

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**VIỆN KHOA HỌC GIÁO DỤC VIỆT NAM**

**VŨ THỊ BÌNH**

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC BIỂU DIỄN TOÁN HỌC  
VÀ NĂNG LỰC GIAO TIẾP TOÁN HỌC CHO HỌC SINH  
TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN LỚP 6, LỚP 7**

**LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC**

**HÀ NỘI - 2016**

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**VIỆN KHOA HỌC GIÁO DỤC VIỆT NAM**

**VŨ THỊ BÌNH**

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC BIỂU DIỄN TOÁN HỌC  
VÀ NĂNG LỰC GIAO TIẾP TOÁN HỌC CHO HỌC SINH  
TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN LỚP 6, LỚP 7**

**Chuyên ngành: Lí luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán**  
**Mã số: 62.14.01.11**

**LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC**

**Người hướng dẫn khoa học**

- 1. TS. Lê Văn Hồng**
- 2. TS. Trần Luận**

**HÀ NỘI - 2016**

## **LỜI CAM ĐOAN**

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, được hoàn thành dưới sự hướng dẫn và giúp đỡ tận tình của nhiều nhà khoa học. Các kết quả nêu trong luận án là trung thực. Những kết luận khoa học của luận án chưa từng được ai công bố trong bất kì công trình nào khác.

**Tác giả luận án**

## LỜI CẢM ƠN

Luận án “*Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn toán lớp 6, lớp 7*” hoàn thành là kết quả quá trình học tập, nghiên cứu của người thực hiện cùng với sự hướng dẫn tận tình của quý thầy, cô và sự giúp đỡ của gia đình, bạn bè, đồng nghiệp.

Tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới **TS. Lê Văn Hồng, TS. Trần Luận**, những người đã tận tình hướng dẫn tôi trong suốt quá trình nghiên cứu và hoàn thành Luận án.

Tôi xin trân trọng cảm ơn Ban lãnh đạo, các nhà khoa học thuộc Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam đã rất quan tâm, tạo mọi điều kiện cho tôi học tập và nghiên cứu. Đồng thời, tôi xin tỏ lòng biết ơn tới quý tác giả của những công trình khoa học mà tôi đã dùng làm tài liệu tham khảo và các nhà khoa học đã có những ý kiến quý báu góp ý cho Luận án của tôi.

Trân trọng cảm ơn các thầy, cô giáo và các em học sinh trường THCS Hoàng Hoa Thám, trường THCS Kim Tân thành phố Lào Cai, tỉnh Lào Cai đã giúp đỡ tôi trong việc triển khai thực nghiệm sư phạm những kết quả của Luận án.

Tôi xin chân thành cảm ơn những người thân trong gia đình, bạn bè đã luôn động viên, tạo điều kiện tốt nhất để tôi có thể hoàn thành Luận án của mình.

Trân trọng cảm ơn !

*Hà Nội, ngày 16 tháng 8 năm 2016*

**Tác giả**

***Vũ Thị Bình***

## DANH MỤC CHỮ VIẾT TẮT

<b>Viết tắt</b>	<b>Viết đầy đủ</b>
BDTH	Biểu diễn toán học
CBQLGD	Cán bộ quản lý giáo dục
CNTT	Công nghệ thông tin
DH	Dạy học
ĐHSP	Đại học sư phạm
GT-KL	Giả thiết - Kết luận
GTTH	Giao tiếp toán học
GV	Giáo viên
HS	Học sinh
NNKH	Ngôn ngữ khoa học
NNTH	Ngôn ngữ toán học
NNTN	Ngôn ngữ tự nhiên
PPDH	Phương pháp dạy học
SBT	Sách bài tập
SGK	Sách giáo khoa
SGV	Sách giáo viên
THCS	Trung học cơ sở
THPT	Trung học phổ thông

## MỤC LỤC

Trang bìa	
Lời cam đoan	
Lời cảm ơn	
Danh mục chữ viết tắt	
<b>MỞ ĐẦU</b> .....	<b>1</b>
1. Lý do chọn đề tài .....	1
2. Tổng quan về vấn đề nghiên cứu .....	3
3. Mục đích nghiên cứu: .....	10
4. Khách thể, đối tượng, phạm vi nghiên cứu .....	11
5. Giả thuyết khoa học .....	11
6. Nhiệm vụ nghiên cứu .....	11
7. Phương pháp nghiên cứu .....	11
8. Ý nghĩa lí luận và thực tiễn .....	12
9. Những nội dung đem ra bảo vệ .....	12
10. Bố cục của Luận án.....	12
<b>Chương 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN.....</b>	<b>13</b>
1.1. Năng lực, năng lực toán học phổ thông và bồi dưỡng năng lực toán học.....	13
1.1.1. Quan niệm về năng lực .....	13
1.1.2. Năng lực toán học phổ thông .....	14
1.1.3. Bồi dưỡng năng lực toán học cho HS .....	15
1.2. Năng lực sử dụng ngôn ngữ toán học .....	16
1.2.1. Sơ lược về ngôn ngữ toán học .....	16
1.2.2. Hoạt động ngôn ngữ toán học trong dạy học môn toán .....	22
1.2.3. Năng lực sử dụng NNTH .....	27
1.3. Năng lực biểu diễn toán học .....	28
1.3.1. Biểu diễn toán học .....	28
1.3.2. Hoạt động BDTH trong học tập môn toán THCS .....	34
1.3.3. Năng lực biểu diễn toán học .....	39
1.3.4. Các mức độ năng lực biểu diễn toán học .....	41

