu bài học

- Kiến thức

SV nắm được mối liên hệ giữa khái niệm, tính chất “ Tâm tỉ cự” của HHCC với những kiến thức HHPT tương ứng. Cụ thể:

- SV nắm được ý nghĩa của khái niệm “Tâm tỉ cự” và các tính chất của nó trong dạy học Toán PT.
- SV có kiến thức để nhận dạng các bài toán có thể sử dụng công cụ “Tâm tỉ cự”.

- SV biết chuyển biểu thức từ hình thức "Tâm tỉ cự" sang hình thức vectơ.

- Kỹ năng

SV bước đầu có kỹ năng chuyển hóa SP khái niệm và tính chất " Tâm tỉ cự" trong HHCC thành các khái niệm và tính chất tương ứng của hệ thức vectơ trong HHPT. Cụ thể:

- SV có thể chuyển biểu thức "Tâm tỉ cự" từ hình thức được trình bày trong HHCC sang hình thức biểu thức vectơ.
- SV có thể nhận dạng các bài toán có thể sử dụng tính chất của "Tâm tỉ cự".
- SV bước đầu vận dụng được khái niệm "Tâm tỉ cự" vào việc định hướng giải quyết một số bài toán trong hình học PT và chuyển lời giải thành ngôn ngữ HHPT.

- Thái độ: SV tích cực tham gia vào bài học.
- Phương pháp và phương tiện dạy học

- Phương pháp: Dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề, dạy học hợp tác.
- Phương tiện: Giáo án và các phương tiện cần thiết.

2. Kế hoạch bài học

Kế hoạch bài học được thiết kế thông qua 4 hoạt động .

Hoạt động 1. Giải bài toán 1:

Cho $G = T_{tc}\begin{bmatrix} A & B \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$; $G' = T_{tc}\begin{bmatrix} A & B & C \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

O là một điểm bất kỳ trong mặt phẳng, tính $\overrightarrow{OG};\overrightarrow{OG'}$. Dựng điểm G, G'. Nhận xét về vị trí tương đối của G đối với A,B, của G' đối với A, B, C.

Hoạt động 2. Giải bài toán 2:

Cho hình bình hành ABCD. M là một điểm thuộc AB. $\overrightarrow{MA} = \lambda\overrightarrow{MB}; (\lambda \in (0,1))$. N là một điểm thuộc CD. $\overrightarrow{NC} = \mu\overrightarrow{ND}; (\mu \in (0,1))$. I là trung điểm của MN. Khi đó, I là tâm tỉ cự của A, B, C, D với họ hệ số là bao nhiêu?

Hoạt động 3. Giải bài toán sau bằng tính chất Tâm tỉ cự.

Bài toán 3: Cho A, B, C, D là 4 điểm trong không gian. Gọi I, J, K, L, M, N lần lượt là các trung điểm của AB, CD, AC, BD, AD, BC. Chứng minh các đoạn thẳng IJ, KL, MN có cùng trung điểm.

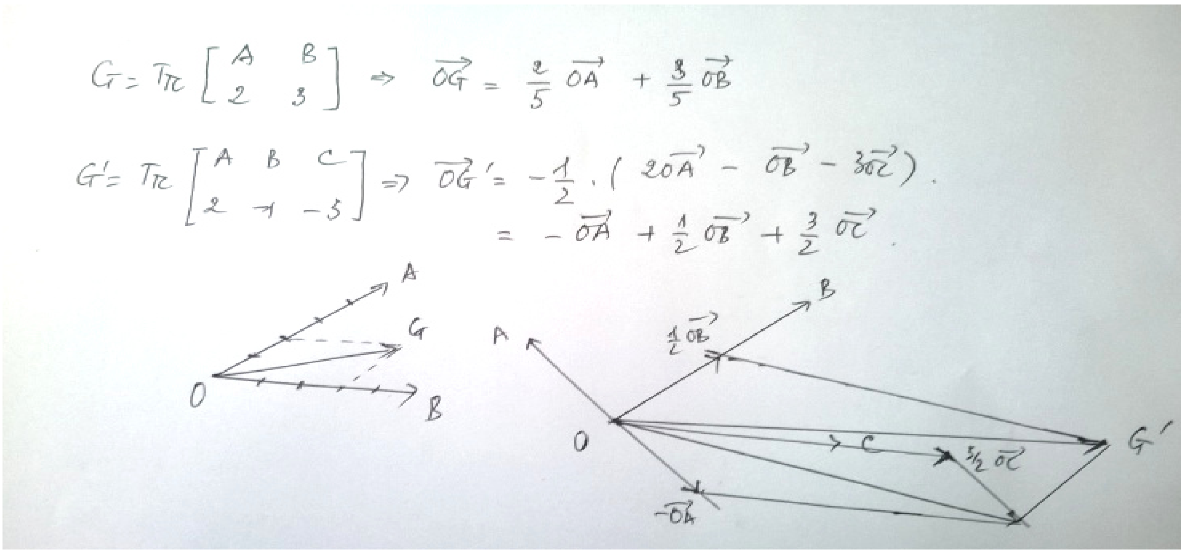
Hoạt động 4. Chuyển lời giải bài toán 3 sang ngôn ngữ vectơ.

Tổng quát hóa bài toán 3 trong trường hợp 6 điểm và số điểm bất kỳ.

3. Biên bản giờ học

Giảng viên ổn định lớp, chia lớp thành 4 nhóm. Giảng viên trình chiếu yêu cầu hoạt động 1. SV thực hiện hoạt động 1 theo nhóm. SV thực hiện xong hoạt động 1, giảng viên cho SV đại diện nhóm 1 trình bày lời giải.

Lời giải:



GV: Các nhóm nhận xét về vị trí tương đối của G với hệ điểm ban đầu?

Nhóm 2: Điểm G, A,B thẳng hàng.

Nhóm 3: Điểm G’ thuộc mặt phẳng chứa A,B,C.

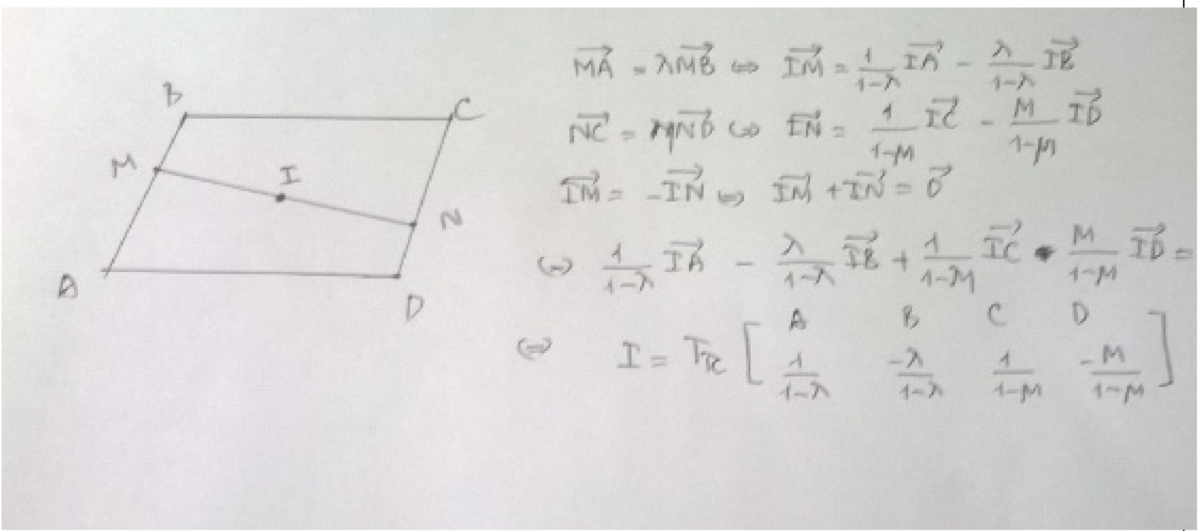
Các nhóm thống nhất: Tâm tỉ cự thuộc phẳng nhỏ nhất chứa hệ điểm ban đầu.

GV: Điều ngược lại có đúng không?

Nhóm 2: Đúng. Đây là một tính chất của Tâm tỉ cự.

GV: Như vậy, khái niệm "Tâm tỉ cự" là một khái niệm của HHCC có thể biểu diễn tính thẳng hàng, đồng phẳng của hệ điểm. Về bản chất, biểu thức Tâm tỉ cự là hệ thức vectơ.

Giảng viên tiếp tục trình chiếu yêu cầu hoạt động 2. SV thực hiện hoạt động 2 theo nhóm. SV thực hiện xong hoạt động 2, GV cho SV đại diện nhóm 2 trình bày lời giải. Lời giải:



Các nhóm hoàn thiện lời giải.

GV: Một số hệ thức liên hệ giữa các vectơ trong mặt phẳng hay trong không gian cũng có thể chuyển thành hệ thức của "Tâm tỉ cự".

Giảng viên tiếp tục trình chiếu yêu cầu hoạt động 3.

SV thực hiện hoạt động 3 theo nhóm.

SV thực hiện xong hoạt động 3, giảng viên cho SV đại diện nhóm 3 trình bày lời giải. Lời giải nhóm 3:

$$T_{tc}\begin{bmatrix} A & B & C & D \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = T_{tc}\begin{bmatrix} T_{tc}\begin{bmatrix} A & B \\ 1 & 1 \end{bmatrix} & T_{tc}\begin{bmatrix} C & D \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = T_{tc}\begin{bmatrix} I & J \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Tương tự:

$$T_{tc}\begin{bmatrix} A & B & C & D \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = T_{tc}\begin{bmatrix} K & L \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; T_{tc}\begin{bmatrix} A & B & C & D \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = T_{tc}\begin{bmatrix} M & N \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Từ đó có điều phải chứng minh.

Các nhóm thống nhất, hoàn thiện lời giải.

GV: Những bài toán nào có thể sử dụng công cụ Tâm tỉ cự?

Nhóm 4: Các dạng toán liên quan đến hệ thức vectơ.

Nhóm 1: Không phải mọi hệ thức vectơ mà chỉ là tổ hợp tuyến tính của hệ vectơ mà thôi.

GV: Những hệ thức vectơ nào không biểu diễn được qua tâm tỉ cự?

Nhóm 2: Tích vô hướng, tích có hướng của 2 vectơ…

GV: Tâm tỉ cự là một khái niệm Afin. Như vậy, chỉ có các bài toán liên quan đến các bất biến Afin có thể giải quyết bằng công cụ Tâm tỉ cự. Các bài toán liên quan đến yếu tố lượng như góc, khoảng cách, thể tích không dùng được công cụ này.

Giảng viên tiếp tục trình chiếu yêu cầu hoạt động 4. SV thực hiện hoạt động 4 theo nhóm. SV thực hiện xong hoạt động 4, giảng viên cho SV đại diện nhóm 4 trình bày lời giải.

Chuyển ngôn ngữ vectơ:

Giả sử G là trọng tâm của tứ diện ABCD. Khi đó

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ} = \vec{0}$$

Tương tự: $\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{GL}=\vec{0}$; $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0}$

GV: Các em có nhận xét gì về điều kiện không đồng phẳng của 4 điểm?

SV: Điều kiện này không cần thiết, có thể bỏ được.

GV: Vậy các em hãy tổng quát hóa bài toán.

SV nhóm 4 có một cách tổng quát hóa bài toán như sau:

Cho A, B, C, D, E, F là 6 điểm trong không gian. Gọi I_k là trọng tâm tam giác tạo bởi 3 điểm trong số 6 điểm trên; J_k là trọng tâm tam giác tạo bởi 3 điểm còn lại, k = 1,.., 20. Chứng minh rằng các đoạn thẳng I_kJ_k có cùng trung điểm.

SV các nhóm khác bổ sung:

Nhóm 1: Có thể chia 6 điểm đó thành 3 cặp điểm. Gọi M_k, N_k, P_k là trung điểm của đoạn thẳng nối 2 điểm trong 1 cặp. Chứng minh rằng các tam giác $M_kN_kP_k$ có cùng trọng tâm.

Nhóm 2: Có bao nhiêu tam giác như vậy?

Nhóm 1: Có $C_6^2.C_4^2=90$ tam giác.

Nhóm 2: Vậy có thể tổng quát bài toán với số điểm chẵn bất kỳ.

Nhóm 3: Còn có thể tổng quát bài toán với số điểm chia hết cho 3, ví dụ 9 điểm, chia làm 3 phần, mỗi phần 3 điểm.

Các nhóm bàn và đi đến kết luận: Có thể tổng quát bài toán với số điểm m.n. Chứng minh trọng tâm của hệ gồm n điểm, mỗi điểm là trọng tâm của m điểm trong số m.n điểm ban đầu cố định.

Giảng viên tổng kết: Nhấn mạnh cách thức sử dụng Tâm tỉ cự vào giải toán HHPT. Tâm tỉ cự là một công cụ của HHCC, đóng vai trò trung gian trong việc định hướng tìm tòi cách giải của bài toán. Tuy nhiên để có thể dẫn dắt cho HS nắm được cách giải, chúng ta cần chuyển ngược trở lại ngôn ngữ

HHPT. Qua ví dụ trên, ta thấy việc làm này là khả thi. Hơn thế nữa, nhờ sự hiểu biết khái niệm gốc, chúng ta còn có thể tổng quát hóa bài toán, sáng tạo nên vô số những bài toán mới hay, phong phú. Đây là một phẩm chất mà người giáo viên luôn cần phải hướng tới, rèn luyện cho bản thân và hướng dẫn cho HS làm theo.

Một số đánh giá bước đầu

Sau khi tiến hành dạy thực nghiệm cho SV, chúng tôi có một số đánh giá ban đầu như sau:

- Tâm tỉ cự là một khái niệm trong HHCC. Nó có thể miêu tả nhiều quan hệ trong không gian như: trọng tâm của hệ điểm, tính thẳng hàng, đồng phẳng của hệ điểm. Qua thực nghiệm chúng tôi nhận thấy phần lớn SV (39/48 = 81.25%) bước đầu nắm được kỹ năng chuyển hệ thức tâm tỉ cự thành hệ thức vectơ và ngược lại, số còn lại đều làm được sau khi đã được hướng dẫn. Từ đó có thể nhìn nhận toán PT một cách có hệ thống, chuyển được lời giải bài toán từ ngôn ngữ HHCC sang ngôn ngữ HHPT.
- Qua thực nghiệm ta cũng nhận thấy, SV đã được đào sâu củng cố khái niệm Tâm tỉ cự, nắm được những tính chất đặc trưng của nó. Vì vậy bước đầu sử dụng được khái niệm này để tổng quát hóa bài toán HHPT bằng nhiều cách khác nhau, bắt đầu từ việc tăng số ít điểm rồi từ đó có thể tổng quát lên số điểm bất kỳ. Như vậy nhờ nắm được cách thức, khả năng sáng tạo bài toán mới của SV được nâng lên rõ rệt. Ngoài ra, việc thay đổi hình thức bài toán dựa trên tri thức cội nguồn, sử dụng các thao tác tư duy như khái quát hóa, tương tự hóa, đặc biệt hóa... qua bài học này.

Như vậy có thể nhận thấy thông qua tiết học này, SV đã hình thành được một số kỹ năng chuyển hóa sư phạm giữa HHCC và HHPT: kỹ năng chuyển ngôn ngữ, kỹ năng sử dụng những hiểu biết về HHCC để định hướng cách giải toán PT, kỹ năng vận dụng HHCC sáng tạo bài toán mới... Đây là một trong những thành tố của NL dạy học HHPT như chúng tôi đã phân tích ở chương 1.

- Việc khai thác được những yếu tố tiềm ẩn của HHCC trong việc dạy học HHPT tạo hứng thú cho SV trong việc học tập môn HHCC nói riêng và các môn toán cao cấp nói chung. Một số bài toán trong SGK hình học PT trong các phần vectơ trong mặt phẳng, vectơ trong không gian, có thể định hướng cách giải bằng Tâm tỉ cự và tổng quát hóa được theo hướng trên:

+ Sách hình học 10 nâng cao: Bài 18, 19 (tr 18); bài 5, 12, 16,17(tr 35,36)…

+ Sách hình học 11 nâng cao: Bài 5(tr 78); 5,6(tr91)…

Thông qua tiết dạy này, chúng tôi có thể bước đầu khẳng định, biện pháp 1 đã nêu có tính khả thi. Nếu được hướng dẫn, SV có thể thực hiện được những thao tác chuyển hóa sư phạm, là nền tảng cho việc hình thành những thành tố của NL chuyển hóa SP, qua đó phát triển những thành tố khác của NL dạy học HHPT.

Chủ đề 2 được dạy vào tiết 1, 2 ngày 19/3/ 2013 tại lớp ĐHSP Toán K15, Trường ĐH Hồng Đức. Trước khi thực hiện bài học, chúng tôi yêu cầu SV thể hiện một số các khái niệm cơ bản đã được học trong HHCC trên mặt phẳng và không gian 3 chiều. Chuẩn bị bài toán về đường tròn Ơle. Sau đó thực hiện nội dung bài giảng.

Kế hoạch bài học "Sáng tạo bài toán mới bằng tương tự theo cấu trúc".

1. Mục tiêu bài học

- Kiến thức:

- SV nắm được thể hiện của các khái niệm tổng quát trong HHCC như: m- phẳng, siêu phẳng, tâm tỉ cự, trọng tâm, thể tích, đơn hình, hộp, siêu cầu…trong mặt phẳng và không gian 3 chiều.
- SV hiểu biết về phương pháp khái quát hóa, đặc biệt hóa bài toán.
- SV nắm được các hình tương đương Afin, các bất biến Afin.

- Kỹ năng

- SV bước đầu nắm được kỹ năng khái quát hóa được các bài toán từ không gian 2, hay 3 chiều sang không gian n chiều, tương tự hóa bài toán từ hình học phẳng sang hình học không gian.

- Thái độ: SV tích cực tham gia vào bài học.
- Phương pháp và phương tiện dạy học

- Phương pháp : Dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề, dạy học hợp tác.
- Phương tiện: Giáo án và các phương tiện cần thiết khác.

2. Kế hoạch bài học

Hoạt động 1.Thể hiện các khái niệm sau trong mặt phẳng và không gian 3 chiều:

STT	Không gian n chiều	Mặt phẳng	Không gian 3 chiều
1	n- đơn hình	Tam giác	Tứ diện
2	Đơn hình đáy		
3	Thể tích đáy		
4	Trọng tâm đơn hình		
5	Đường nối đỉnh và trọng tâm đáy		
6	Đơn hình vuông		
7	Đơn hình trực tâm		
8	Siêu cầu ngoại tiếp đơn hình		
9	Siêu cầu nội tiếp đơn hình		
10	Siêu cầu Ơle của đơn hình		
11	Siêu phẳng phân giác của hai siêu phẳng (Tập hợp		

	các điểm cách đều 2 siêu phẳng)		
12	Hộp có các cạnh bằng nhau và đôi một trực giao		
13	n- hộp		
14	n- hộp có các cạnh tại một đỉnh đôi một trực giao		

Hoạt động 2. Giải bài toán sau.

Bài toán: Cho tam giác ABC bất kỳ, có H là trực tâm, các đường cao là AA_1, BB_1, CC_1. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AC, AB. Gọi I_1, I_2, I_3 lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng HA, HB, HC. Chứng minh rằng 9 điểm M_1, M_2, M_3, I_1, I_2, I_3, A_1, B_1, C_1 cùng thuộc một đường tròn (Đường tròn Ơle).

Hoạt động 3. Phát biểu bài toán tương tự trong không gian 3 chiều.

Hoạt động 4. Những hình nào dưới đây tương đương Afin?

- Tam giác.
- Hình bình hành.
- Hình hộp.
- Hình thang.
- Elip.
- Trung tuyến tam giác.

- Điểm chia đoạn thẳng theo tỉ số cho trước.
- Mặt cầu.

Hoạt động 5. Tổng quát hóa bài toán sau theo hướng tạo mô hình tương đương Afin.

Bài toán

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Chứng minh rằng đường chéo AC' vuông góc với các mặt phẳng A'BD và CB'D'. Giả sử AC' cắt hai mặt phẳng A'BD và CB'D' lần lượt tại M và N. Chứng minh AM = MN = NC'.

3. Biên bản giờ học

Giảng viên ổn định lớp, chia lớp thành 4 nhóm.

Giảng viên trình chiếu yêu cầu hoạt động 1.

SV thực hiện hoạt động 1 theo nhóm.

SV thực hiện xong hoạt động 1, GV cho đại diện nhóm 1 trình bày lời giải.

Lời giải:

STT	Không gian n chiều	Mặt phẳng	Không gian 3 chiều
1	n- đơn hình	Tam giác	Tứ diện
2	Đơn hình đáy	Cạnh	Mặt bên
3	Thể tích đáy	Độ dài cạnh	Diện tích mặt bên
4	Trọng tâm đơn hình	Trọng tâm tam giác	Trọng tâm tứ diện
5	Đường nối đỉnh và trọng tâm đáy	Trung tuyến tam giác	Trọng tuyến tứ diện
6	Đơn hình vuông	Tam giác vuông	Tứ diện vuông
7	Đơn hình trực tâm	Tam giác	Tứ diện trực tâm
8	Siêu cầu ngoại tiếp	Đường tròn ngoại	Mặt cầu ngoại tiếp tứ

	đơn hình	tiếp tam giác	diện
9	Siêu cầu nội tiếp đơn hình	Đường tròn nội tiếp tam giác	Mặt cầu nội tiếp tứ diện
10	Siêu cầu Ơle của đơn hình	Đường tròn Ơle của tam giác	Mặt cầu Ơle của tứ diện
11	Siêu phẳng phân giác của hai siêu phẳng (Tập hợp các điểm cách đều 2 siêu phẳng)	Đường phân giác của góc	Mặt phẳng phân giác của nhị diện
12	Hộp có các cạnh bằng nhau và đôi một trực giao	Hình vuông	Hình lập phương
13	n- hộp	Hình bình hành	Hình hộp
14	n- hộp có các cạnh tại một đỉnh đôi một trực giao	Hình chữ nhật	Hình hộp chữ nhật

SV các nhóm khác bổ sung hoàn thiện bảng.

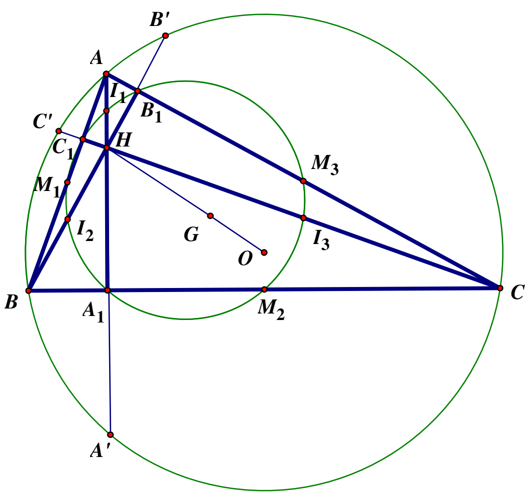
GV: Như vậy, ta có thể thể hiện các khái niệm của HHCC trong không gian n chiều thành những khái niệm quen thuộc của Hình học phẳng (2 chiều) hay Hình học không gian (3 chiều). Do đó có thể đặc biệt hóa bài toán trong HHCC (trên không gian n chiều) thành bài toán trong Hình học phẳng hay Hình học không gian (3 chiều), cũng như khái quát hóa từ bài toán cụ thể trong Hình học phẳng thành bài toán trong không gian n chiều. Cũng vì lí do cùng cấu trúc mà có thể dùng phép tương tự để từ bài toán hình học phẳng đề xuất được bài toán tương tự trong hình học không gian.

Giảng viên tiếp tục trình chiếu yêu cầu hoạt động 2.

SV thực hiện hoạt động 2 theo nhóm.

SV thực hiện xong hoạt động 2, giảng viên cho SV đại diện nhóm 2 trình bày lời giải.

Lời giải:



Hình 3.1

Chứng minh

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. A’, B’, C’ lần lượt là giao của các đường cao đi qua A, B, C với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC. Ta chứng minh qua phép vị tự $V_H^{\frac{1}{2}}$ thì 9 điểm M_1, M_2, M_3, I_1, I_2, I_3, A_1, B_1, C_1 là ảnh của 9 điểm thuộc (O).

Nếu gọi J_1, J_2, J_3 tương ứng là các điểm đối xứng của điểm H qua M_1, M_2, M_3 thì dễ dàng chứng minh được J_1, J_2, J_3 thuộc (O). Ta có, $V_H^{\frac{1}{2}}(J_1) = M_1$. Do đó M_1, M_2, M_3 thuộc $V_H^{\frac{1}{2}}((O))$.

Theo tính chất trực tâm, $V_H^{\frac{1}{2}}(A') = A_1$. Do đó A_1, B_1, C_1 thuộc $V_H^{\frac{1}{2}}((O))$.

$V_H^{\frac{1}{2}}(A) = I_1$. Do đó I_1, I_2, I_3 thuộc $V_H^{\frac{1}{2}}((O))$.

Từ đó ta có điều phải chứng minh.

SV các nhóm khác bổ sung, hoàn thiện cách giải.

GV: Dựa vào cấu trúc của hình, ta có thể tương tự hóa để có bài toán trong không gian 3 chiều.

Giảng viên tiếp tục trình chiếu yêu cầu hoạt động 3

SV thực hiện hoạt động 3 theo nhóm.

SV thực hiện xong hoạt động 3, giảng viên cho SV đại diện nhóm 3 trình bày lời giải.

Lời giải:

Nhận xét: Tam giác là 2- đơn hình trực tâm nên sử dụng tương tự theo cấu trúc, ta có thể tổng quát bài toán với không gian 3 chiều và n chiều như sau:

Bài toán 1

Chứng minh rằng trong một tứ diện trực tâm, các trọng tâm và trực tâm của các mặt, cũng như các điểm trên các đoạn thẳng thuộc mỗi đường cao của tứ diện, kẻ từ đỉnh tới trực tâm của tứ diện theo tỉ số 2:1 cùng nằm trên một mặt cầu. (Mặt cầu Ơle).

***Bài toán* 2**

Chứng minh rằng trong một n- đơn hình trực tâm, các trọng tâm và trực tâm của các n-1- đơn hình đáy, cũng như các điểm trên các đoạn thẳng thuộc mỗi đường cao của đơn hình, kẻ từ đỉnh tới trực tâm của đơn hình theo tỉ số n:1 cùng nằm trên một siêu cầu (Siêu cầu Ơle).

Nhóm 1: Đây là một tính chất cơ bản của đơn hình trực tâm được nghiên cứu trong HHCC.

GV: Việc nắm được cấu trúc của hình giúp ta có thể tổng quát hóa bài toán một cách chính xác.

Giảng viên tiếp tục trình chiếu yêu cầu hoạt động 4.

SV thực hiện hoạt động 4 theo nhóm.

SV thực hiện xong hoạt động 4, giảng viên cho SV đại diện nhóm 4 trình bày lời giải. Sau đó các nhóm góp ý và hoàn thiện lời giải như sau:

Lời giải:

- Tam giác.
- Hình bình hành.
- Hình hộp.
- Elip.
- Đường trung tuyến.
- Điểm chia đoạn thẳng theo tỉ số cho trước.

Giảng viên tiếp tục trình chiếu yêu cầu hoạt động 5

SV thực hiện hoạt động 5 theo nhóm. SV thực hiện xong hoạt động 5, GV cho SV đại diện nhóm 2 trình bày lời giải.

Bài toán tổng quát: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Giả sử AC' cắt hai mặt phẳng A'BD và CB'D' lần lượt tại M và N. Chứng minh AM = MN = NC'. SV các nhóm thảo luận:

Nhóm 1: Tại sao các bạn có thể tổng quát bài toán như vậy?

Nhóm 4: Vì hình hộp tương đương Afin với hình lập phương. Trên mô hình tương đương Afin chỉ có các tính chất Afin mới đúng, còn những tính chất lượng không còn đúng nữa.

Nhóm 2: Biểu thức cần chứng minh có liên quan đến khoảng cách là một tính chất lượng. Tại sao các bạn khẳng định điều đó vẫn đúng?

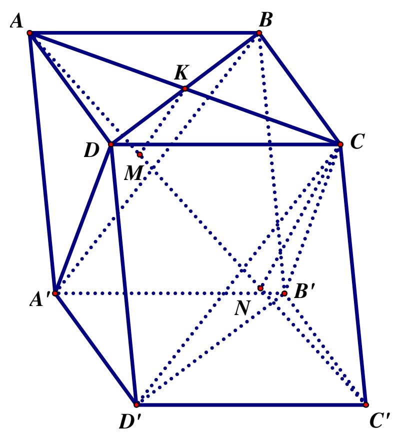
Nhóm 4: Biểu thức viết như vậy nhưng đây không là biểu thức tính khoảng cách mà thực ra là biểu thức liên quan đến tỉ số đơn, là một khái niệm Afin.

Các nhóm thống nhất hoàn thiện lời giải.

GV: Các nhóm hãy giải bài toán thứ 2 để kiểm chứng phương pháp này.

Các nhóm bàn bạc thống nhất cách giải như sau:

Dễ thấy 2 mặt phẳng A’BD và CB’D’ song song, cắt mặt phẳng ACC’ theo giao tuyến KM và CN nên KM // CN; K là trung điểm của AC nên AM = MN; Tương tự, MN = N’C. Ta có đpcm.



Hình 3.2

Giảng viên tổng kết: Như chúng ta đã biết, trên những hình tương đương Afin các tính chất Afin không thay đổi. Dựa vào tính chất này chúng ta có một cách thứ hai tổng quát hóa bài toán là chuyển bài toán sang mô hình tương đương Afin.

Việc nắm được các cấu trúc tổng quát giúp chúng ta có thể sáng tạo các bài toán mới nhờ tương tự hóa, khái quát hóa, dùng mô hình tương đương…

Ngoài ra, với HHCC, các em còn có nhiều phương pháp cũng như công cụ sáng tạo bài toán mới nữa như: hình học xạ ảnh, tâm tỉ cự…

Một số đánh giá bước đầu

Thông qua giờ học thực nghiệm, chúng tôi có một số đánh giá bước đầu:

- Phần lớn SV tham gia thực nghiệm có thể tìm những bất biến Afin (65/75 = 86,7 %) chứng tỏ rằng SV đã nhận dạng được tri thức cội nguồn. Đây là tiền đề để SV có thể huy động kiến thức giải quyết vấn đề cũng như khái quát hóa, tương tự hóa bài toán.
- Thông qua bài giảng, SV nắm được việc khái quát hóa có thể đi theo 3 con đường: Tăng số chiều không gian, tăng số đối tượng hoặc sử dụng mô hình tương đương Afin. Việc nắm được kỹ năng sáng tạo bài toán mới

giúp SV trang bị NL sáng tạo, một NL cần thiết cho mọi nghề nghiệp trong xã hội ngày nay.

Thông qua việc phân biệt độ dài và tỉ số độ dài, thể tích và tỉ số thể tích…, kiến thức chuyên môn của SV được củng cố. SV nắm vững, đào sâu khái niệm, phân biệt rõ hơn các tính chất Afin. Việc phân biệt các bất biến là một yếu tố then chốt giúp SV phát triển NL huy động kiến thức trong dạy học và từ đó phát triển NL giải toán, là cơ sở phát triển NL dạy học sau này.

3.4.2. Nội dung 2: Tổ chức các seminar, thảo luận nhóm về các chủ đề khai thác nội dung môn HHCC trong dạy học HHPT.

Nội dung TNSP này được thực hiện theo biện pháp 4. Chúng tôi lựa chọn SV năm thứ 4, là những SV đã học xong các học phần HHCC. Đặc điểm của đối tượng này là SV đã nắm được các kiến thức cơ bản của HHCC nên chúng tôi có thể seminar các nội dung HHCC với mục đích khai thác các lợi thế của HHCC trong dạy học hình học PT.

Chúng tôi thực hiện seminar với chủ đề: Định hướng tìm tòi lời giải các bài toán hình học phổ thông bằng HHCC, từ đó chuyển hóa lời giải sang lời giải có thể dùng được ở trường PT.

Trước khi seminar, chúng tôi tổ chức cho SV làm bài kiểm tra kiến thức đầu vào. Mục đích của bài kiểm tra là xác định mức độ kiến thức và kỹ năng mà SV đang có trong việc định hướng lời giải bài toán HHPT dựa trên tri thức cội nguồn của bài toán , xác định được từ kiến thức HHCC. Nội dung kiểm tra kiến thức đầu vào:

Bài kiểm tra 1 (Thời gian 50 phút)

Câu 1.(3,5 điểm) Thế nào là bất biến của một nhóm biến đổi?

Nêu ví dụ một số bất biến xạ ảnh, bất biến Afin, bất biến của nhóm tịnh tiến, quay, vị tự tỉ số k khác 0, 1.

Câu 2. (3 điểm) Bài toán sau chứa bất biến của nhóm nào? Giải thích lí do.

Cho nửa đường tròn đường kính AB. Gọi C là điểm chạy trên nửa đường tròn đó. Trên AC lấy điểm D sao cho AD = CB. Tìm quỹ tích các điểm D.

Câu 3. (3,5 điểm) Giải bài toán trên và nêu lí do dẫn tới lời giải đó.