1.3.5. Năng lực BDTH và kết quả học tập môn toán của HS .....	45
1.4. Năng lực giao tiếp toán học .....	46
1.4.1. Giao tiếp toán học .....	46
1.4.2. Hoạt động giao tiếp toán học trong DH môn toán .....	49
1.4.3. Năng lực giao tiếp toán học .....	54
1.4.4. Các mức độ năng lực GTTH .....	56
1.4.5. Năng lực giao tiếp toán học và kết quả học tập môn toán của HS .....	60
1.5. Năng lực GTTH, năng lực BDTH trong mối quan hệ với năng lực sử dụng NNTH .....	61
1.5.1. Mối quan hệ giữa năng lực sử dụng NNTH với năng lực GTTH và năng lực BDTH .....	61
1.5.2. Mối quan hệ giữa năng lực GTTH và năng lực BDTH .....	62
1.6. Bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS trong DH môn Toán THCS hiện nay .....	64
1.6.1. Sự phát triển tư duy và ngôn ngữ của học sinh THCS .....	64
1.6.2. Đặc điểm NNTH trong SGK môn Toán lớp 6, lớp 7 THCS .....	65
1.6.3. Khảo sát thực trạng bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH trong DH môn Toán ở THCS .....	70
<b>Chương 2. BIỆN PHÁP BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC BIỂU DIỄN TOÁN HỌC VÀ NĂNG LỰC GIAO TIẾP TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN LỚP 6, LỚP 7 .....</b>	<b>75</b>
2.1. Định hướng xây dựng các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7 .....	75
2.1.1. Đảm bảo sự phù hợp với mục tiêu, nội dung và chuẩn kiến thức, kỹ năng của chương trình môn toán .....	75
2.1.2. Chú trọng đặc điểm, vai trò, vị trí của NNTH trong mối quan hệ mật thiết với NNTN khi tổ chức các hoạt động BDTH và GTTH .....	75
2.1.3. Quán triệt quan điểm hoạt động trong DH hình thành và phát triển năng lực BDTH và GTTH cho HS.....	76
2.2. Nhóm biện pháp 1: Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học .....	78

2.2.1. Biện pháp 1.1: <i>Tổ chức cho HS các hoạt động nhận biết, hiểu và sử dụng đúng các dạng biểu diễn về các đối tượng, quan hệ và các bước biến đổi toán học.</i> .....	78
2.2.2. Biện pháp 1.2: <i>Tổ chức các hoạt động liên kết, biến đổi hoặc tạo ra BDTH trong quá trình tư duy để biểu diễn và biểu diễn để tư duy.</i> .....	88
2.3. Nhóm biện pháp 2: Các biện pháp bồi dưỡng năng lực GTTH .....	96
2.3.1. Biện pháp 2.1: <i>Tăng cường các hoạt động nghe hiểu, đọc hiểu (các văn bản, mô hình, sơ đồ, hình vẽ,..) và ghi chép (nội dung nghe hiểu, đọc hiểu) bằng NNTH trong DH môn toán</i> .....	96
2.3.2. Biện pháp 2.2. <i>Hướng dẫn HS tạo lập các ngôn phẩm nói hoặc viết toán trong DH khái niệm, định lí, qui tắc và phương pháp toán học.</i> .....	107
2.4. Nhóm biện pháp 3: Bồi dưỡng đồng thời cả hai năng lực BDTH và GTTH ..	114
2.4.1. Biện pháp 3.1. <i>Xây dựng, lựa chọn và tổ chức cho HS thực hiện các hoạt động BDTH và GTTH trong quá trình giải quyết các tình huống toán học hóa.</i> ..	114
2.4.2. Biện pháp 3.2: <i>Tổ chức các hoạt động học tập tương tác (theo nhóm, theo cặp hoặc thảo luận chung) trong thực hiện các nhiệm vụ học tập đa dạng về lời giải, có yếu tố thực tiễn, có nhiều cách biểu diễn phù hợp với HS trong nhận thức, thực hành, ghi nhớ và GTTH.</i> .....	123
2.4.3. Biện pháp 3.3. <i>Xây dựng và tổ chức học theo dự án theo hướng tăng cường các hoạt động BDTH và GTTH trong từng bước thực hiện dự án.</i> .....	134
Kết luận chương 2 .....	141
<b>Chương 3. THỰC NGHIỆM SỰ PHẠM</b> .....	<b>142</b>
3.1. Mục đích và yêu cầu thực nghiệm .....	142
3.1.1. Mục đích.....	142
3.1.2. Yêu cầu .....	142
3.2. Nhiệm vụ .....	142
3.3. Các nguyên tắc tổ chức thực nghiệm .....	142
3.4. Thời gian, đối tượng thực nghiệm .....	143
3.4.1. Thực nghiệm sự phạm lần 1 .....	143
3.4.2. Thực nghiệm sự phạm lần 2 .....	144
3.5. Quy trình tổ chức thực nghiệm .....	144



3.5.1. Quy trình thực nghiệm .....	144
3.6. Nội dung thực nghiệm .....	145
3.6.1. Nội dung dạy học thực nghiệm .....	145
3.6.2. Nội dung các bài kiểm tra trước và sau thực nghiệm .....	149
3.7. Các kết quả trong quá trình thực nghiệm .....	157
3.7.1. Đánh giá định tính .....	157
3.7.2. Đánh giá định lượng .....	159
Kết luận chương 3 .....	170
<b>KẾT LUẬN</b> .....	171
<b>NHỮNG CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CÓ LIÊN QUAN CỦA TÁC GIẢ ĐÃ CÔNG BỐ</b> .....	173
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO</b> .....	174
<b>PHỤ LỤC</b> .....	180