Tiếp theo, các giảng viên nêu rõ mục đích, nội dung seminar, hướng dẫn SV sưu tầm tài liệu của HHCC cũng như HHPT liên quan. Đối với chủ đề này, chúng tôi cung cấp cho SV những yêu cầu: Xác định tri thức cội nguồn của bài toán, dùng HHCC định hướng lời giải bài toán rồi chuyển thành ngôn ngữ HHPT. Chúng tôi cũng chuẩn bị cho SV một số ví dụ mẫu (bài toán 1,2,3,4), SV thực hiện theo yêu cầu của seminar. Sau đó, SV tìm thêm các bài tập tương tự và giải quyết chúng. SV được phân chia thành 4 nhóm thực hiện các yêu cầu của seminar. Trong quá trình thực hiện, đại diện các nhóm có thể trao đổi trực tiếp với giảng viên hướng dẫn về nội dung, phương pháp nghiên cứu. Sau khi trao đổi thống nhất với các nhóm, GV tổ chức seminar. Sau seminar, giảng viên cho SV làm bài kiểm tra đầu ra thay cho bài kiểm tra học phần.

Nội dung seminar chủ đề: Định hướng tìm tòi lời giải các bài toán hình học phổ thông bằng toán cao cấp, từ đó chuyển hóa sang ngôn ngữ PT.

1. Một số định hướng giải bài toán hình học PT bằng HHCC

Xuất phát từ việc xác định tri thức cội nguồn trong các bài toán, như:

- Bài toán chứa bất biến Afin như những bài toán liên quan đến quan hệ song song, đồng quy, cắt nhau, chéo nhau… không liên quan đến các yếu tố lượng như: góc, khoảng cách, thể tích có thể sử dụng các công cụ của hình học Afin như hình tương đương hay phép chiếu song song, toạ độ Afin.
- Bài toán có chứa các yếu tố lượng có thể sử dụng tích vô hướng hay tam giác đồng dạng.
- Bài toán có chứa bất biến của phép biến đổi nào thì có thể sử dụng phép biến đổi đó để giải quyết.
- Dùng hình học xạ ảnh định hướng cách giải rồi chuyển về lời giải PT.

2. Một số ví dụ

Bài toán 1

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và SD.

a) Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với mặt phẳng SAB.

b) Lấy E, F lần lượt là trung điểm của CD và ON, chứng minh đường thẳng EF song song với mặt phẳng SBC.

NHẬN XÉT : Đây là bài toán thuộc hình học Afin nên có thể sử dụng tọa độ Afin hay hệ thức vectơ để giải. Với câu a) cần chứng minh $\overrightarrow{MN}$ biểu diễn được qua 2 vectơ $\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SB}$ Với câu b) cần chứng minh $\overrightarrow{EF}$ biểu diễn được qua 2 vectơ $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BS}$ (Cách này có thể sử dụng ở trường phổ thông).

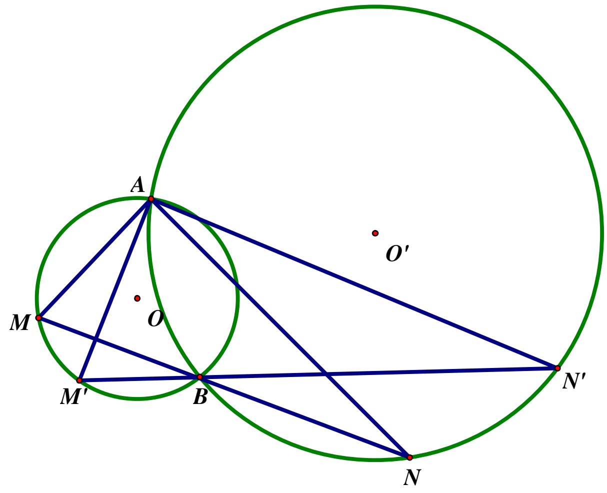
Bài toán 2. Cho hai đường tròn (O, R) và (O', R') cắt nhau tại A, B. M là điểm chuyển động đều trên đường tròn O, N là điểm chuyển động đều trên đường tròn O', xuất phát từ A, chạy cùng hướng. Chứng minh khi M, N chuyển động thì các tam giác AMN luôn đồng dạng và đường thẳng MN luôn qua B.

Nhận xét. Bài toán chứng minh tam giác đồng dạng nên gợi ý về sử dụng phép đồng dạng. Trong nội dung hình học Euclide, ta đã biết, phép đồng dạng luôn có duy nhất 1 điểm bất động (tâm) và nếu A', B' là ảnh của A, B qua phép đồng dạng và AB cắt A'B' tại P thì tâm được xác định là giao của đường tròn ngoại tiếp tam giác PAA' và tam giác PBB'.

Từ đó gợi ý cách giải sau:

Gọi v là vận tốc của điểm M, v' là vận tốc của N. Sau thời gian t, điểm M chuyển động đến M', N chuyển động đến N'. Khi đó số đo cung MM' tỉ lệ với số đo cung NN' theo tỉ số $\frac{R}{R'}$ nên theo tính chất của đường tròn, góc

$\widehat{AMM'} = \widehat{ANN'}$. Vì vậy, hai tam giác AMN và AM’N’ có



Hình 3.3

$\widehat{AMN} = \widehat{AM'N'}$ và $\dfrac{AM}{AN} = \dfrac{AM'}{AN'} = \dfrac{R}{R'}$ nên đồng dạng. Xét phép đồng dạng tâm A biến tam giác AMN thành tam giác AM’N’.

Giả sử $MN \cap M'N' = B'$. Theo tính chất phép đồng dạng, tâm A của phép đồng dạng là giao của hai đường tròn ngoại tiếp tứ giác AMM’B’ và ANN’B’, hay là giao của O và O’. Vậy B’ là giao điểm thứ 2 của O và O’. Hay B’= B.

Bài toán 3. Trên mặt phẳng cho 2 điểm A, B. Làm thế nào để có thể nối 2 điểm đó bằng một đoạn thẳng, nếu ta chỉ có một thước kẻ với độ dài nhỏ hơn khoảng cách AB.

NHẬN XÉT

Khi nghiên cứu hình học xạ ảnh, ta có định lý Papus, được phát biểu như sau:

Cho hai đường thẳng m, n. Các điểm A, B, C thuộc m, các điểm A’, B’, C’ thuộc n. Khi đó các giao điểm của các đường thẳng AB’ và A’B, BC’ và B’C, CA’ và C’A thẳng hàng.

Áp dụng định lý trong trường hợp này, ta có thể chia đoạn AB thành những đoạn thẳng có độ dài mà chiếc thước có thể đo được. Để làm được điều đó, ta chỉ việc tạo ra mô hình của định lý Papus sao cho AB chính là đường thẳng nối các giao điểm của các điểm thuộc hai cạnh của một góc chứa B.

Từ đó gợi ý cách giải:

- Dựng một góc đủ nhỏ đỉnh A chứa điểm B. Gọi hai cạnh tương ứng là Am và An.
- Lấy trên An điểm A_1, A_2.
- Lấy trên Am điểm B_1, B_2 sao cho A_1B_2 và A_2B_1 qua B.
- Tiếp tục lấy trên An các điểm A_i, i= 3,4,…
- Lấy trên Am các điểm B_i, i= 3,4,…
- Xác định giao điểm của A_iB_{i+1} và $A_{i+1}B_i$, i = 2, 3, …
- Nối các giao điểm bằng thước kẻ, ta dựng được đoạn AB.

Bài toán 4. Hai người chơi trò chơi: đặt liên tiếp các đồng xu lên mặt bàn hình chữ nhật. Quy tắc chơi như sau: Đến lượt, người chơi được đặt đồng xu vào bất kỳ chỗ trống nào trên mặt bàn. Ai đến lượt mà hết chỗ đặt thì thua cuộc. Chứng minh rằng luôn có cách để người chơi trước thắng cuộc.

NHẬN XÉT. Hình chữ nhật là một hình có tâm đối xứng (trục đối xứng) nên có thể sử dụng tính chất của phép đối xứng tâm (đối xứng trục) để giải quyết yêu cầu bài toán.

Cách giải. Gọi O là tâm của bàn. Người đi đầu để đồng xu ở một vị trí bất kỳ trên bàn. Nếu người thứ hai đặt đồng xu ở một vị trí không đối xứng với xu ban đầu qua tâm O thì người đi đầu tiếp tục đặt đồng xu thứ 3 đối xứng với đồng xu thứ 2 qua O. Nếu người thứ hai đặt đồng xu ở vị trí đối xứng với đồng xu thứ nhất qua O thì người thứ nhất tiếp tục đặt đồng xu thứ 3 ở vị trí bất kỳ….

3. Hệ thống bài tập

Định hướng lời giải bài toán sau bằng hình học cao cấp sau đó giải bài toán bằng ngôn ngữ hình học PT

Bài 1. Các điểm M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DE, EF, FA của lục giác ABCDEF. Chứng minh rằng hai tam giác MPR, NQS có cùng trọng tâm.

Bài 2. Chứng minh rằng nếu một hình bình hành nội tiếp trong một elip thì tâm hình bình hành trùng với tâm elip.

Bài 3. Dùng phép chiếu song song chứng minh định lý Menelaus, Ceva.

Bài 4. Cho tam giác đều ABC. Trên AC lấy điểm Q di động, trên tia đối của tia CB lấy điểm P di động sao cho AQ. BP = AB^2. Gọi M là giao điểm của BQ và AP. Chứng minh AM + MC = BM.

SV nhóm 3 đang trình bày nội dung seminar

Tiêu chí đánh giá SV trong seminar này là:

- SV nắm được tri thức cội nguồn của bài toán dựa trên sự phân tích các bất biến xuất hiện trong bài toán đó.
- SV có thể định hướng được cách giải bài toán dựa trên những tri thức cội nguồn đã tìm được.

- SV sử dụng được mô hình xạ ảnh của không gian Afin để định hướng lời giải của bài toán HHPT bằng hình học xạ ảnh rồi chuyển thành lời giải phù hợp với HSPT.

Sau khi thực hiện seminar, chúng tôi có một số nhận xét bước đầu như sau:

- Lúc đầu, một số SV (14 SV = 17 %) tham gia thực nghiệm còn lúng túng chưa xác định được chính xác tri thức cội nguồn của bài toán dẫn tới việc định hướng cách giải còn khó khăn. Ở bài toán 1, SV còn bị nhầm lẫn trung điểm không phải là khái niệm của hình học Afin nên không cho rằng đây là bài toán Afin. Bài toán thứ 4 là một bài toán thực tế nên SV còn lúng túng chưa xác định được phép biến đổi thỏa mãn điều kiện bài toán. Sau khi trao đổi với giảng viên hướng dẫn, qua thực nghiệm, chúng tôi nhận thấy SV bước đầu nắm được bản chất của các bài toán và định hướng được cách giải. Việc định hướng cách giải, huy động kiến thức phù hợp là một trong những yêu cầu cơ bản của NL chuyển hóa SP, là tiền đề phát triển NL bồi dưỡng tư duy cho HS, năng lực giải toán. Từ đó phát triển các NLNN khác của SV.

- Sau khi thực hiện seminar, SV tự tìm tòi đưa ra một hệ thống bài tập thỏa mãn yêu cầu chủ đề theo nguyên tắc những bài toán có thể định hướng cách giải bằng tri thức cội nguồn. Từ gợi ý đó có thể dùng HHCC để giải rồi chuyển hóa thành lời giải HHPT tương ứng hoặc dẫn trực tiếp tới lời giải PT. Các nhóm thống nhất đưa ra 5 bài toán tiêu biểu, định hướng và tìm tòi cách giải. Điều đó chứng tỏ SV đã bước đầu nhận thức được phương pháp huy động kiến thức dựa vào tri thức cội nguồn được xác định dựa trên những hiểu biết về HHCC.

- Thông qua hình thức học tập này, SV mạnh dạn hơn trong việc bày tỏ ý kiến cá nhân, có kỹ năng trình bày trước đám đông, phát triển NL dạy học sau này.

Sau seminar, chúng tôi cho SV làm bài kiểm tra kiến thức đầu ra.

Bài kiểm tra 2

Câu 1. (2 điểm) Dựa vào bất biến, xét xem bài toán sau thuộc hình học nào?

Giả sử A_1, B_1, C_1 là các điểm nằm trên các cạnh BC, CA và AB của tam giác ABC sao cho

$$\frac{BA_1}{BC} = \frac{CB_1}{CA} = \frac{AC_1}{AB} = \frac{1}{3}$$

Chứng minh rằng diện tích của tam giác được tạo bởi các đường thẳng AA_1, BB_1 và CC_1 bằng $\frac{1}{7}$ diện tích của tam giác ABC.

Câu 2. (4 điểm) Dùng mô hình xạ ảnh của không gian Afin giải bài toán rồi dựa vào gợi ý đó, giải bài toán theo cách giải PT:

Trong mặt phẳng cho đường tròn (O). Một đường thẳng t tiếp xúc với (O) tại T và một đường thẳng Δ đi qua P' là điểm xuyên tâm đối của T trên đường tròn (O). Một điểm P di động trên Δ sao cho từ P kẻ được hai tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt t ở M và N. Chứng minh rằng: M,N đối xứng với nhau qua một điểm cố định.

Câu 3: (4 điểm) Cho bài toán:

Cho hai đường tròn (O_1,R_1) và (O_2,R_2) ngoài nhau, $R_1 \neq R_2$. Một đường tròn (O) thay đổi, tiếp xúc ngoài với (O_1,R_1) tại A, với (O_2,R_2) tại B. Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

a) Bài toán trên chứa bất biến của phép biến đổi nào?

(1)Phép quay. (2) Phép tịnh tiến. (3) Phép vị tự.

b) Sử dụng phép biến đổi tương ứng để giải bài toán.

Phân tích định tính kết quả thực nghiệm:

Bài kiểm tra 1

Câu 1: Hầu hết SV nêu được khái niệm bất biến của nhóm biến đổi. Với các phép biến đổi cụ thể như phép tịnh tiến, còn một số SV chưa nêu được bất biến là phương của đường thẳng. Tương tự với phép quay, SV còn không phát hiện ra yếu tố liên quan tới góc quay.

Điều này chứng tỏ rằng SV có tiếp thu được kiến thức HHCC về bất biến của nhóm biến đổi nói chung. Tuy nhiên với các nhóm cụ thể còn thiếu sót.

Câu 2: - 21 SV = 25,6% chỉ ra được đó là bất biến của phép quay.

- Còn lại, SV chỉ trả lời đó là bất biến của phép đẳng cự và một số ý kiến khác. Câu trả lời thứ 2 không sai nhưng quá rộng. Do đó không gợi ý được cách giải ở câu 3

Câu 3: Chỉ có 32 SV = 39% làm được câu này nhưng không nêu được lí do cụ thể tại sao phát hiện ra cách giải đó. Điều đó chứng tỏ rằng kỹ năng giải toán HHPT của SV còn hạn chế và chưa ứng dụng được những hiểu biết của HHCC vào giải toán HHPT.

Bài kiểm tra 2

Câu 1: 100% SV hiểu đây là bài toán của hình học Afin. Điều đó chứng tỏ rằng, SV đã nắm được sự khác nhau giữa tính chất Afin và tính chất lượng vì ở đây chúng tôi đã cài đặt yếu tố tỉ số diện tích để phân biệt với yếu tố diện tích là một tính chất lượng.

Câu 2: Đây là một bài toán HHPT khó, tuy nhiên khi chuyển về mô hình xạ ảnh của không gian Afin thì bài toán có thể giải quyết không khó. Chính vì vậy, 67 SV = 80% có thể giải được bài toán xạ ảnh. Tuy nhiên, với việc chuyển lời giải về lời giải HHPT, một số SV (20 SV = 25%) còn gặp khó khăn, mặc dù định hướng được điểm cố định là trung điểm S của TT'. Điều đó chứng tỏ rằng, tuy việc nhận dạng bất biến đã có tiến bộ nhưng việc chuyển hóa sư phạm từ lời giải cao cấp sang lời giải PT chỉ mới đạt một số kết quả nhất định. Điều đó chứng tỏ rằng, thông qua các biện pháp, NL chuyển hóa sư phạm mới bước đầu được hình thành ở SV, cần rèn luyện thêm mới đạt được kết quả tốt.

Câu 3: Hầu hết SV nhận biết được bất biến của Phép vị tự và ứng dụng được phép vị tự vào giải bài toán. Do đây là bước tập dượt cho SV khả năng nhận biết, huy động kiến thức nên chúng tôi gợi ý cho SV ở phần a). Từ đó SV có cơ sở để làm phần b) của câu.

Như vậy, SV đã hiểu cách huy động kiến thức thông qua tri thức cội nguồn. Từ đó nâng cao NL giải toán và NL dạy học sau này.

Phân tích định lượng kết quả thực nghiệm:

Để đánh giá chính xác kết quả thực nghiệm, chúng tôi sử dụng phân phối chuẩn so sánh từng cặp và tiến hành kiểm định giả thiết thống kê H_0. Để chứng minh cho hiệu quả tác động thực nghiệm, chúng tôi đưa giả thiết thống kê H_0 là " *Kết quả kiểm tra đầu ra không cao hơn kết quả kiểm tra đầu vào"*. Nghĩa là sau khi tác động đến SV bằng các giải pháp, kết quả thu được đầu ra không khác biệt so với kết quả đầu vào. Đối thiết H_1 là "*Kết quả kiểm tra đầu ra cao hơn kết quả kiểm tra đầu vào"*. Gọi:

X: Kết quả đầu vào của SV; x_i : Kết quả đầu vào của SV thứ i.