## MỞ ĐẦU

### 1. Lý do chọn đề tài

1.1. Toán học là môn học quan trọng trong nhà trường phổ thông và ngôn ngữ toán học (NNTH) có ý nghĩa to lớn trong giáo dục toán học ở phổ thông. Nói về đặc điểm toán học, cùng với tính trừu tượng của đối tượng toán học, các phương pháp chứng minh và tìm tòi, phát kiến trong toán học, người ta đặc biệt chú ý đến ngôn ngữ của toán học. Nhiều nhà nghiên cứu đã khẳng định, NNTH có vai trò quan trọng trong sự phát triển nhận thức toán học. Ngày nay, ngôn ngữ kí hiệu, ngôn ngữ hình thức hóa đã trở thành một đặc điểm của tư duy toán học hiện đại. Trong mỗi giờ học toán, học sinh (HS) “sáng tạo ra một thứ ngôn ngữ có ý nghĩa, cần thiết cho hoạt động toán học của mình trong quá trình lĩnh hội kiến thức và nhận thức thực tiễn” [34, tr.52]. Do đó, chú ý đến NNTH trong dạy học (DH) môn toán sẽ là công việc đương nhiên.

Ngày nay, các nghiên cứu về NNTH trong giáo dục toán học phổ thông nước ta đã có nhiều kết quả quan trọng, thể hiện trong các tài liệu đào tạo, bồi dưỡng giáo viên (GV), trong các nghiên cứu lí luận và phương pháp dạy học (PPDH) toán. Tác giả Trần Vui đã chỉ ra những đóng góp tích cực của biểu diễn trực quan trong việc hỗ trợ việc học toán của HS trung học ([70], [117], [73]). Các luận án tiến sĩ của Trần Ngọc Bích, Thái Huy Vinh, Hoa Ánh Tường tiếp tục khẳng định NNTH là một yếu tố quan trọng góp phần nâng cao kết quả học toán cho HS ([4], [69], [67]). Rõ ràng, việc nghiên cứu khai thác, sử dụng NNTH trong hình thành và phát triển năng lực toán học cho HS ngày càng có ý nghĩa.

1.2. Xu hướng phát triển năng lực trong giáo dục phổ thông (GDPT) của quốc tế và yêu cầu đổi mới GDPT ở Việt Nam hiện nay hướng tới 4 trụ cột giáo dục thế kỉ 21 của UNESCO là học để biết, học để làm, học để làm người và học để cùng chung sống. Chương trình GDPT nhiều nước tiên tiến trên thế giới đã xác định rõ những lĩnh vực cơ bản, những năng lực cơ bản và yêu cầu về phẩm chất, thái độ. Chiến lược phát triển giáo dục 2011-2020 của Việt Nam cũng xác định *năng lực* của HS là định hướng quan trọng để phát triển chương trình và sách giáo khoa (SGK) sau năm 2015.

Cho đến nay, nhiều công trình nghiên cứu trong nước và ở nước ngoài đã quan tâm đến năng lực toán học với những kết quả quan trọng về quan niệm, cấu trúc, phương pháp hình thành và phát triển năng lực toán học cho HS. Việc bồi dưỡng năng lực toán học cho HS luôn thu hút sự quan tâm của các nhà nghiên cứu giáo dục toán học trên thế giới và ở nước ta. Trong đó, phải kể đến các nghiên cứu của V.A.Crutexki [46] và Niss Mogens ([99], [100]). Chương trình đánh giá HS quốc tế (PISA) ở lĩnh vực toán học xác định 8 năng lực đánh giá hiểu biết toán cho HS 15 tuổi. Trong đó, giao tiếp toán học (GTTH), biểu diễn toán học (BDTH) là 2 năng lực quan trọng [102, tr.31-32], được xác định là hai trong bốn năng lực cùng thuộc nhóm năng lực “sử dụng ngôn ngữ và các công cụ toán học” [101].

1.3. Quan điểm DH hình thành năng lực toán học cho HS thông qua hoạt động và bằng hoạt động học tập đã được nhiều nhà giáo dục toán học khẳng định. Việc đổi mới PPDH theo hướng lấy HS làm trung tâm đã được triển khai thực hiện ở các nhà trường. Tuy nhiên, có thể nói cho đến nay, “không có nhiều bằng chứng cho thấy có sự thay đổi đáng kể trong PPDH” [13, tr.216]. Trong các lớp học, mặc dù đã có cải tiến đôi chút về biện pháp, kỹ thuật DH và phương tiện DH nhưng vẫn chưa thay đổi bản chất của DH lấy GV làm trung tâm [13, tr.127]. Khảo sát qua phiếu hỏi, dự các giờ dạy toán ở THCS, đặc biệt ở các lớp 6, lớp 7, với vị trí quan trọng là các lớp đầu cấp và nghiên cứu vở ghi, bài kiểm tra môn toán, cho thấy HS còn gặp nhiều khó khăn khi tham gia giao tiếp và tự mình trình bày các nội dung toán học. Khả năng nói và viết toán của HS còn nhiều hạn chế. HS quen sử dụng các biểu diễn số học và lúng túng khi sử dụng các biểu diễn hình ảnh, biểu đồ trong suy luận nên gặp khó khăn khi tìm kiếm các giải pháp toán học trong học tập và thực tiễn. Thực tế trong đào tạo, bồi dưỡng GV hiện nay cũng chưa đề cập nhiều đến GTTH, BDTH trong DH toán ở phổ thông, chưa có nghiên cứu một cách hệ thống về GTTH, BDTH trong DH. Nhiều GV chưa có biện pháp hiệu quả để tổ chức cho HS tham gia các hoạt động học tập nói chung, các hoạt động BDTH và GTTH nói riêng. Điều này dẫn đến một thực tế khi học toán, HS thiếu chủ động, không tự tin, thiếu môi trường và động lực tham gia hoạt động học tập. HS thiếu sự linh hoạt trong vận dụng toán học vào giải quyết các vấn đề thực tiễn cuộc sống đặt

ra. Việc xây dựng và tổ chức được các tình huống học tập để HS hoạt động BDTH và GTTH không chỉ là tiền đề kích thích các hoạt động nói trên mà còn góp phần làm rõ thêm định hướng đổi mới DH theo phát triển năng lực toán học cho người học, nâng cao trách nhiệm và tính tích cực, chủ động của người học trong xây dựng sự hiểu biết toán học, tạo dựng nên vốn kiến thức vững chắc của bản thân, hình thành và phát triển khả năng kết nối toán học với thực tiễn. Trong bối cảnh đổi mới giáo dục toán học phổ thông, việc nghiên cứu xây dựng các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS trong DH toán càng trở nên cần thiết, hướng tới việc hình thành, phát triển năng lực và phẩm chất cho người học.

Xuất phát từ những lí do trên, chúng tôi nghiên cứu đề tài: ***Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn toán lớp 6, lớp 7.***

## **2. Tổng quan về vấn đề nghiên cứu**

### **2.1. Ở nước ngoài**

#### *a. Quan điểm về ngôn ngữ trong giáo dục toán học.*

Ngay từ giữa thế kỉ 20, các nhà nghiên cứu giáo dục toán học Xô Viết đã dành nhiều quan tâm đến ngôn ngữ trong DH môn toán ở trường phổ thông. Lí giải về chủ nghĩa hình thức của HS trong học tập toán, Khinxin cho rằng “*trong ý thức của HS có sự phá vỡ nào đó mối quan hệ tương hỗ, đúng đắn giữa nội dung bên trong của sự kiện toán học và cách diễn đạt ra bên ngoài của sự kiện ấy (bằng lời, bằng kí hiệu, hay bằng hình ảnh trực quan)*” (dẫn theo [33, tr.94]). A.Xtolyar cũng đã chú ý rằng, cả hai mặt ngữ nghĩa và cú pháp của NNTH đều rất quan trọng và bài toán sư phạm về cân đối hợp lí giữa hai mặt đó có ý nghĩa phương pháp luận sâu sắc (dẫn theo [36]).

Gần đây, các nhà nghiên cứu giáo dục toán học ở châu Âu đã gia tăng sự chú ý đến các vấn đề liên quan đến ngôn ngữ trong DH môn Toán ở trường phổ thông. Hội nghị lần thứ nhất (CERME1, 1999), Hội nghị lần thứ tư (CERME4, 2005) của Hiệp hội châu Âu về nghiên cứu giáo dục toán học đã tập trung vào DH phát triển NNTH trên các phương diện từ vựng, cú pháp, ngữ nghĩa ([82], [83]). Nhiều nhà nghiên cứu cũng đã chỉ ra vai trò của NNTH và những gợi ý DH cho HS nắm vững

NNTH, phân biệt với NNTN, sử dụng đúng NNTH trong trình bày và GTTH nhằm nâng cao kết quả học toán ([112, tr.85-99], [79], [80]). Với xu hướng DH phát triển năng lực cho người học, các nghiên cứu về giảng dạy toán học ngày càng chú ý đến việc sử dụng NNTH trong các hoạt động BDTH và GTTH của HS trong học tập.

b. *Kết quả nghiên cứu về biểu diễn toán học và việc phát triển chúng trong giáo dục Toán học.*

Kết quả nghiên cứu của nhà tâm lý học nhận thức Mĩ J. Bruner đã chỉ ra rằng, có ba hình thức biểu diễn của một chủ đề: (a) qua hành động, (b) qua hình ảnh (mô hình, sơ đồ) và (c) qua các kí hiệu ngôn ngữ, mệnh đề, định lí toán... Từ đây, có ba hành động học tập tương ứng của người học (1). *Hành động phân tích sự vật cụ thể (bằng tay); (2). Hành động mô hình hóa và (3). Hành động biểu tượng (kí hiệu)* (dẫn theo [53, tr.208]). Ý tưởng này đã trở thành yếu tố chủ yếu trong giảng dạy toán học, các GV luôn biết rằng HS phải bắt đầu với kinh nghiệm cụ thể, chuyển tiếp đến biểu tượng, tranh ảnh và cuối cùng tiến đến sự hiểu biết kí hiệu trừu tượng.

Hầu hết các nhà nghiên cứu đồng ý với J. Bruner về tầm quan trọng của ba loại biểu diễn nói trên đối với hiểu biết của con người. Trên cơ sở đó, một số nhà nghiên cứu đã giảm bớt hoặc tăng thêm một số loại về biểu diễn. Chẳng hạn, Clark & Paivio khẳng định có hai hệ thống biểu diễn bằng *lời nói* và *bằng hình ảnh*. Marzano, Pickering và Pollock xét đến biểu diễn *ngôn ngữ* và biểu diễn *phi ngôn ngữ* (dẫn theo [87, tr.3]). Lesh, Landau và Hamilton chỉ ra năm loại biểu diễn hữu ích cho hiểu biết toán học: *Những kinh nghiệm đời sống thực; Các mô hình thao tác; Hình ảnh hoặc sơ đồ; Lời nói; Biểu tượng viết*. Năm loại biểu diễn này là sự mở rộng ba loại biểu diễn của J. Bruner (dẫn theo [87, tr.4]). Đặc biệt, trên cơ sở các nghiên cứu của J. Bruner và Lesh, Tadao đã xác định 5 dạng biểu diễn có mối liên hệ đan xen trong quá trình DH toán: *Biểu diễn thực tế; Biểu diễn bằng mô hình thao tác được; Biểu diễn minh họa bằng hình ảnh (biểu diễn trực quan); Biểu diễn bằng ngôn ngữ; Biểu diễn bằng kí hiệu* [115].