Y: Kết quả đầu ra của SV ; y_i : Kết quả đầu ra của SV thứ i. n : Số SV tham gia; D = Y – X ; $d_i = x_i - y_i$; F_i: Tần số xuất hiện d_i.

Bảng 3.1 Phân tích kết quả thực nghiệm với 82 SV

d_i	-3	-2	0	1	2	3	4
F_i	1	7	9	33	26	5	1

Kiểm định giả thiết

H_0: $\mu_Y - \mu_X \le 0$; đối với giả thiết H_1 : $\mu_Y - \mu_X > 0$;

Trung bình cộng của sự chênh lệch các điểm:

$$\overline{D} = \frac{\sum F_i d_i}{n} \approx 1,061$$

S_D Độ lệch chuẩn(độ phân tán quanh giá trị trung bình)

$$S_D = \sqrt{\frac{\sum F_i (d_i - \overline{D})^2}{n-1}} \approx 1,3272 \quad t = \frac{\overline{D} - 0}{S_D / \sqrt{n}} \approx 7,239$$

$\alpha = 0,05$, $t_{n-1,\alpha} = 1,6641$

Ta có t = 7,239 > 1,6641 nên ta bác bỏ giả thiết H_0 hay chấp nhận đối thiết H_1. Vậy có thể kết luận rằng kết quả kiểm tra đầu ra cao hơn kết quả kiểm tra đầu vào. Tức là tác động của thực nghiệm có hiệu quả.

3.4.3. Nội dung 3: Hướng dẫn Khóa luận tốt nghiệp theo hướng nghiên cứu của đề tài.

Trên cơ sở những nội dung HHCC có liên quan đến HHPT, có khả năng khai thác được để chuẩn bị một số NLNN cho SV trong dạy học HHPT, chúng tôi chuyển thành đề tài yêu cầu SV nghiên cứu giải quyết trong các khóa luận tốt nghiệp. Quy trình thực hiện một đề tài cụ thể như sau:

Giảng viên giao đề tài cho SV, yêu cầu SV tìm hiểu những vấn đề có liên quan với đề tài trong HHCC và HHPT.

- Hướng dẫn SV tự tìm hướng giải quyết vấn đề.
- Hướng dẫn SV tổ chức thực nghiệm sư phạm(nếu cần).
- SV viết đề cương khóa luận, giảng viên chỉnh sửa cho hoàn chỉnh.

SV viết cụ thể rồi đưa ra bảo vệ. Ý tưởng của luận án đã được tác giả chuẩn bị từ khá lâu và bước đầu thực hiện một phần. Cụ thể tác giả luận án đã hướng dẫn 4 SV làm khóa luận tốt nghiệp theo hướng nghiên cứu của đề tài, bắt đầu từ năm 2005 (SV khóa 2 hệ ĐH, trường ĐH Hải Phòng).

3.4.3.1. SV Phạm Thị Hậu (Lớp ĐH Toán K10)

Khóa luận: " ***Khai thác các ứng dụng của hình học cao cấp để giải toán hình học phổ thông***"

Nhiệm vụ của chúng tôi giao cho SV Vũ Thị Hậu là nghiên cứu một số hướng khai thác ứng dụng HHCC vào giải quyết một số vấn đề liên quan trong HHPT. Thông qua đó phát triển NL chuyển hóa sư phạm, NL giải toán, là cơ sở để phát triển NL dạy học HHPT. Sau khi thực hiện đề tài, SV Hậu đã nghiên cứu được 3 hướng khai thác các kiến thức của HHCC về nội dung cũng như phương pháp trong giải toán HHPT. Cụ thể các hướng như sau:

***Hướng thứ nhất**: Ứng dụng phép chiếu song song giải toán HHPT.*

Trong phần này, SV đã nghiên cứu đề xuất hai cách để sử dụng phép chiếu song song để giải quyết các bài toán hình học chứa các bất biến Afin.

Cách 1: Đối với các bài toán có chứa bất biến Afin trong mặt phẳng, có thể giải quyết theo sơ đồ sau:

Sơ đồ 3.1. Cách giải bài toán chứa bất biến Afin bằng hình tương đương

Bài toán tổng quát chứa bất biến Afin trong mặt phẳng

↓

Bài toán trên một hình đặc biệt tương đương Afin với hình ban đầu

↓

Giải bài toán trên hình đặc biệt

↓

Chuyển kết quả trở về hình ban đầu

Chúng tôi phân tích các bước trong sơ đồ trên:

Bước 1: Chuyển từ bài toán chứa bất biến Afin trên một hình trong mặt phẳng thành bài toán trên hình mới tương đương với hình ban đầu. Tức là trên hình đó, các tính chất Afin như cắt nhau, song song, tỉ số độ dài… vẫn được bảo toàn. Việc này hoàn toàn thực hiện được vì phép chiếu song song từ mặt phẳng đến mặt phẳng là một đẳng cấu Afin nên mọi bất biến Afin đều là bất biến của phép chiếu song song.

Do đó, luôn tồn tại phép chiếu song song biến tam giác thành tam giác đồng dạng với một tam giác cho trước, hình bình hành thành hình vuông hay hình chữ nhật, elip thành đường tròn…Từ đó, có thể chọn một phép chiếu song song phù hợp để biến hình ban đầu thành hình mới tương đương mà trên đó các tính chất có thể dễ chứng minh hơn.

Bước 2: Giải bài toán trên mô hình đặc biệt.

Trong bước này, có thể sử dụng mọi kiến thức của hình học Eulide để giải bài toán, bao gồm cả các thao tác sử dụng tính chất lượng như chứng minh liên quan đến góc, độ dài, vuông góc, phép đẳng cự…

Bước 3: Chuyển kết quả trở về hình ban đầu

Để chuyển kết quả về mô hình ban đầu, chúng ta dựa trên tính chất của phép chiếu song song, định lý Talet…Chúng tôi đã trình bày cụ thể một ví dụ ở phần 2.2.4.3.

Cách 2: Đối với các bài toán chứa bất biến Afin trong không gian và một số bài toán hình học khác, SV đề xuất ý kiến dựa vào đặc điểm cụ thể của bài toán, chọn lựa một phép chiếu song song phù hợp để giải bài toán.

Chúng tôi cũng đã trình bày cụ thể một ví dụ ở phần 2.2.4.3.

Phương pháp này hoàn toàn có thể sử dụng trực tiếp cho HSPT vì lời giải có thể dễ dàng chuyển về lời giải PT bằng cách đổi ngôn ngữ dựa trên việc kẻ những đường thẳng song song và định lý Talet.

Sau đó, SV đã đưa ra được một hệ thống các bài tập có thể sử dụng phương pháp này gồm 15 bài.

Hướng thứ hai: Ứng dụng tọa độ Afin giải toán HHPT.

Tọa độ Afin của một điểm hay một vectơ đối với một mục tiêu Afin là một khái niệm của HHCC. Thể hiện của hệ vectơ cơ sở trong mặt phẳng là hệ gồm 2 vectơ không cùng phương, trong không gian là hệ gồm 3 vectơ không đồng phẳng. Tọa độ được định nghĩa bằng hệ thức vectơ. Do đó, các bài toán Afin có thể sử dụng tính chất tọa độ để giải quyết sau đó chuyển về ngôn ngữ PT.

Hướng thứ ba: Sử dụng tương tự hóa giữa hình học phẳng và hình học không gian để giải và sáng tạo các bài toán HHPT.

Vấn đề này chúng tôi đã trình bày ở ví dụ phần 3.4.1.

Việc nghiên cứu cứu 3 hướng khai thác mối liên hệ giữa HHCC và HHPT giúp SV trưởng thành không những về kiến thức chuyên môn mà còn cả những kỹ năng vận dụng kiến thức đó vào thực tế ở trường PT, góp phần chuẩn bị NL chuyển hóa SP, NL tổ chức hoạt động nhận thức và một số NLNN cần thiết cho SV sau này.

Khóa luận được hội đồng đánh giá xuất sắc (9.9 điểm)

3.4.3.2. SV Nguyễn Thu Hằng (Lớp ĐHSP Toán K10)

Khóa luận: "***Xây dựng một số chuyên đề hình học phổ thông theo định hướng hình học cao cấp***"

Trong khóa luận, chúng tôi yêu cầu SV xây dựng một số chuyên đề thể hiện mối liên hệ hai chiều giữa nội dung HHCC và HHPT và chuyển tải những ý tưởng đó vào các bài giảng ở THPT. Sau quá trình nghiên cứu, SV đã lập được 3 chuyên đề thể hiện mối quan hệ qua lại giữa nội dung HHCC và HHPT. Đó là:

- Ứng dụng tâm tỉ cự trong dạy học HHPT.
- Sử dụng bất biến của phép biến đổi trong dạy học HHPT: Bất biến là tri thức gốc để định hướng cách giải quyết vấn đề. Nếu phát hiện chính xác được bất biến trong bài toán thì sẽ huy động kiến thức phù hợp để giải toán. Từ đó nâng cao NL chuyển hóa SP, NL giải toán là những NL cần thiết cho người giáo viên.
- Sử dụng HHCC sáng tạo bài toán mới: SV dùng kiến thức HHCC như một công cụ để sáng tạo nhiều bài toán PT. SV đưa ra 3 cách để sáng tạo các bài toán HHPT dựa trên tư tưởng HHCC: sử dụng Hình học xạ ảnh, bất biến của phép biến đổi, các bài toán tổng quát trong HHCC.

Những chuyên đề này có thể sử dụng trong quá trình dạy học HHCC cũng như hỗ trợ giáo viên trong quá trình dạy học HHPT. Sau khi nghiên cứu các chuyên đề, SV đã dạy thử nghiệm 1 tiết tại lớp 11B3, Trường THPT Trần Nguyên Hãn, Hải Phòng. Nội dung bài soạn được trình bày cụ thể trong Phụ lục 8. Tiết dạy được GV hướng dẫn đánh giá: kiến thức sâu, có hệ thống, ứng dụng được những hiểu biết về HHCC vào nội dung bài giảng, hướng HS hoạt động tích cực, chủ động, sáng tạo, đạt hiệu quả cao trong việc lĩnh hội tri thức. Không khí học tập sôi nổi, HS được rèn luyện kỹ năng phát hiện, giải quyết vấn đề HHPT theo một phương pháp mới hiệu quả.

Khóa luận được hội đồng đánh giá xuất sắc (9.8 điểm)

3.4.3.3. SV Nguyễn Thị Luyên(Lớp ĐH Toán K2)

Khóa luận: " ***Bài tập hình học Afin***". Trong khóa luận này, SV đã tổng kết, sưu tầm và sáng tạo, đưa ra một hệ thống bài tập gồm 73 bài tập theo 3 chương: Không gian Afin, Ánh xạ Afin và biến đổi Afin, Siêu mặt bậc hai

Afin. Mục tiêu của khóa luận là xây dựng một hệ thống bài tập cho phần hình học Afin đảm bảo đáp ứng mục tiêu của chương trình. Ngoài ra còn phải thể hiện tính liên thông giữa hình học cao cấp và hình học phổ thông.

Trong mỗi chương, ngoài phần bài tập thuần túy cao cấp, SV đưa ra các bài tập ứng dụng các kiến thức của phần đó trong giải các bài toán PT thông qua đặc biệt hóa bài toán trong không gian 2 hoặc 3 chiều hoặc ứng dụng các công cụ của hình học Afin giải các bài toán HHPT. Mặt khác, SV còn đưa thêm các bài tập hình học Afin xuất phát từ các bài toán PT cụ thể sau khi đã được tổng quát hóa, tương tự hóa…Hệ thống bài tập đưa ra đạt được các yêu cầu cơ bản về tính đa dạng, kiểm tra được các kiến thức cơ bản, sắp xếp theo trình tự từ dễ đến khó và có tính ứng dụng cao.

Khóa luận được hội đồng đánh giá loại: Xuất sắc (9.5 điểm).

3.4.3.4. SV Nguyễn Mai Hòa(Lớp ĐH Toán K3)

Khóa luận: ***“ Hệ thống và bổ sung bài tập hình học Euclide”***

Với mục đích tương tự như khóa luận của SV Nguyễn Thị Luyên nêu trên, trong khóa luận này, SV Hòa đã tổng kết, sưu tầm và sáng tạo, đưa ra một hệ thống bài tập gồm 85 bài tập theo 3 chương: Không gian Euclide, Ánh xạ đẳng cự, hình học Euclide, Siêu mặt bậc hai Euclide. Các bài tập cũng đã hội đủ các tiêu chí của hệ thống bài tập của phần hình học Ơclit về sự phong phú, đa dạng, sắp xếp theo thứ tự phù hợp, có tính ứng dụng cao, liên thông với chương trình HHPT.

Khóa luận được hội đồng đánh giá loại: Xuất sắc (9.7 điểm).

Hệ thống bài tập trong hai khóa luận đã được hoàn thiện và sử dụng để dạy học môn Hình học Afin và hình học Euclide trong chương trình ĐHSP Toán của Trường ĐH Hải Phòng cho đến nay.

Qua quá trình trực tiếp hướng dẫn SV làm khóa luận, chúng tôi nhận thấy khả năng vận dụng HHCC nói riêng, TCC nói chung của SV có sự thay đổi rõ nét trong quá trình thực hiện đề tài. SV bước đầu còn có nhiều lúng túng vì còn chưa nắm được kỹ năng, phương pháp kết nối giữa HHCC và HHPT. Sau khi được GV hướng dẫn một số kỹ thuật trên những ví dụ cụ thể, SV đã hình dung được vấn đề và tự chủ nghiên cứu tìm tòi và đạt được các kết quả đáng ghi nhận. Đây là bước tập dượt nghiên cứu khoa học cho SV, đồng thời kết quả của đề tài có tính thực tiễn, hỗ trợ SV trong quá trình dạy học môn toán PT sau này. Các khóa luận đều được đánh giá cao chứng tỏ các GV dạy học môn hình học rất ủng hộ PPDH HHCC theo hướng chuẩn bị NL dạy học HHPT.

3.5. Kết luận chương 3

Quá trình thực nghiệm SP đã được chúng tôi thực hiện nhiều lần với nhiều đợt khác nhau ở Trường ĐH Hải Phòng từ khi hình thành ý tưởng của luận án. Qua quá trình thực nghiệm, chúng tôi rút ra được kết luận: những biện pháp SP chúng tôi trình bày trong chương II có thể chấp nhận được. Các biện pháp đó là các phương án hữu hiệu nhằm phát triển NL dạy học HHPT, một phần căn bản của NLNN, cho SV Toán ĐHSP thông qua dạy học HHCC nói riêng, TCC nói chung. Điều đó được thể hiện qua các khía cạnh sau đây:

- Bước đầu SV đã có ý thức khai thác các kiến thức TCC được học trong chương trình ĐHSP vào dạy học ở trường PT. Từ đó, SV nắm được ý nghĩa thực tiễn của môn HHCC nói riêng, TCC nói chung dẫn tới việc học tập toán cao cấp có hứng thú và hiệu quả hơn.

- Các hướng nghiên cứu chuẩn bị NL dạy học HHPT cho SV thông qua HHCC cũng có thể áp dụng một phần với các môn toán cao cấp khác. Do đó các biện pháp là hướng mở để SV có thể nghiên cứu tương tự với các môn khác và tìm thấy ý nghĩa to lớn của các môn toán cao cấp trong thực tiễn dạy học sau này.

- Thông qua thực nghiệm, ta thấy bước đầu một số thành tố của NL dạy học HHPT của SV SP Toán đã được hình thành như: NL chuyển hóa SP, NL gắn kết toán học với thực tiễn, NL bồi dưỡng tư duy hình học cho HS…

Qua thực nghiệm, chúng tôi cũng thấy một số khó khăn nhất định như: SV còn chưa có thói quen khai thác khả năng của toán cao cấp trong việc bồi dưỡng NLNN cho bản thân, kĩ thuật chuyển hóa SP còn hạn chế…

Tuy nhiên, kết quả thực nghiệm bước đầu cho thấy các biện pháp luận án đề xuất có tính khả thi, góp phần chuẩn bị cho SV SP Toán một số NL dạy học HHPT thông qua dạy học HHCC.

KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

I. Kết luận

Luận án đã làm sáng tỏ vấn đề dạy học môn HHCC ở trường ĐH theo hướng chuẩn bị cho SV SP Toán một số NL dạy học HHPT thông qua những việc như sau:

- Sau khi hệ thống hóa về mặt lí luận và thực tiễn, luận án đã đưa ra một hệ thống gồm 7 thành tố của NL dạy học HHPT của SV SP Toán có thể hình thành được thông qua dạy học môn HHCC.
- Chỉ rõ khả năng của môn HHCC trong việc rèn luyện NL dạy học HHPT cho SV. Thông qua các ví dụ cụ thể, luận án đưa ra cách thức khai thác các khả năng đó trong quá trình dạy học nội dung môn HHCC.
- Luận án đã đưa ra quan điểm, nguyên tắc và 5 biện pháp dạy học HHCC với mục đích hình thành, phát triển các thành tố của NL dạy học HHPT đã nêu cho SV SP Toán bậc ĐH.
- Bước đầu kiểm nghiệm được tính khả thi của các biện pháp đề ra bằng thực nghiệm sư phạm.