Các kết quả nghiên cứu về BDTH trên các phương diện: mô tả khái niệm, phân loại biểu diễn và các cách thức phát triển biểu diễn cho HS trong DH môn toán

được tập hợp trong nhiều chuyên khảo đã khẳng định tầm quan trọng của biểu diễn trong giảng dạy toán học phổ thông ([87], [92], [97], [84],..).

Trước đây, nhiều chương trình toán học phổ thông thường xem BDTH là một phần của GTTH như: Chương trình Michigan (1998), Chương trình New Jersey (1996), Chương trình Québec ([98], [106]),... Tuy nhiên, xu hướng xem BDTH như một năng lực độc lập với GTTH đang ngày càng được quan tâm. Một trong các công trình cần kể đến là: “*Vai trò của biểu diễn trong toán học phổ thông*”, gồm 21 bài nghiên cứu đánh giá tổng quan các vấn đề lý luận và tiếp cận tích hợp các nghiên cứu về biểu diễn trong và ngoài nước Mỹ [97]; “*Biểu diễn và toán học trực quan*” tập hợp 19 bài nghiên cứu trong 4 năm của nhóm công tác PME-NA (1998-2002) [84],... là những đóng góp giá trị cho sự hiểu biết về vai trò của biểu diễn và trực quan hóa trong nhận thức toán học, về cách HS học để xây dựng các biểu diễn cho các hiện tượng toán học, về bản chất của biểu diễn, làm thế nào HS tạo ra biểu diễn và tìm hiểu để sử dụng chúng ([84], [97]).

Năm 2000, NCTM đã đưa biểu diễn cùng với giao tiếp là 2 trong 5 tiêu chuẩn thuộc mạch quá trình của chương trình toán học phổ thông. Từ đây, BDTH được nghiên cứu đầy đủ hơn, được cụ thể hóa thành các tiêu chí trong chương trình môn toán từ mẫu giáo đến lớp 12, là chuẩn bắt buộc trong giảng dạy và đánh giá toán học phổ thông ở Mỹ và một số nước trên thế giới [96].

### *c. Phát triển năng lực BDTH và GTTH cho HS trong DH toán*

Ngày nay, DH sử dụng NNTH đã có nhiều đổi mới, thay vì tập trung vào dạy NNTH như một hệ thống ngôn ngữ đặc biệt, các nhà nghiên cứu giáo dục toán học quan tâm đến hình thành và phát triển NNTH cho HS thông qua các hoạt động học tập, đặc biệt là các hoạt động GTTH bằng NNTH. Trong “*Chiến lược trọng tâm phát triển vốn từ toán học ở các lớp THCS*”, Rheta N. Rubenstein cho rằng giao tiếp cần phải là một nội dung quan trọng của mục tiêu giáo dục toán học và đề cập đến việc học vốn từ như là một phương tiện GTTH hiệu quả [107, tr.200-207]. Tác giả cũng đề xuất một số giải pháp hỗ trợ GV khắc phục khó khăn của HS trong học tập toán về phương diện cú pháp và ngữ nghĩa của NNTH [108].

Nghiên cứu về đổi mới giảng dạy môn toán một cách hiệu quả trong nhà trường, Glenda Anthony và Margaret Walshaw đã chỉ ra GTTH, NNTH, các công cụ BDTH là 3 trong 10 nguyên tắc cơ bản của việc đổi mới giảng dạy toán học và GV cần khuyến khích HS truyền đạt ý tưởng của mình bằng lời nói, bằng văn bản, bằng cách sử dụng một loạt các biểu diễn [85, tr.19]. GV cần giúp HS có các phương tiện cho biểu diễn, giao tiếp, phản ánh và lập luận, chúng trở thành bộ phận không tách rời trong các lập luận toán học của HS. Hơn nữa, “Tất cả các kinh nghiệm về toán học được thực hiện thông qua giao tiếp. GTTH cần thiết để phát triển tư duy toán học vì sự phát triển tư duy được lý giải bởi ngôn ngữ của chủ thể và những cách thức của giao tiếp” [81]. GTTH đã được xác định là một trong những năng lực cốt lõi cần phát triển cho HS [94].

Hội nghị đổi mới phương pháp DH môn toán của tổ chức APEC (Thái Lan, 2008) đã tập trung vào nội dung và cách thức GTTH, cách tạo cơ hội cho HS chia sẻ ý tưởng, làm rõ sự hiểu biết về toán, bộc lộ được chính kiến riêng của bản thân về toán (dẫn theo [67]). Hội nghị lần thứ 36 của Hiệp hội quốc tế về tâm lý học giáo dục toán học (PME 36, Đài Loan, 2012) đã phân tích, đối chiếu các khía cạnh giao tiếp trong khung năng lực của NCTM (2000) và chương trình giảng dạy quốc gia Thụy Điển (2004), các tác giả đã chỉ ra tác dụng và ích lợi của GTTH trong giảng dạy, học tập cũng như hướng dẫn lớp học GTTH phong phú. Từ đó kết luận GTTH là một thành phần quan trọng trong khung năng lực toán học [105, tr.67-74]. Rõ ràng, “giao tiếp là một phần thiết yếu của toán học và giáo dục toán” và “quá trình giao tiếp giúp HS hiểu toán sâu sắc hơn” [96].

Ngày nay, quan điểm coi GTTH, BDTH là những vấn đề cốt lõi trong chương trình môn toán phổ thông đã được công nhận ở nhiều quốc gia như Mĩ, Đức, Đan Mạch, Rumani, Úc, ... [77], [78], [94], [96], [100],... Trong đó, xác định các tiêu chuẩn, tiêu chí làm căn cứ cho DH và đánh giá năng lực BDTH, GTTH. Đồng thời khẳng định HS cần phải học cách sử dụng NNTH trong GTTH, BDTH để thiết lập, thể hiện các ý tưởng toán học nhằm hình thành năng lực toán học.

Tóm lại, những nghiên cứu trên đã khẳng định vai trò, vị trí và ý nghĩa quan trọng của BDTH, GTTH trong hình thành và phát triển năng lực toán học phổ thông

cho HS. Tuy nhiên, việc xác định rõ các hoạt động BDTH và GTTH gắn với nội dung môn toán và các biện pháp bồi dưỡng các năng lực này cho HS trong quá trình DH, cho đến nay, chúng tôi chưa tiếp cận được những nghiên cứu cụ thể và hệ thống về vấn đề này.

## 2.2. Ở Việt Nam

a. *Những kết quả nghiên cứu về NNTH.* Từ thực tiễn Việt Nam và từ kinh nghiệm quốc tế, các nhà giáo dục toán học Việt Nam như Phạm Văn Hoàn [33, tr.95], Hoàng Chúng ([12], [13, tr.56]), Phạm Gia Đức, Vũ Quốc Chung, Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan, Hà Sĩ Hồ [35, tr.20], Vũ Dương Thụy, Nguyễn Bá Kim [39],.... trong các tài liệu đào tạo và bồi dưỡng GV toán đã chú ý đáng kể cho NNTH trong DH môn toán ở trường phổ thông. Việc phản ánh được *“tinh thần, quan điểm, ngôn ngữ và phương pháp của toán học hiện đại”* là một tiêu chuẩn cơ bản cho môn toán phổ thông và *“thể hiện đúng đắn mối quan hệ giữa nội dung tư tưởng toán học và hình thức NNTH là một cơ sở phương pháp luận quan trọng của giáo dục toán học”* [33, tr.94]. Các tác giả Nguyễn Áng, Đỗ Tiến Đạt, Đào Thái Lai, Phạm Thanh Tâm, Nguyễn Tuấn đã chú ý phân tích NNTH trong DH toán tiểu học [2, tr.137]. Tôn Nữ Mỹ Nhật đã chỉ ra các loại tín hiệu trong phát biểu bài toán, bổ sung cho nhau về thông tin [55, tr.18-28]. Lê Văn Hồng khi xem xét khía cạnh ngôn ngữ trong SGK toán THCS đã gợi ra cách tiếp cận ngôn ngữ trong DH môn toán ở phổ thông [36].

Ngoài ra, có nhiều nghiên cứu trực tiếp và gián tiếp về ngôn ngữ trong DH môn toán phổ thông đã khẳng định: Tăng cường rèn luyện cho HS vận dụng, phối hợp nhiều hình thức biểu đạt tư duy: NNTN, NNTH và sử dụng sơ đồ, biểu đồ là một biện pháp kích thích tư duy của HS qua DH môn Toán THPT [62]; Rèn luyện ngôn ngữ trong DH toán THCS là cách thức tăng cường cho HS khả năng ứng dụng toán học [54]; Hoạt động chuyển đổi ngôn ngữ là một trong những hoạt động cơ bản trong DH toán [59]; Cần tổ chức hoạt động NNTH cho HS trong DH hình học [66, tr.111-113]; Chú ý khai thác quan hệ giữa ngôn ngữ và tư duy logic trong DH đại số [65],...; Trong đó, luận án tiến sĩ của Trần Ngọc Bích và của Thái Huy Vinh, trên cùng một nền tảng lí luận, đã bổ sung cho nhau tạo thành một thể thống nhất, hoàn chỉnh về vấn đề NNTH cấp tiểu học hiện nay ([4], [69]).



Các công trình nghiên cứu nêu trên tập trung làm sáng tỏ: Quan niệm về NNTH, giao tiếp NNTH, những khó khăn rào cản của HS khi tiếp cận với NNTH, ý nghĩa NNTH trong DH môn toán ở trường phổ thông và khẳng định việc rèn luyện kĩ năng sử dụng NNTH là một biện pháp tích cực để nâng cao chất lượng DH toán. Bởi, “nắm vững được ngôn ngữ các ký hiệu toán học cũng có nghĩa là nắm vững được những đặc trưng của tư duy toán học” [17, tr. 25].