Những kết quả nghiên cứu đã tiếp nối, bổ sung cho các kết quả của những người đi trước trong lĩnh vực đào tạo trình độ ĐH ngành sư phạm Toán nhằm góp phần hình thành những NLNN cần thiết cho SV thông qua các bộ môn KHCB. Luận án có thể sử dụng như một tài liệu tham khảo cho các đồng nghiệp, SV các trường sư phạm và giáo viên giảng dạy bộ môn Toán các trường phổ thông.

II. Một số khuyến nghị sau nghiên cứu

1. Đối với Khoa Toán: Xây dựng khung chương trình mềm hóa với nhiều môn tự chọn giúp SV có thể lựa chọn cách học tập phù hợp với mục đích: dạy học hoặc nghiên cứu; Cho SV học tập Thông tư 30 để chủ động chuẩn bị những phẩm chất cần có của người giáo viên PT, đáp ứng yêu cầu xã hội.

2. **Đối với Tổ Hình học**: Lựa chọn cách giảng dạy môn HHCC phù hợp với từng đối tượng SV. Đối với những SV lựa chọn hướng nghiên cứu toán, giảng viên có thể sử dụng phương pháp dạy học truyền thống theo phương pháp tiên đề. Phương pháp này có ưu điểm cho SV có một cái nhìn thống nhất trong việc xây dựng các không gian hình học giúp SV có phương pháp tư duy hệ thống khi nghiên cứu toán. Còn đối với các SV hướng nghiệp dạy học Toán, giảng viên có thể dạy học theo hướng kết nối với HHPT để họ thuận lợi hơn trong công tác giảng dạy sau này.

3. **Đối với Tổ Phương pháp giảng dạy Toán**: Kết hợp với tổ Hình học trang bị cho SV các yêu cầu của chương trình toán PT nói chung, chương trình HHPT nói riêng trước khi SV được học học phần HHCC để SV có thể chủ động tìm hiểu các tri thức liên quan và tổ chức các seminar nhằm khai thác nội dung môn HHCC vào việc dạy học HHPT.

III. HƯỚNG NGHIÊN CỨU TIẾP THEO

Nghiên cứu phương pháp dạy học các môn toán cao cấp ở đại học theo hướng chuẩn bị năng lực nghề nghiệp cho sinh viênsư phạm toán.

DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH NGHIÊN CỨU CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

I. Các bài báo đã công bố

1. Nguyễn Thị Thanh Vân, *Dạy học toán cao cấp ở trường ĐHSP theo hướng bồi dưỡng phương pháp sư phạm cho sinh viên*, Tạp chí Giáo dục, số 264, 6/2011.
2. Nguyễn Thị Thanh Vân, *Dạy học hình học cao cấp ở trường ĐHSP theo định hướng chuẩn bị cho sinh viên toán năng lực dạy học*, Tạp chí Khoa học giáo dục, số 85, 10/ 2012.
3. Nguyễn Thị Thanh Vân, *Khai thác mối quan hệ giữa nội dung chương trình hình học cao cấp và hình học phổ thông trong giảng dạy cho sinh viên Toán ĐHSP*, Tạp chí khoa học Trường ĐHSP Hà Nội, Số 58, năm 2013.
4. Nguyễn Thị Thanh Vân, *Một số biện pháp chuẩn bị cho sinh viên sư phạm khả năng gắn kết toán học với thực tiễn trong dạy học hình học cao cấp*, Tạp chí Khoa học giáo dục, Số đặc biệt, 1/ 2014.

II. Báo cáo tại các Hội nghị khoa học

1. Nguyễn Thị Thanh Vân, *Một số biện pháp dạy học hình học cao cấp theo hướng chuẩn bị cho sinh viên Toán ĐHSP năng lực nghề nghiệp*, Báo cáo tại Hội thảo khoa học quốc gia "Nghiên cứu giáo dục toán học theo hướng phát triển năng lực người học giai đoạn 2014 – 2020", Hải Phòng 4/ 2014.
2. Đào Tam, Nguyễn Thị Thanh Vân, *Một số biện pháp chuyển hóa sư phạm trong dạy học hình học ở bậc đại học,* Báo cáo tại Hội thảo quốc tế Pháp Việt về didactic toán DIMAVI 2015, Huế 4/ 2015.

III. Đề tài nghiên cứu khoa học cấp Trường đã được nghiệm thu

Tác giả luận án đã thực hiện 01 đề tài cấp Trường năm 2013 với nội dung liên quan đến đề tài luận án.

Tên đề tài: " ***Dạy học Hình học cao cấp theo hướng tăng cường mối liên hệ với hình học phổ thông ở trường ĐH Hải Phòng.***"

Đề tài đã được Hội đồng nghiệm thu vào tháng 11/ 2013.

Đạt loại: Xuất sắc

TÀI LIỆU THAM KHẢO CHÍNH

Tài liệu tiếng Việt

[1] Acgunov B. I. và Balc M. B.(1977) *Hình học sơ cấp*, NXB Giáo dục .

[2] Đinh Quang Báo, *Phẩm chất nghề nghiệp và định hướng đào tạo giáo viên đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục phổ thông*, Tạp chí GD, Số 307, 4/2013.

[3] Phạm Khắc Ban, Phạm Bình Đô (2008), *Hình học afin và hình học Ơclit trên những ví dụ và bài tập*, NXB Đại học sư phạm.

[4] Bernd Meier, Nguyễn Văn Cường, *Phát triển năng lực thông qua phương pháp và phương tiện dạy học mới,* Tài liệu hội thảo tập huấn, 11/ 2005.

[5] Bộ giáo dục và Đào tạo, *Chuẩn nghề nghiệp giáo viên trung học cơ sở, giáo viên trung học phổ thông*, Ban hành kèm theo thông tư 30 / 2009/TT-BGDĐT, 28/6/2006.

[6] Climôv E. A.(1971), *Nay đi học, mai làm gì?*, NXB Đại học sư phạm.

[7] *Chiến lược phát triển giáo dục 2011- 2020*, NXB Giáo dục, 2008.

[8] Văn Như Cương(1977), Lịch sử hình học, NXB Khoa học và kỹ thuật.

[9] Văn Như Cương,Tạ Mân(1998), *Hình học afin và hình học Ơclit*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

[10] Văn Như Cương(1999), *Hinh học xạ ảnh*, NXB Giáo dục.

[11] Trần Việt Cường (2012), *Tổ chức dạy học theo dự án học phần phương pháp dạy học môn toán góp phần rèn luyện năng lực sư phạm cho sinh viên khoa toán*, Luận án Tiến sĩ.

[12] Phạm Tất Dong (1989), *Giúp bạn chọn nghề*, NXB Chính trị quốc gia.

[13] Nguyễn Thị Kim Dung, *Xác định những yêu cầu sư phạm đối với sinh viên tốt nghiệp nhằm đáp ứng chuẩn nghề nghiệp giáo viên phổ thông hiện nay ở nước ta*, Đề tài cấp Bộ, Mã số: B2009- 17- 177.

[14]Nguyễn Văn Dũng (2012), *Dạy học đại số cao cấp ở các trường sư phạm theo hướng gắn với chương trình môn toán ở trường phổ thông*, Luận án tiến sĩ, ĐHSP Hà Nội.

[15] Vũ Cao Đàm (1999), *Phương pháp luận nghiên cứu khoa học,* NXB Khoa học và Kỹ thuật HN.

[16] Phạm Gia Đức, Phạm Đức Quang(2002), *Hoạt động hình học ở trường Trung học cơ sở,* NXB Giáo dục.

[17] Nguyễn Thị Châu Giang (2008), *Tăng cường liên hệ sư phạm giữa nội dung dạy học lý thuyết tập hợp và logic, cấu trúc đại số với nội dung dạy học số học trong môn toán tiểu học cho sinh viên khoa giáo dục tiểu học các trường đại học sư phạm,* Luận án tiến sĩ, ĐH Vinh.

[18] Lê Trọng Hậu (2007), *Khai thác mối liên hệ giữa hình học xạ ảnh và hình học sơ cấp nhằm nâng cao hiệu quả dạy học môn hình học ở trường phổ thông,* Luận văn thạc sỹ, ĐHSP Hà Nội.

[19]Phạm Văn Hoàn, Trần Thúc Trình, Nguyễn Gia Cốc(1981), *Giáo dục học môn Toán*, NXB Giáo dục.

[20] Đặng Vũ Hoạt, Hà Thị Đức(2004), *Lí luận dạy học đại học*, NXB ĐHSP.

[21] Trần Bá Hoành, *Đổi mới bài diễn giảng và tổ chức seminar ở đại học,* Tạp chí giáo dục , số 20(01/2002).

[22] Howard Eves(1993), *Giới thiệu lịch sử toán*, NXB KHKT & Cty thiết bị GD Tp. HCM.

[23]Nguyễn Mộng Hy(1997), *Các phép biến hình trong mặt phẳng*, NXBGD.

[24] Nguyễn Mộng Hy(1998), *Xây dựng hình học bằng phương pháp tiên đề*, NXB GD.

[25] Nguyễn Mộng Hy(2000), *Bài tập hình học cao cấp*, NXB Giáo dục.

[26] Nguyễn Mộng Hy(2000), *Hình học cao cấp*, NXB Giáo dục.

[27]Jean-MarieMonier(2006),*Giáo trình Toán– Tập 7: Hình học*,NXB GD.

[28] Nguyễn Bá Kim, Đinh Nho Chương, Nguyễn Mạnh Cảng, Nguyễn Văn Thưởng Vũ Dương Thụy(1994), *Phương pháp dạy học môn Toán(Phần các nội dung cụ thể)*, NXB Giáo dục.

[29] Nguyễn Bá Kim(2004), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB ĐHSP.

[30] Nguyễn Bá Kim, *Hoạt động của học sinh trong dạy học toán*, Tạp chí Khoa hoc giáo dục, Số 85, 10/2012 (tr 1-5)

[31] Nguyễn Bá Kim*, Giáo dục toán học tập trung vào phát triển năng lực*, Tập chí Khoa học, Trường ĐHSP Hà Nội, Số 59, 2014(tr 7 – 13)

[32] Ngô Thúc Lanh (Chủ biên), Đoàn Quỳnh, Nguyễn Đình Trí(2000), *Từ điển toán học thông dụng*, NXB Giáo dục.

[33]Nguyễn Phú Lộc, *Sự "thích nghi"trí tuệ trong quá trình nhận thức theo quan điểm của J.Piaget*, Tạp chí Giáo dục, số183 (kì 1-2/2008)

[34] *Luật giáo dục*, NXB Chính trị quốc gia, 1998.

[35]Nguyễn Văn Mậu(Chủ biên) (2008), *Hình học và một số vấn đề liên quan*, NXB Giáo dục .

[36] Lưu Xuân Mới(2004), *Lý luận dạy học đại học*, NXB ĐHSP.

[37] Hồ Phương Nam(2007), *Dùng hình học cao cấp để xây dựng hệ thống bài tập hình học sơ cấp nhằm bồi dưỡng năng lực giải toán cho học sinh chuyên toán trung học phổ thông*, Luận văn thạc sĩ.

[38] Dương Thị Nga(2012), *Phát triển năng lực thích ứng nghề cho sinh viên CĐSP*, Luận án tiến sĩ.

[39] Bùi Văn Nghị, Dương Duy Bằng , Bùi Minh Hiền, *Một số vấn đề về đào tạo giáo viên trung học phổ thông,* Báo cáo thu hoạch từ các hội thảo về mô hình đào tạo giáo viên trung học phổ thông, TCCN trong bối cảnh hội nhập quốc tế năm 2009. Đề tài cấp bộ.

[40] *Nghị quyết 29/ NQTW của Hội nghị Trung ương 8 khóa XI về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo*, 2013.

[41] Phan Trọng Ngọ(2003),*Các lí thuyết phát triển tâm lý người*, NXB ĐHSP.

[42] Hà Thế Ngữ(2001), *Giáo dục học – Một số vấn đề lý luận và thực tiễn*, NXB ĐHQGHN.

[43] Hoàng Phê (1992), *Từ điển tiếng Việt*, Trung tâm từ điển ngôn ngữ, HN.

[44] Polia G.(1997), *Giải một bài toán như thế nào*?, NXB Giáo dục.

[45] Polia G(1997), *Toán học và những suy luận có lý*, NXB Giáo dục.

[46] Polia G(1997), *Sáng tạo toán học*, NXB Giáo dục.

[47]PraxolopV.V(2002), *Bài tập hình học phẳng*(Tập1,2),NXB ĐHQG TP HCM.

[48]Nguyễn Thành Quang(2014), *Góp phần đổi mới phương thức đào tạo giáo viên toán trung học phổ thông tại các trường sư phạm theo hướng đáp ứng yêu cầu xã hội và hội nhập quốc tế*, Tạp chí Giáo dục, Số 339.

[49]Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương(Chủ biên)(2009), *Hình học nâng cao 10*, Nhà xuất bản Giáo dục.

[50]Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương(Chủ biên)(2009), *Hình học nâng cao 11*, Nhà xuất bản Giáo dục.

[51]Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương(Chủ biên)(2009), *Hình học nâng cao 12*, Nhà xuất bản Giáo dục.

[52] SEAMEO, *Chuẩn giáo viên Toán khu vực Đông Nam Á (Sears-MT).*

[53] Đào Tam (2004), *Hình học sơ cấp*, NXB ĐHSP.

[54] Đào Tam (2004), *Phương pháp dạy học hình học ở trường trung học phổ thông*, NXB ĐHSP.

[55] Đào Tam, Trần Trung(2010), *Tổ chức các hoạt động nhận thức trong dạy học môn toán ở trường trung học phổ thông*, NXB ĐHSP.

[56] Đào Tam(2013), *Bồi dưỡng cho học sinh các phương pháp huy động kiến thức nhằm định hướng đúng hoạt động giải quyết vấn đề trong dạy học hình học ở trường phổ thông*, Tạp chí giáo dục, số 307, trang 51.

[57] Đào Tam(2013), *Vận dụng lí thuyết chuyển hóa sư phạm của didactic toán vào việc tìm tòi phát hiện lời giải các bài toán ở trường phổ thông,* Tạp chí khoa học ĐH Đồng Tháp, Số 2.

[58] Vũ Văn Tảo(2005), *GD ĐH thế giới thế kỷ XXI*, Kỷ yếu Diễn đàn quốc tế về giáo dục Việt Nam "Đổi mới GDĐH và hội nhập quốc tế", trang 1-30.

[59] Lương Việt Thái(2011), *Phát triển chương trình giáo dục phổ thông theo định hướng phát triển năng lực người học,* Đề tài cấp bộ.

[60] Đỗ Đức Thái(Chủ biên)(2011), *Cơ sở hình học và hình học sơ cấp,* NXB ĐHSP.

[61] Chu Trọng Thanh, Trần Trung(2011), *Cơ sở toán học hiện đại của kiến thức môn toán phổ thông*, NXB Giáo dục.

[62] Nguyễn Chiến Thắng (2011), *Các giải pháp rèn luyện kỹ năng nghề nghiệp cho sinh viên sư phạm toán thông qua việc dạy học các môn toán sơ cấp và phương pháp dạy học toán ở trường đại học*, Luận án tiến sĩ.

[63] Phan Thị Tình, *Tăng cường vận dụng toán học vào thực tiễn trong dạy học môn Xác suất thống kê và môn Quy hoạch tuyến tính cho sinh viên toán ĐHSP, Luận án TS*, Viện KHGD Việt Nam, 2011.

[64] Nguyễn Cảnh Toàn(1963), *Hình học xạ ảnh*, NXB Giáo dục.

[65] Nguyễn Cảnh Toàn(1969), *Cơ sở hình học*, NXB Giáo dục.

[66] Nguyễn Cảnh Toàn(1979), *Hình học cao cấp*, NXB Hà Nội.

[67] Nguyễn Cảnh Toàn(1997), *Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc dạy học nghiên cứu toán*, NXB ĐH QG Hà Nội.

[68] Nguyễn Cảnh Toàn – Lê Khánh Bằng (đồng chủ biên) (2009), *Phương pháp dạy và học đại học,* NXB ĐHSP, Hà Nội.

[69] Dương Thiệu Tống (2005), P*hương pháp nghiên cứu khoa học giáo dục và tâm lý* , NXB KHXH.

[70] Phạm Văn Trạo (2009), *Xây dựng và thực hiện một số chuyên đề cho sinh viên toán đại học sư phạm chuẩn bị dạy học thống kê- xác suất ở môn toán trung học phổ thông,* Luận án tiến sĩ.