*b. Vấn đề về năng lực toán học trong DH toán ở phổ thông.* Các nhà giáo dục toán học Việt Nam cũng đã dành nhiều quan tâm đến việc hình thành năng lực toán học cho HS phổ thông. Công trình của V.A. Krutexki được Phạm Văn Hoàn, Hoàng Chúng trích dịch ra tiếng Việt đã tạo một dấu ấn mở đầu cho nghiên cứu về năng lực toán học ở Việt Nam. Phạm Văn Hoàn đã quan tâm “bảo đảm cho mọi HS đạt yêu cầu chất lượng phổ cập về toán học, đồng thời chú trọng phát hiện và bồi dưỡng HS có năng khiếu toán” [33, tr.49]; Hoàng Chúng cũng chú ý “Phát triển ở mọi HS khả năng tiếp thu môn toán, đồng thời phát hiện và bồi dưỡng HS có năng khiếu toán” [16, tr.8]. Ngoài ra, Trần Luận tập trung vào năng lực toán học ở HS từ khía cạnh năng lực sáng tạo [48], Trần Đình Châu đã chú ý tới năng lực suy luận chính xác, năng lực tính nhanh, đúng, năng lực toán học hóa tình huống và vận dụng kiến thức số học vào thực tiễn, năng lực khái quát hóa toán học [11].

Năm 2011, tại Hội thảo quốc gia về giáo dục toán học phổ thông, Trần Luận đã cho thấy các yếu tố về NNTH đã được quan tâm trong mô tả năng lực toán học của HS như: năng lực tư duy bằng các kí hiệu toán học (Krutexki), năng lực biến đổi thành thạo các biểu thức chữ phức tạp (A, N Côn-mô-gô-rôp), ngôn ngữ toán học (X.I Survacbuoc), năng lực sử dụng các sơ đồ, hệ thống tín hiệu, những cái trừu tượng và năng lực diễn đạt chính xác ý nghĩa toán học [49]. Trên cơ sở tán đồng thuyết đa trí tuệ, lí thuyết tương tác văn hóa - xã hội của L.X. Vugôt-xki, các nghiên cứu của Krutexki, Chu Cẩm Thơ đã chỉ ra những năng lực mà giáo dục toán học phổ thông cần hướng tới là: (1). *Năng lực thu nhận thông tin toán học*; (2). *Chế biến thông tin toán học*; (3). *Lưu trữ thông tin toán học*; (4). *Vận dụng toán học vào giải quyết vấn đề* [63].

Mới đây, trong nghiên cứu nhằm hiện thực hóa định hướng phát triển năng lực người học trong DH môn toán đã có thêm một số kết quả quan trọng liên quan tới

lĩnh vực nghiên cứu đề tài như: Nghiên cứu của Trần Kiều về mục tiêu môn toán trong trường phổ thông Việt Nam, xác định 6 năng lực cần hình thành và phát triển qua DH môn toán phổ thông: *Năng lực tư duy; năng lực GQVĐ; năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giao tiếp; năng lực sử dụng các công cụ, phương tiện học toán* [44]; Nguyễn Bá Kim cho rằng giáo dục toán học cần tập trung vào phát triển năng lực người học bằng hoạt động [43]; Đỗ Đức Thái đưa ra “*Một số quan điểm cơ bản về việc xác định nội dung DH môn toán trong trường phổ thông Việt Nam*” [60]; Cơ sở khoa học của việc xây dựng chuẩn giáo dục phổ thông của Đỗ Tiến Đạt và nhóm nghiên cứu [21]; Phạm Đức Quang chỉ ra cơ hội hình thành và phát triển một số năng lực chung cốt lõi qua DH môn toán ở trường phổ thông Việt Nam [57],...

Các kết quả nghiên cứu nói trên đã góp phần làm sáng tỏ quan niệm về năng lực, năng lực chung cốt lõi và xác định các năng lực toán học chủ yếu cần được hình thành và phát triển cho HS qua học tập môn toán, trong mối quan hệ chặt chẽ với những năng lực chung cốt lõi. Đồng thời khẳng định DH đảm bảo vai trò chủ thể của người học, sao cho HS học tập trong hoạt động và bằng hoạt động một cách tích cực, tự giác, sáng tạo là PPDH phù hợp nhằm phát triển năng lực toán học.

### *c. Năng lực BDTH và GTTH trong DH môn toán.*

Chương trình GDPT mới sau 2015 đã xác định giao tiếp (tiếng Việt) là một trong những năng lực chung cốt lõi với 3 tiêu chuẩn chính: *Xác định được mục đích giao tiếp; nhận ra được bối cảnh giao tiếp; biết sử dụng hệ thống ngôn ngữ để diễn đạt* (dẫn theo [57]). Mặc dù việc hình thành và phát triển năng lực giao tiếp (tiếng Việt) cho HS không là thế mạnh đặc thù của môn toán, nhưng thông qua các tình huống HS phải đọc hiểu văn bản, trình bày kết quả,...cũng tạo bối cảnh, môi trường thuận lợi cho giao tiếp, qua đó nâng cao khả năng sử dụng tiếng Việt [57]. GTTH cũng được xác định là một trong 6 năng lực toán học phổ thông, trong đó biểu diễn được xem là một yếu tố của GTTH ([7], [8]).

Theo Trần Vui, biểu diễn trực quan không những là phương tiện để minh họa theo cách DH truyền thống mà còn là công cụ hỗ trợ đắc lực cho quá trình tư duy của HS,...Biểu diễn trực quan cần được thừa nhận như là thành phần chính của suy luận và cần tiếp tục nghiên cứu trong DH toán ở phổ thông [70]. Tác giả cũng

khẳng định vai trò của biểu diễn trực quan động và lợi ích tích cực của nó khi sử dụng trong DH toán [116, tr.231-240]; vai trò của biểu diễn bội trong phát triển năng lực suy luận thống kê [73, tr.13-17].