[71] Nguyễn Đức Trí (2010), *Giáo dục nghề nghiệp một số vấn đề lý luận và thực tiễn*, NXB Khoa học và Kĩ thuật.

[72] Nguyễn Anh Tuấn (2012), *Giáo trình Lôgic toán và lịch sử toán học*, NXB ĐHSP.

[73] Nguyễn Mạnh Tuấn (2013), *Phát triển tư duy hình học cho trẻ mẫu giáo lớn và học sinh tiểu học qua một số hoạt động hình học*, Luận án tiến sĩ.

[74] Nguyễn Ngọc Tuấn, *Dạy học theo định hướng phát triển năng lực*, Tạp chí Giáo dục, Số 339, 8/ 2014.

[75] Hoàng Tuỵ (1996), *Toán học và sự phát triển,* Tạp chí thông tin KHGD. (số 53, tr 9 -10).

[76] Vũ Hoa Tươi(2013), *Đổi mới phương pháp dạy học hiệu quả và những giải pháp ứng xử trong ngành giáo dục hiện nay*, NXB Tài chính.

[77] Đặng Quang Việt(2002), *Tăng cường định hướn8g sư phạm trong dạy học đại số đại cương thông qua việc xây dựng một số chuyên đề cho sinh viên toán cao đẳng sư phạm,* Luận án tiến sĩ.

[78] Phạm Viết Vượng(2004), P*hương pháp luận nghiên cứu khoa học* , NXB ĐHQG Hà Nội.

[79] V.M. Mô-lôt-si(1962), *Một số vấn đề triết học về cơ sở toán học*, NXBGD.

[80] Wilbert J. McKeachie(1999), *Những thủ thuật trong dạy học – Các chiến lược, nghiên cứu và lí thuyết về dạy học dành cho các giảng viên đại học và cao đẳng*, Tài liệu dịch của dự án Việt – Bỉ.

[81] *Kỷ yếu hội thảo quốc gia về giáo dục toán học ở trường phổ thông*, NXBGD, 2012.

[82]*Kỷ yếu hội thảo- tập huấn quốc gia về phát triển kĩ năng nghề nghiệp cho sinh viên sư phạm qua hệ thống trường thực hành*, NXBGD, 2012.

[83] *Kỷ yếu hội thảo đổi mới tư duy giáo dục theo tinh thần nghị quyết đại hội ĐCSVN lần thứ XI,* 2012.

[84] *Kỷ yếu hội thảo KH quốc gia nghiên cứu giáo dục toán học theo hướng phát triển năng lực người học, giai đoạn 2014- 2020*, NXB ĐHSP, 2014.

[85] Các trang Web: www.math.vn ; www.Keypress.com www.Diendantoanhoc.net ; www.bookfinder.com

Tài liệu tiếng nước ngoài

[86]Alfred S. Posamentier(2002), *Advanced Euclidean Geometry: Excursions for Secondary Teachers and Students,* Key College Pub, USA.

[87] Bennett M.K. (1995), *Affine and projective geometry*, John Wiley & Sons, Inc.,New York.

[88] Buton L. (1998), *Thinking things through: Problem solving in Mathematics, Oxford*, Bosil blachwell limited.

[89] Friedman, S.I ; Scholnik. E.K; Cocking.R.R(1990), *Blueprints for thinking: The role of planning in cognitive development*, Cambridge University Press.

[90] Sharygin I. F(1986), *Problems in Solid Geometry*, Mir Publishers, Moscow.

[91]Sharygin I.F(1988), *Problems in Plane Geometry*, Mir Publishers, Moscow.

[92] Stephens M. & Quiqiong Z.(2011), *Teacher capacity as a key element of national curiculum reform in mathematics: A comparative study between Austraylia and China*. Procedings of the 34th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Austraylia and the Austraylian Association of Mathematics Teachers. Adelaide: AAMT and MERGA.

[93] Vilenkin N.IA và các tác giả khác(1980), *Cơ sở hiện đại của giáo trình toán phổ thông*, NXB Giáo dục , Matxcơva.

PHỤ LỤC 1

PHIẾU THAM KHẢO Ý KIẾN

(Đối với Giảng viên)

Để tìm hiểu một số khía cạnh của việc rèn luyện năng lực sư phạm cho sinh viên sư phạm Toán thông qua dạy học môn toán cao cấp nói chung và các môn Hình học cao cấp nói riêng ở bậc Đại học, mong quý Thày Cô vui lòng trả lời các câu hỏi sau đây (Kết quả thu được chỉ nhằm phục vụ nghiên cứu *để góp phần rèn luyện năng lực sư phạm cho sinh viên sư phạm toán, ngoài ra không có mục đích gì khác)*

Câu hỏi 1: Ở trường của Thày (Cô), sinh viên có được tiếp cận Chuẩn nghề nghiệp giáo viên trung học và thảo luận về các định hướng cơ bản để rèn luyện năng lực dạy học cho sinh viên trong suốt quá trình học tập ở bậc đại học hay không?

☐ Có.

☐ Không.

Câu hỏi 2: Theo Thày (Cô), việc dạy học các môn toán cao cấp ở các trường đại học sư phạm gắn kết với nội dung toán học phổ thông có cần thiết không?

☐ Cần thiết

☐ Không cần thiết

Câu hỏi 3: Theo Thày(Cô) nội dung chương trình hình học phổ thông hiện nay liên hệ với nội dung hình học cao cấp theo cách nào?

☐ Các nội dung kiến thức của hình học phổ thông là trường hợp riêng của các nội dung kiến thức tương ứng của hình học cao cấp.

☐ Cách thức xây dựng nội dung hình học phổ thông tương tự như cách thức xây dựng nội dung hình học cao cấp.

☐ Có một số nội dung hình học phổ thông xây dựng tương tự nội dung hình học cao cấp và một số nội dung khác có cách xây dựng riêng.

☐ Ý kiến khác

Câu hỏi 4: Theo Thày (Cô), những khó khăn cơ bản của việc lập mối liên hệ giữa hình học cao cấp và hình học phổ thông là gì?

☐ Giảng viên chưa chú trọng.

☐ Giảng viên thấy khó.

☐ Thời lượng của các môn hình học cao cấp không đủ để thực hiện các chuyên đề về lập mối liên hệ giữa hình học cao cấp và hình học phổ thông .

☐ Ý kiến khác:

Câu hỏi 5: Mối liên hệ giữa hình học cao cấp và hình học phổ thông thể hiện trên những khía cạnh nào?

☐ Khả năng định hướng của hình học cao cấp.

☐ Khả năng khái quát hóa, tương tự hóa chính xác của hình học cao cấp.

☐ Khả năng phát triển nhận thức , tư duy hệ thống của hình học cao cấp

☐ Ý kiến khác.

Câu hỏi 6:

Theo Thày (Cô) dạy học hình học cao cấp theo hướng chuẩn bị năng lực dạy học hình học phổ thông có thể thực hiện theo các phương thức nào trong các phương thức sau đây:

☐ Nhìn nhận hình học phổ thông theo quan điểm thống nhất, đầy đủ và sâu sắc của hình học cao cấp.

☐ Phát hiện lời giải bài toán nhờ chuyển đổi ngôn ngữ từ hình học cao cấp sang hình học phổ thông.

☐ Tổng quát hóa các bài toán của hình học phổ thông thành các nội dung của hình học cao cấp.

☐ Sử dụng hình học cao cấp để sáng tạo hình học phổ thông.

☐ Sử dụng kiến thức hình học cao cấp để giải thích một số kiến thức khó trong phổ thông, chính xác hóa toán phổ thông(Vì lí do sư phạm mà những kiến thức này không được trình bày chặt chẽ, lô gic)

☐ Ý kiến khác hoặc bổ sung:

Câu hỏi 7: Hình học cao cấp có khả năng chuẩn bị năng lực dạy học chủ yếu nào cho sinh viên sư phạm toán?

☐ Năng lực tổ chức các hoạt động nhận thức trong dạy học

☐ Năng lực bồi dưỡng cho học sinh các cách huy động kiến thức trong dạy học

☐ Năng lực ứng dụng tri thức toán học vào thực tiễn

☐ Năng lực chuyển hóa sư phạm từ tri thức khoa học sang tri thức sư phạm và tri thức truyền thụ.

☐ Hầu hết các năng lực dạy học chủ yếu của giáo viên toán ở trường phổ thông.

Câu hỏi 8: Ở trường đại học sư phạm, việc tìm mối liên hệ giữa hình học cao cấp và hình học phổ thông nên được thực hiện theo phương thức nào?

☐ Tổ chức seminar, hội thảo.

☐ Tổ chức cho sinh viên tự học, tự nghiên cứu.

☐ Đưa trực tiếp vào nội dung giảng dạy của môn học bằng cách sử dụng tri thức toán phổ thông với tư cách là tình huống gợi động cơ cho sự hình thành tri thức mới của hình học cao cấp.

☐ Ý kiến khác

Câu hỏi 9: Ở trường của Thày (Cô) thực hiện các chuyên đề về mối liên hệ giữa hình học cao cấp và hình học phổ thông có thường xuyên không?

☐ Thường xuyên

☐ Không thường xuyên

☐ Chưa thực hiện

Câu hỏi 10: Nói riêng, nếu quan tâm rèn luyện cho sinh viên năng lực dạy học trong quá trình dạy học môn Toán cao cấp và Toán học hiện đại ở bậc đại học thì thày (cô) thường lựa chọn những chủ đề nào giao cho các nhóm?

Câu hỏi 11:Thày (cô) có thể cho một ví dụ về rèn luyện cho sinh viên thiết lập mối liên hệ giữa Hình học cao cấp(Hình học Afin, Hình học Euclid, Hình học xạ ảnh) với kiến thức hình học phổ thông.

Câu hỏi 12: Theo Thày (Cô), nếu dạy học Hình học cao cấp theo phương pháp truyền thống (phương pháp tiên đề), sinh viên gặp những khó khăn gì khi tiếp thu nội dung môn học:

☐ Hình dung cụ thể nội dung môn học.

☐ Vận dụng kiến thức môn học vào giải bài tập hình học cao cấp.

☐ Vận dụng kiến thức môn học vào giải toán phổ thông

☐ Ý kiến khác

Câu hỏi 13: Theo Thày (Cô) những sai lầm nào sinh viên thường gặp phải khi tổng quát một bài toán hình học?

Câu hỏi 14:Theo Thày(Cô) sinh viên sư phạm toán ở trường của Thày(Cô) có thể phân biệt rõ các khái niệm của Hình học cao cấp(Hinh học Afin, Euclide, Xạ ảnh) không?

☐ Có

☐ Không

☐ Phân biệt được một số khái niệm.

Câu hỏi 15: Theo Thày(Cô) có thể sử dụng được các phép biến đổi của Hình học cao cấp để giải các bài toán phổ thông không?

☐ Không sử dụng được.

☐ Hiếm khi sử dụng được.

☐ Sử dụng được nhiều.

PHỤ LỤC 2

PHIẾU THAM KHẢO Ý KIẾN

(Đối với Sinh viên)

Để giúp ích cho việc rèn luyện khả năng sư phạm của bản thân khi học tập các môn toán cao cấp ở bậc đại học, anh (chị) vui lòng trả lời các câu hỏi sau (Mục đích của việc khảo sát này chỉ là phản hồi của anh chị để giảng viên lựa chọn phương pháp giảng dạy phù hợp, ngoài ra không có mục đích gì khác).

Câu hỏi 1: Theo anh(chị), việc dạy học các môn toán cao cấp ở các trường đại học sư phạm gắn kết với nội dung toán học phổ thông có cần thiết không?

□ Cần thiết.

□ Không cần thiết.

Câu hỏi 2:Trong dạy học các môn toán cao cấp và toán học hiện đại ở bậc đại học, các giảng viên có quan tâm rèn luyện cho anh (chị) thiết lập mối quan hệ với kiến thức toán ở trường phổ thông hay không?

□ Mọi giảng viên đều quan tâm.

□ Chỉ một số giảng viên quan tâm.

□ Không có giảng viên nào quan tâm.

Câu hỏi 3: Nếu có giảng viên quan tâm rèn luyện cho anh (chị) thiết lập mối quan hệ giữa toán học cao cấp, toán học hiện đại với Toán phổ thông thì những hướng nào sau đây được thực hiện(đánh dấu vào ô lựa chọn)

□ Lấy một số kiến thức của Toán phổ thông để minh họa các khái niệm của toán học cao cấp, toán hiện đại.

☐ Các công cụ của toán cao cấp là công cụ để nhìn nhận Toán phổ thông theo quan điểm thông nhất, đầy đủ và sâu sắc hơn.

☐ Sử dụng kiến thức toán cao cấp giải thích một số hiện tượng khó trong chương trình Toán phổ thông , chính xác hóa Toán phổ thông(vì lí do sư phạm những kiến thức này không được trình bày một cách chặt chẽ, logic).

☐ Vận dụng kiến thức toán cao cấp để sáng tạo bài toán phổ thông.

☐ Ý kiến khác hoặc bổ sung

………………………………………………………………………………

Câu hỏi 4: Anh(Chị) gặp những khó khăn gì khi nghiên cứu nội dung các môn toán cao cấp:

☐ Hình dung cụ thể nội dung môn học.

☐ Vận dụng kiến thức môn học vào giải quyết các vấn đề của môn học đó.

☐ Vận dụng kiến thức môn học vào tìm hiểu các vấn đề của toán phổ thông.

☐ Ý kiến khác

………………………………………………………………………………

Câu hỏi 5: Theo anh(chị), bài toán sau thuộc loại hình học nào?

Cho A, B, C và A’, B’, C’ là 2 bộ 3 điểm thẳng hàng. Ta có AA’, BB’, CC’ đồng quy khi và chỉ khi giao của AB và A’B’, BC và B’C’, AC và A’C’ thẳng hàng.

☐ Hình học afin.

☐ Hình học Euclide

☐ Hình học xạ ảnh.

☐ Thuộc cả 3.

Câu hỏi 6: Theo anh(chị), tính chất: ”Trong mặt phẳng,nếu có 2 véc tơ không cùng phương thì mọi véc tơ còn lại đều biểu diễn bằng một cách duy nhất qua hệ ban đầu”.

Tính chất này xuất phát từ tính chất nào của không gian afin?

……………………………………………………………………………

Câu hỏi 7: Theo anh(chị), hình chiếu song song của một cặp đường thẳng chéo nhau trong không gian lên một mặt phẳng có thể là cặp đường thẳng song song không?

☐ Có

☐ Không

Câu hỏi 8: Đánh dấu vào ý anh(chị) cho là đúng.

Luôn tìm được phép chiếu song song biến :

☐ Tam giác thành tam giác đều.

☐ Hình elip thành hình tròn.

☐ Tứ giác thành hình chữ nhật.

Câu hỏi 9: Theo anh(chị), các hình sau có những tính chất afin tương tự không?

☐ Hình hộp và hình bình hành.

☐ Mặt cầu và đường tròn .

☐ Tam giác và tứ diện.

Câu hỏi: Anh(Chị) có thể cho biết lí do của sự (không) tương tự đó?

……………………………………………………………………………

Câu hỏi 10: Theo anh(chị), nhận định sau là đúng hay sai:” Bất biến của phép biến đổi nào thì có thể dùng phép biến đổi đó để giải quyết”

☐ Đúng

☐ Sai

==

Xin chân thành cảm ơn ý kiến của Anh (Chị)!

PHỤ LỤC 3. KẾT QUẢ KHẢO SÁT VỚI GIẢNG VIÊN

Câu hỏi 1: Ở trường của Thày (Cô), sinh viên có được tiếp cận Chuẩn nghề nghiệp GV trung học và thảo luận về các định hướng cơ bản để rèn luyện NL dạy học cho SV trong suốt quá trình học tập ở bậc ĐH hay không?

Có.	2/20 = 10%
Không.	18/20 = 90%

Câu hỏi 2: Theo Thày (Cô), việc dạy học các môn toán cao cấp(TCC) ở các trường ĐHSP gắn kết với nội dung toán học phổ thông có cần thiết không?

Cần thiết	19/20 = 95%
Không.	1/20 = 5%

Câu hỏi 3: Theo Thày(Cô) nội dung chương trình HHPT hiện nay liên hệ với nội dung HHCC theo cách nào?

Các nội dung kiến thức của HHPT là trường hợp riêng của các nội dung kiến thức tương ứng của HHCC.	18/20= 90%
Cách thức xây dựng nội dung HHPT tương tự như cách thức xây dựng nội dung HHCC.	0/ 20 = 0%
Có một số nội dung HHPT xây dựng tương tự nội dung HHCC và một số nội dung khác có cách xây dựng riêng.	20/20 = 100%

Câu hỏi 4: Theo Thày (Cô), những khó khăn cơ bản của việc lập mối liên hệ giữa hình học cao cấp và hình học phổ thông là gì?

Giảng viên chưa chú trọng	0/20 = 0%
Giảng viên thấy khó	2/ 20 = 10%
Thời lượng của các môn HHCC không đủ để thực hiện các	19/20 = 95%

chuyên đề về lập mối liên hệ giữa HHCC và HHPT.	

Câu hỏi 5: Mối liên hệ giữa HHCC và HHPT thể hiện ở những khía cạnh nào?

Khả năng định hướng của HHCC	14/ 20 = 70%
Khả năng khái quát hóa, tương tự hóa chính xác của HHCC	15/20 = 75%
Khả năng phát triển nhận thức , tư duy hệ thống của HHCC	10/20= 50%

Câu hỏi 6:

Theo Thày (Cô) dạy học HHCC theo hướng chuẩn bị NL dạy học HHPT có thể thực hiện theo các phương thức nào trong các phương thức sau đây:

Nhìn nhận HHPT theo quan điểm thống nhất, đầy đủ và sâu sắc của HHCC.	17/20 = 85%
Phát hiện lời giải bài toán nhờ chuyển đổi ngôn ngữ từ HHCC sang HHPT.	12/20 = 60%
Tổng quát hóa các bài toán của HHPT thành các nội dung của HHCC.	17/20= 85%
Sử dụng HHCC để sáng tạo bài toán HHPT.	19/20 = 95%
Sử dụng kiến thức HHCC để giải thích một số kiến thức khó trong PT, chính xác hóa toán PT(Vì lí do SP mà những kiến thức này không được trình bày chặt chẽ, lô gic)	19/20 = 5%

Câu hỏi 7: Hình học cao cấp có khả năng chuẩn bị năng lực dạy học chủ yếu nào cho sinh viên sư phạm toán?

Năng lực tổ chức các hoạt động nhận thức trong dạy học	12/20= 60%
Năng lực bồi dưỡng cho học sinh các cách huy động kiến thức trong dạy học	15/20 = 75%
Năng lực ứng dụng tri thức toán học vào thực tiễn	12/20 = 60%

Năng lực chuyển hóa sư phạm từ tri thức khoa học sang tri thức sư phạm và tri thức truyền thụ.	18/20 = 90%
Hầu hết các năng lực dạy học chủ yếu của giáo viên toán ở trường phổ thông.	0/20 = 0%

Câu hỏi 8: Ở trường đại học sư phạm, việc tìm mối liên hệ giữa hình học cao cấp và hình học phổ thông nên được thực hiện theo phương thức nào?

Tổ chức seminar, hội thảo.	18/20 = 90%
Tổ chức cho sinh viên tự học, tự nghiên cứu	20/20 = 100%
Đưa trực tiếp vào nội dung giảng dạy của môn học	14/20 = 70%

Câu hỏi 9: Ở trường của Thày (Cô) thực hiện các chuyên đề về mối liên hệ giữa hình học cao cấp và hình học phổ thông có thường xuyên không?

Thường xuyên	0/20 = 0%
Không thường xuyên	18/20 = 90%
Chưa thực hiện	2/ 20 = 10%

Câu hỏi 12: Theo Thày(Cô), nếu dạy học HHCC theo phương pháp truyền thống(phương pháp tiên đề), SV gặp những khó khăn gì:

Hình dung cụ thể nội dung môn học.	5/20 = 25%
Vận dụng kiến thức môn học vào giải bài tập HHCC.	4/20 = 20%
Vận dụng kiến thức môn học vào giải toán phổ thông.	16/20 = 80%

Câu hỏi 14:Theo Thày(Cô) SVSP toán ở trường của Thày(Cô) có thể phân biệt rõ các khái niệm của HHCC(Hinh học Afin, Euclide, Xạ ảnh) không?

Có	9/ 20 = 45%
Không	0/20 = 0%

Phân biệt được một số khái niệm	11/20 = 55%

Câu hỏi 15: Theo Thày(Cô) có thể sử dụng được các phép biến đổi của Hình học cao cấp để giải các bài toán phổ thông không?

Không sử dụng được.	0/20 = 0%
Hiếm khi sử dụng được	14/20 = 70%
Sử dụng được nhiều	6/20 = 30%

PHỤ LỤC 4. KẾT QUẢ KHẢO SÁT SINH VIÊN

Câu hỏi 1: Theo anh(chị), việc dạy học các môn TCC ở các trường ĐHSP gắn kết với nội dung toán học phổ thông có cần thiết không?

Cần thiết	483/493= 97,97%
Không cần thiết	10/ 493 = 2,03%

Câu hỏi 2:Trong dạy học các môn TCC và toán học hiện đại ở bậc ĐH, các giảng viên có quan tâm rèn luyện cho anh (chị) thiết lập mối quan hệ với kiến thức toán ở trường phổ thông hay không?

Mọi giảng viên đều quan tâm.	133/493 =26,98%
Chỉ một số giảng viên quan tâm.	352/493 = 71,39%
Không có giảng viên nào quan tâm.	8/ 493 =1,63%

Câu hỏi 3: Nếu có giảng viên quan tâm rèn luyện cho anh (chị) thiết lập mối quan hệ giữa TCC, toán học hiện đại với Toán PT thì những hướng nào:

Lấy một số kiến thức của Toán PT để minh họa các khái niệm của TCC, toán hiện đại.	359/493= 72,81%
Các công cụ của TCC là công cụ để nhìn nhận Toán PT theo quan điểm thống nhất, đầy đủ và sâu sắc hơn.	25/ 493 = 5,08%
Sử dụng kiến thức TCC giải thích một số hiện tượng khó	3/ 493 = 0,6%

trong chương trình Toán PT , chính xác hóa Toán PT	
Vận dụng kiến thức TCC để sáng tạo bài toán PT.	31/ 493= 6,29%

Câu hỏi 4: Anh(Chị) gặp khó khăn gì khi nghiên cứu nội dung TCC:

Hình dung cụ thể nội dung môn học.	27/493= 5,47%
Vận dụng kiến thức môn học vào giải quyết các vấn đề của môn học đó.	157/493=31,84%
Vận dụng kiến thức môn học vào tìm hiểu các vấn đề của toán phổ thông.	458/ 493 = 92,9%

Câu hỏi 5: Theo anh(chị), bài toán sau thuộc loại hình học nào?

Cho A,B,C và A’,B’,C’ là 2 bộ 3 điểm thẳng hàng.

Chứng minh rằng AA’, BB’, CC’ đồng quy khi và chỉ khi giao của AB và A’B’, BC và B’C’, AC và A’C’ thẳng hàng.

Hình học afin.	110/493= 22,31%
Hình học Euclide	9/ 493= 1,83%
Hình học xạ ảnh.	374/493= 75,86%
Thuộc cả 3.	0%

Câu hỏi 7: Theo anh(chị), hình chiếu song song của một cặp đường thẳng chéo nhau trong không gian lên một mặt phẳng có thể là cặp đường thẳng song song không?

Có	378/493 = 76,67%
Không	115/ 493= 23,33%

Câu hỏi 8: Đánh dấu vào ý anh(chị) cho là đúng.

Luôn tìm được phép chiếu song song biến :

Tam giác thành tam giác đều.	102/ 493= 20,69%

Hình elip thành hình tròn.	0%
Tứ giác thành hình chữ nhật.	0%

Câu hỏi 9: Theo anh(chị), các hình sau có những tính chất afin tương tự?

Hình hộp và hình bình hành.	377/493 =76,47%
Mặt cầu và đường tròn .	385/493= 78,09%
Tam giác và tứ diện.	423/493=85,8%

Câu hỏi 10: Theo anh(chị), nhận định sau là đúng hay sai:" Bất biến của phép biến đổi nào thì có thể dùng phép biến đổi đó để giải quyết"

Đúng	277/493=56,18%
Sai	216/493=43,82%

PHỤ LỤC 5. Tài liệu hướng dẫn tự học cho sinh viên

Chủ đề: ĐƠN HÌNH TRỰC TÂM VÀ ỨNG DỤNG GIẢI TOÁN PT

1. Kiến thức cơ bản

1.1.Một số định nghĩa

Định nghĩa 1. Cho n- đơn hình $S(I_0, I_1,\ldots,I_n)$ trong không gian Euclide hữu hạn chiều E. Lấy (q+1) đỉnh phân biệt của đơn hình thì bao lồi của nó gọi là một q- mặt bên của n – đơn hình đã cho.

q- mặt bên S và q' – mặt bên S' của đơn hình gọi là mặt đối diện nếu q+q' = n-1 và S, S' không có đỉnh chung.

Định nghĩa 2. n- đơn hình $S(I_0, I_1,\ldots,I_n)$ được gọi là n- đơn hình trực tâm nếu các đường cao (đường thẳng qua đỉnh I_k trực giao với siêu phẳng chứa n-1- mặt bên đối diện với I_k) đồng quy.

1.2. Các trường hợp đặc biệt:

- Tam giác là đơn hình tực tâm.

- Một tứ diện là tứ diện trực tâm nếu 4 đường cao của tứ diện đồng quy.

1.3. Tính chất

Tính chất 1. Điều kiện cần và đủ để n- đơn hình $S(I_0, I_1,\ldots,I_n)$ là đơn hình trực tâm là $\overrightarrow{I_PI_j}.\overrightarrow{I_PI_k}$ không đổi với mọi $j \neq k$; $k,j \in \{ 0, 1, 2,..,n\}\backslash p$; p cố định thuộc $\{ 0, 1, 2,..,n\}$.

Chứng minh .

Điều kiện cần

Nếu $S(I_0, I_1,\ldots,I_n)$ là n- đơn hình trực tâm, gọi H là trực tâm.

Ta có: $I_0H \perp I_jI_k$ với mọi $j \neq k$. Tức là

$$\overrightarrow{I_0H}.\overrightarrow{I_tI_k}=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{I_0H}.(\overrightarrow{I_0I_k}-\overrightarrow{I_0I_t})=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{I_0H}.\overrightarrow{I_0I_k}=\overrightarrow{I_0H}.\overrightarrow{I_0I_t}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{I_0H}.\overrightarrow{I_0I_k}+\overrightarrow{HI_j}\overrightarrow{I_0I_k}=\overrightarrow{I_0H}.\overrightarrow{I_0I_t}+\overrightarrow{HI_s}\overrightarrow{I_0I_t} \Leftrightarrow \overrightarrow{I_0I_j}.\overrightarrow{I_0I_k}=\overrightarrow{I_0I_s}.\overrightarrow{I_0I_t}$$

Hay ta có ĐPCM.

Hệ quả. Một đơn hình là trực tâm thì mọi q- đơn hình thuộc q- mặt bên đều là đơn hình trực tâm.

Tính chất 2. Điều kiện cần và đủ để n- đơn hình $S(I_0, I_1,\ldots,I_n)$ là đơn hình trực tâm là tồn tại duy nhất điểm H sao cho $\overrightarrow{HI_j}.\overrightarrow{HI_k}$ không đổi với mọi $j \neq k$; $k,j \in \{ 0, 1, 2,..,n\} \backslash p$; p cố định thuộc $\{ 0, 1, 2,..,n\}$.

Tính chất 3. Giả sử H là trực tâm của n- đơn hình trực tâm $S(I_0, I_1,\ldots,I_n)$; H_k là trực tâm của (n- 1)- đơn hình trực tâm đối diện với I_k. Khi đó I_kH là đường cao của (n- 1)- đơn hình trực tâm đối diện với I_k và I_k, H, H_k thẳng hàng.

Tính chất 4. Điều kiện cần và đủ để đơn hình là đơn hình trực tâm là các cặp mặt bên đối diện trực giao với nhau.

Tính chất 5. Trong đơn hình trực tâm, đường thẳng nối trực tâm của hai mặt đối diện trực giao với hai mặt đó.

Tính chất 6. Trong đơn hình trực tâm, các đường thẳng nối trực tâm của các mặt bên đối diện đồng quy tại trực tâm của đơn hình.

1.4. Cách xác định trực tâm của tứ diện

Tứ diện trực tâm ABCD có trực tâm H nằm trong tứ diện khi và chỉ khi tâm mặt cầu ngoại tiếp nằm trong tứ diện.

Tứ diện trực tâm ABCD có trực tâm H nằm ngoài tứ diện khi và chỉ khi có ít nhất một mặt có trực tâm nằm ngoài tam giác.

1.5. Nhiệm vụ của SV

- Chứng minh các tính chất còn lại của đơn hình trực tâm.
- Nêu cụ thể các tính chất đặc trưng của tứ diện trực tâm.

SV làm các bài tập sau:

1.6. Bài tập

Bài 1. Chứng minh rằng nếu tam giác ABC có trực tâm H thì các tam giác HBC, HCA, HAB lần lượt có trực tâm là A, B, C.

Bài 2. Nếu tứ diện trực tâm ABCD có trực tâm H thì các tứ diện HBCD, HCDA, HDAB, HABC cũng là các tứ diện trực tâm, lần lượt có các trực tâm là A, B, C, D.

Bài 3. Cho tam giác ABC, H là trực tâm. Chứng minh rằng :

1) H trùng với A khi và chỉ khi $a^2 = b^2 + c^2$.

2) H nằm trong tam giác khi và chỉ khi bình phương của một cạnh bất kỳ nhỏ hơn tổng bình phương của 2 cạnh còn lại.

3) H nằm ngoài tam giác khi và chỉ khi có một cạnh mà bình phương của cạnh đó lớn hơn tổng bình phương của 2 cạnh còn lại.

Bài 4. Phát biểu và chứng minh bài toán tương tự với tứ diện trực tâm.

1.7. TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Nguyễn Phương Nam, *Dùng HHCC để xây dựng hệ thống bài tập hình học sơ cấp nhằm bồi dưỡng năng lực giải toán cho học sinh chuyên toán trung học phổ thông*, Luận văn Thạc sĩ, ĐHSP HN, 2007.
- Nguyễn Mộng Hy, *Hình học cao cấp* , NXB Giáo dục, 2000.

PHỤ LỤC 6. HỆ THỐNG BÀI TẬP

CHỦ ĐỀ: SỬ DỤNG TỌA ĐỘ AFIN GIẢI TOÁN HHPT

Bài 1. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Tìm M thuộc AC'; N thuộc B'D'sao cho MN // A'D.

Hướng dẫn: Chọn hệ tọa độ afin $\{A; \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$; $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$; $\vec{b} = \overrightarrow{AD}; \vec{c} = \overrightarrow{AA'}$. Tìm tọa độ M, N với hệ tọa độ trên. AM = $\frac{2}{3}$ AC'; B'N = $\frac{1}{3}$ B'D'.

Bài 2. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm chia A'C và C'D theo các tỉ số k và l (k, l $\neq$ 1). Xác định k, l để đường thẳng MN//BD'.

Hướng dẫn: Chọn hệ tọa độ afin $\{B; \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$. k = - 3; l = -1 thì MN // BD'.

Bài 3. Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Hãy chứng tỏ 3 vectơ $\overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{BA'}$, $\overrightarrow{CB'}$ không đồng phẳng và biểu thị vec tơ $\overrightarrow{AA'}$ theo ba vec tơ đó.

Bài 4.Cho 4 điểm A, B, C, D không cùng thuộc một mặt phẳng. Hai điểm M, N lần lượt chia AC và BD theo các tỷ số k và k' (k, k' $\neq$ 1). Tìm điều kiện k và k' để 3 đường thẳng AB, CD, MN cùng song song với một mặt phẳng.

Đáp số : k = k'.

Bài 5. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. M là điểm chia AD theo tỷ số k = $\frac{-1}{4}$. N là điểm chia A'C theo tỷ số k' = $\frac{-2}{3}$. Chứng minh rằng MN // (BC'D).

Bài 6. Cho tứ diện ABCD. Giả sử E, F lần lượt chia AB và DC theo tỉ số k còn P, Q, R lần lượt chia AD, EF, BC theo tỉ số *l*. Chứng minh: P, Q, R thẳng hàng.

Bài 7.Cho tam giác ABC và điểm O bất kì. Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để $M \in (ABC)$ là $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$ trong đó $x + y + z = 1$. Ngoài ra các số x, y, z không phụ thuộc vào điểm O. Với điều kiện nào của x, y, z thì M thuộc vào miền của tam giác ABC.

Đáp số: $x, y, z \geq 0$

Bài 8.Cho hình chóp S.ABC.Lấy các điểm A', B', C' lần lượt thuộc SA, SB, SC sao cho $SA = aSA'; SB = bSB'; SC = cSC'$(trong đó a, b, c là các số thay đổi). Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b, c để mặt phẳng$(A'B'C')$đi qua trọng tâm G của tam giác ABC.

Đáp số: $a + b + c = 3$

Bài 9. Cho hình chóp S.ABC, mặt phẳng (P) cắt các tia SA, SB, SC, SG (G là trọng tâm tam giác ABC) lần lượt tại A', B', C', G'. Chứng minh rằng:

$$\frac{SA}{SA'} + \frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'} = 3\frac{SG}{SG'}$$

Bài 10.Cho tứ diện ABC. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Gọi P, Q là các điểm lần lượt chia AD và BC theo tỉ số k.
($\overrightarrow{PA} = k\overrightarrow{PD}; \overrightarrow{QB} = k\overrightarrow{QC}, k \neq 1$).

Chứng minh: M, N, P, Q cùng thuộc một mặt phẳng.

PHỤ LỤC 7

Nội dung bài giảng**: ÔN TẬP CHƯƠNG I "Phép biến hình"** (Hình học 11)

I. MỤC TIÊU BÀI GIẢNG

1. Kiến thức

HS cần nắm được:

- Khái niệm phép biến hình: Phép đồng nhất, phép tịnh tiến, phép đối xứng trục, phép đối xứng tâm, phép quay, phép vị tự, phép đồng dạng và các tính chất của các phép biến hình này.
- Tìm được mối quan hệ giữa các phép biến hình, những tính chất chung, đặc biệt là những tính chất bất biến qua từng phép biến hình cụ thể.
- HS vận dụng được kiến thức để giải các bài tập cuối chương và một số bài tập hình học khác.

2. Kỹ năng

- Tìm ảnh của 1 điểm, 1 hình qua phép biến hình.
- Thực hiện các phép biến hình liên tiếp.
- Nhận dạng những đặc điểm của các bài toán hình học để vận dụng phép biến hình phù hợp để giải.

3. Thái độ

- Liên hệ được các vấn đề thực tế với phép biến hình.
- Sáng tạo trong hình học.
- Tích cực trong học tập.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị ôn tập kiến thức trong chương.
- Chuẩn bị các câu hỏi kiểm tra.

2. Chuẩn bị của HS

- Ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương.
- Giải các bài tập cuối chương.

III. NỘI DUNG BÀI GIẢNG

3.1. **Kiểm tra bài cũ**: Kết hợp trong phần ôn tập.

3.2. Bài mới

Hoạt động 1. Ôn tập kiến thức chương I.

Câu hỏi trắc nghiệm: Khoanh tròn câu trả lời đúng.

Câu 1: Các phép dời hình biến 3 điểm thẳng hàng thành 3 điểm thẳng hàng.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 2: Các phép dời hình biến một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng bằng nó.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 3: Các phép dời hình biến một góc thành một góc bằng nó.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 4: Các phép dời hình biến một đường tròn thành một đường tròn bằng nó.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 5: Phép đồng nhất biến một hình thành chính nó.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 6: Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành đường thẳng cùng phương.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 7: Phép đối xứng tâm biến một đường thẳng thành đường thẳng cùng phương.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 8: Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành đường thẳng cùng phương.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 9: Phép quay biến một đường thẳng thành đường thẳng cùng phương.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 10: Phép quay biến một đường thẳng thành một đường thẳng có phương tạo với đường thẳng ban đầu một góc bằng góc quay.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 11: Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng cùng phương với nó.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 12: Phép vị tự biến một đường tròn thành đường tròn bằng nó.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 13: Phép đồng dạng biến 3 điểm thẳng hàng thành 3 điểm thẳng hàng.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 14: Phép đồng dạng biến góc thành góc bằng nó

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 15: Phép dời hình là phép đồng dạng.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 16: Hai hình bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

Đúng ☐ Sai ☐

Câu 17: Luôn có phép đồng dạng biến đường tròn thành đường tròn.

Đúng ☐ Sai ☐

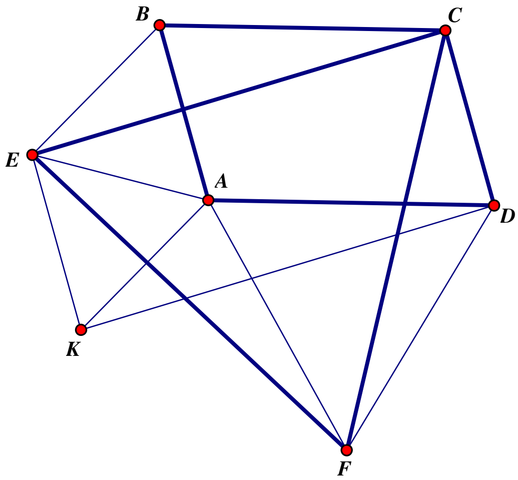
Câu 18: Luôn có phép đồng dạng biến tam giác thành tam giác.

Đúng ☐ Sai ☐

Hoạt động 2. Hướng dẫn làm bài tập ôn tập cuối chương 1.

Hoạt động 3. Hướng dẫn HS ứng dụng phép biến hình giải toán chứng minh hình học.

Bài 1. Cho hình bình hành ABCD có A = a > 90^0. Ở phía ngoài hình bình hành, vẽ các tam giác đều ADF và ABE. Chứng minh rằng tam giác CEF là tam giác đều.



GV: Cần chứng minh tam giác ECF đều, tức là EC = EF và tạo với nhau góc 60^0. Các dữ kiện này gợi ý cho ta phép biến hình nào?

Gợi ý HS trả lời: Phép quay góc quay 60^0.

GV: Dựa vào điều kiện tam giác ABE và ADF đều, chọn tâm quay là điểm nào thì thuận lợi cho việc tìm ảnh nhất.

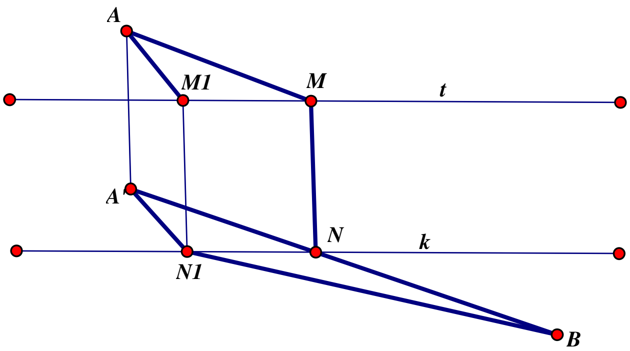
Gợi ý HS trả lời: Điểm A.

GV: Phép quay tâm A, góc quay -60^0 biến E thành K, F thành D. Vậy EF = KD và EF tạo với KD góc 60^0. Từ đó cần chứng minh điều gì?

Gợi ý HS trả lời: Tứ giác ECDK là hình bình hành.(dễ chứng minh)

Từ đó có ĐPCM.

Bài 2. Hai thôn nằm ở hai vị trí A,B cách nhau một con sông (Xem hai bờ sông là hai đường thẳng song song) . Người ta dự kiến xây một cây cầu bắc qua sông (MN) và làm hai đoạn thẳng AM và BN .Tìm vị trí M,N sao cho AM + BN là ngắn nhất.

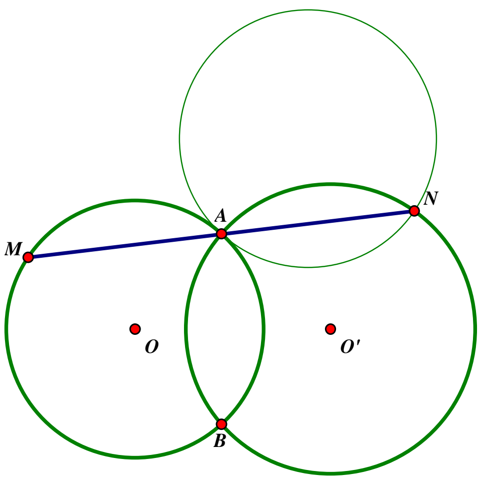


$\overrightarrow{MN}$ cố định. Chọn phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{MN}$ biến AM thành A'N; AM + NB là độ dài đường gấp khúc A'NB; Độ dài nhỏ nhất khi đó là đường thẳng.

Cách dựng: Dựng A' là ảnh của A qua $T_{\overrightarrow{MN}}$.

Nối A'B cắt k tại N; Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với l_2, cắt t tại M.

Bài 3. Cho hai đường tròn (O;R) và (O';R') cắt nhau tại hai điểm B,C . Hãy dựng một đường thẳng d đi qua A và cắt (O;R) và (O';R') lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của MN .



AM = AN và cùng phương.

Dùng phép đối xứng tâm A biến $(O;R)$ thành đường tròn $(O_1;R)$.

N là giao của $(O_1;R)$ và $(O;R')$

Hoạt động 4. Tổng kết và đưa ra một số nội dung kiểm tra 1 tiết cuối chương.

PHỤ LỤC 9: ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA 1, 2

Bài kiểm tra 1 (Thời gian 50 phút)

Câu 1. Thế nào là bất biến của một nhóm biến đổi? Nêu một số bất biến xạ ảnh, bất biến Afin, bất biến của nhóm tịnh tiến, quay,vị tự tỉ số k khác 0, 1.

Đáp án:

- Tính chất A của hình H gọi là bất biến của một nhóm biến đổi S nếu mọi hình H' tương đương với H đối với nhóm S đều có tính chất A.
- Bất biến xạ ảnh: tính chất thẳng hàng, đồng quy, tỉ số kép.
- Bất biến Afin: bất biến xạ ảnh, tỉ số đơn, tính chất song song.
- Bất biến của nhóm tịnh tiến: bất biến Afin, góc, khoảng cách, phương của đường thẳng.
- Bất biến của phép quay: bất biến Afin, góc, khoảng cách, góc giữa ảnh và tạo ảnh.
- Bất biến của phép vị tự: bất biến Afin, góc,tỉ số độ dài đoạn thẳng ảnh và tạo ảnh.

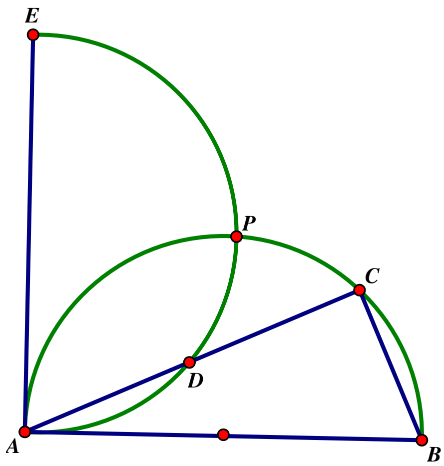
Câu 2. Bài toán sau chứa bất biến của nhóm nào? Giải thích lí do.

Cho nửa đường tròn đường kính AB. Gọi C là điểm chạy trên nửa đường tròn đó. Trên AC lấy điểm D sao cho AD = CB. Tìm quỹ tích các điểm D.

Đáp án: Bất biến của phép quay góc quay 90^0 vì AD = BC và tạo với nhau góc 90^0.

Câu 3. Giải bài toán trên và nêu lí do dẫn tới lời giải đó.

Xét phép dời hình biến BC tương ứng thành AD, tức là biến B thành A, C thành D. Do góc giữa 2 đường thẳng là 90^0 nên đó là phép quay với góc quay 90^0. Tâm quay thuộc trung trực đoạn AB và nhìn AB góc 90^0 nên là trung điểm P của cung AB. Ta xác định góc quay là (-90^0). Qua phép quay tâm P, góc (-90^0), điểm C biến thành D. C thuộc nửa đường tròn đường kính AB nên quỹ tích D là ảnh của nửa đường tròn đường kính AB qua phép quay đó. Đó là nửa đường tròn đường kính AE (Như hình vẽ).



Bài kiểm tra 2(Thời gian 50 phút)

Câu 1. Dựa vào bất biến, xét xem bài toán sau thuộc hình học nào?

Giả sử A_1, B_1, C_1 là các điểm nằm trên các cạnh BC, CA và AB của tam giác ABC sao cho

$$\frac{BA_1}{BC} = \frac{CB_1}{CA} = \frac{AC_1}{AB} = \frac{1}{3}$$

Chứng minh rằng diện tích của tam giác được tạo bởi các đường thẳng AA_1, BB_1 và CC_1 bằng $\frac{1}{7}$ diện tích của tam giác ABC.

Đáp án: Đây là bài toán của hình học Afin.

Câu 2. Dùng mô hình xạ ảnh của không gian Afin giải bài toán rồi dựa vào gợi ý đó, giải bài toán theo cách giải PT:

Trong mặt phẳng cho đường tròn (O). Một đường thẳng t tiếp xúc với (O) tại T và một đường thẳng Δ đi qua P' là điểm xuyên tâm đối của T trên đường tròn (O). Một điểm P di động trên Δ sao cho từ P kẻ được hai tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt t ở M và N. Chứng minh rằng: M,N đối xứng với nhau qua một điểm cố định.

Đáp án

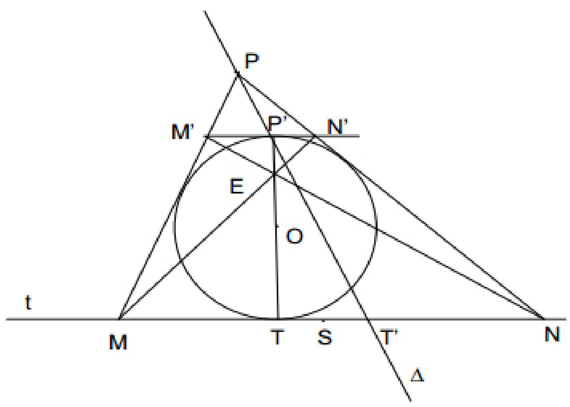
Trước hết ta trình bày lời giải bài toán trên bằng kiến thức của hình học xạ ảnh.

Lời giải 1.

Rõ ràng f: M $\rightarrow$N là một phép biến đổi xạ ảnh trên t và thuộc loại hypebolic

vì nó có hai điểm bất động, trong đó một điểm ở xa vô tận còn một điểm là trung điểm S của đoạn thẳng TT' với T' là giao điểm của Δ và t.

Vì thế f là một phép đồng dạng trên t. Phép đồng dạng này là phép vị tự tâm S tỉ số k. Hơn nữa phép đồng dạng này có tính chất đối hợp nên k = -1. Vậy f là phép đối xứng tâm S. Điều này chứng tỏ M, N đối xứng với nhau qua S cố định (đpcm).



Với lời giải xạ ảnh trên ta biết được điểm cố định mà M, N đối xứng qua đó

chính là trung điểm S của TT'.Từ đó định hướng cho lời giải sơ cấp của bài

toán đã cho.

Lời giải 2.

Gọi $T' = t \cap \Delta$và S là trung điểm TT', suy ra S cố định.

Qua P’ kẻ một đường thẳng song song với t cắt PM, PN lần lượt ở M’ và N’.

suy ra MNN’M’ là hình thang ngoại tiếp đường tròn (O).

Do đó : $\frac{P'N'}{MT} = \frac{EN'}{EM} = \frac{M'N'}{MN} = \frac{P'N'}{T'N} \Rightarrow MT = T'N$

hay SM = SN

Vậy M và N đối xứng với nhau qua S cố định (đpcm).

Câu 3: Cho bài toán:

Cho hai đường tròn (O_1, R_1) và (O_2, R_2) ngoài nhau, $R_1 \Rightarrow R_2$. Một đường tròn (O) thay đổi, tiếp xúc ngoài với (O_1, R_1) tại A, với (O_2, R_2) tại B. Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

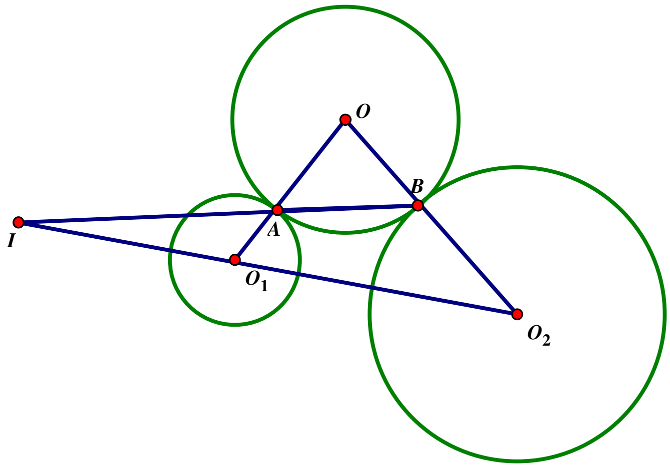
c) Bài toán trên chứa bất biến của phép biến đổi nào?

- Phép quay.
- Phép tịnh tiến.
- Phép vị tự.

Đáp án: Phép vị tự vì liên quan tới sự thẳng hàng và các đường tròn không bằng nhau.

d) Sử dụng phép biến đổi tương ứng để giải bài toán.

Đáp án:



A là tâm vị tự trong biến (O_1) thành (O); B là tâm vị tự biến (O) thành (O_2). Khi đó AB qua I là tâm vị tự biến (O_1) thành (O_2).(tính chất tích 2 phép vị tự)

V_1 là phép vị tự tâm A tỉ số R_1/R ; V_2 là phép vị tự tâm B, tỉ số R/R_2. V_1V_2 là phép vị tự V tâm I, tỉ số R_1/R_2. V_1V_2 (B) = B' thì A,B,B' thẳng hàng, mặt khác, V(B) = B' thì B, B',I thẳng hàng, hay A, B, I thẳng hàng. Vậy đường thẳng AB luôn qua điểm I cố định.