Nghiên cứu DH hình thành và phát triển năng lực BDTH và GTTH cho HS đã thu hút được sự quan tâm của nhiều tác giả ở những mức độ và tầng bậc khác nhau. Có thể kể đến một số kết quả nghiên cứu sau:

Tác giả Phan Anh đã nhận định năng lực sử dụng NNTN và NNTH là tiền đề cho các năng lực thành phần của năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn của HS THPT [3]. Trần Ngọc Bích, Thái Huy Vinh đề cập đến các kỹ năng GTTH như là một trong những biện pháp nâng cao hiệu quả sử dụng NNTH cho HS tiểu học ([4], [69]). Luận án tiến sĩ của Hoa Ánh Tường quan tâm đến “*Sử dụng nghiên cứu bài học để phát triển năng lực GTTH cho HS THCS*”. Trong đó, xác định BDTH là một trong những phương thức cơ bản của GTTH và đề xuất các cách tổ chức DH bài toán kết thúc mở để thúc đẩy quá trình GTTH [67, tr.19]. Nguyễn Thị Tân An sử dụng toán học hóa để phát triển năng lực hiểu biết định lượng, qua đó phát triển năng lực *biểu diễn* và năng lực *giao tiếp với toán* (là 2 năng lực thành phần của năng lực hiểu biết định lượng) [1].

Mặc dù BDTH và GTTH đã ngày càng được quan tâm nhưng hiện nay ở nước ta chưa có nghiên cứu nào tập trung vào các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH, GTTH cho HS thông qua các hoạt động BDTH, GTTH đặc thù trong quá trình DH môn toán. Vấn đề về BDTH và GTTH được xem xét dưới góc độ là một trong những yếu tố tác động để phát triển một năng lực toán học khác (năng lực toán học hóa [3], năng lực hiểu biết định lượng [1]) hoặc khai thác GTTH dưới góc độ là một biện pháp sư phạm ([3], [4], [69]) hay bồi dưỡng năng lực GTTH và BDTH qua DH giải một số dạng toán (bài toán kết thúc mở [67], toán học hóa [1]). Bởi vậy, bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS THCS nói chung và cho HS lớp 6, lớp 7 nói riêng theo hướng xác định và tổ chức cho HS thực hiện hiệu quả các hoạt động BDTH, GTTH đặc thù trong quá trình DH môn toán còn nhiều vấn đề cần tiếp tục quan tâm nghiên cứu.

**3. Mục đích nghiên cứu:** Đề xuất các biện pháp sư phạm bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7.

#### **4. Khách thể, đối tượng, phạm vi nghiên cứu**

**4.1. Khách thể:** Quá trình DH môn toán THCS

**4.2. Đối tượng:** Bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7.

**4.3. Phạm vi:** Luận án tập trung vào việc khai thác, sử dụng NNTH, bao gồm kí hiệu, thuật ngữ và các biểu tượng toán học (hình vẽ, biểu đồ, đồ thị,..) nhằm bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7.

#### **5. Giả thuyết khoa học**

Trong DH môn toán lớp 6, lớp 7, nếu xây dựng và thực hiện các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH, năng lực GTTH dựa trên việc xác định và tổ chức cho HS tập luyện các hoạt động BDTH và GTTH đặc thù thì sẽ phát triển năng lực BDTH, năng lực GTTH và nâng cao kết quả học tập môn toán của HS.

#### **6. Nhiệm vụ nghiên cứu**

Nghiên cứu lí luận về NNTH, BDTH và GTTH trong DH môn Toán ở trường THCS; Nghiên cứu NNTH trong chương trình và SGK toán lớp 6, lớp 7;

Thực trạng DH bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS THCS, tập trung vào HS lớp 6, lớp 7.

Xây dựng các biện pháp sư phạm bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7.

Thực nghiệm sư phạm để bước đầu đánh giá tính khả thi, tính hiệu quả của các biện pháp sư phạm đã đề xuất.

#### **7. Phương pháp nghiên cứu**

**7.1. Phương pháp nghiên cứu lí luận:** Sử dụng phối hợp các phương pháp: Phân tích, tổng hợp, thu thập thông tin, nghiên cứu tài liệu,... để hệ thống các lí luận chung về ngôn ngữ và NNTH, về năng lực BDTH và năng lực GTTH. Nghiên cứu tài liệu về lý luận DH, nghiên cứu, phân tích các thuật ngữ, kí hiệu toán học, biểu tượng toán học trong SGK toán lớp 6, lớp 7.

**7.2. Phương pháp nghiên cứu thực tiễn:**

*Phương pháp quan sát, điều tra, phỏng vấn:* Điều tra thực trạng DH sử dụng NNTH, bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS trong DH môn toán THCS. Quan sát việc học tập của HS các giờ học toán lớp 6, lớp 7. Phỏng vấn, khảo sát

việc tổ chức các hoạt động nhằm hình thành và phát triển năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS lớp 6, lớp 7. Tham khảo ý kiến của GV giảng dạy trước và sau khi thực nghiệm để điều chỉnh cho phù hợp.

*Phương pháp chuyên gia:* Xin ý kiến các chuyên gia, các nhà nghiên cứu về các vấn đề thuộc phạm vi nghiên cứu của đề tài.

*Phương pháp nghiên cứu sản phẩm:* Nghiên cứu vở ghi, bài kiểm tra, phiếu học tập của HS để tìm hiểu khả năng BDTH và GTTH trong học tập môn toán lớp 6, lớp 7.

*Phương pháp thực nghiệm sư phạm:* Thực nghiệm sư phạm nhằm kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp sư phạm đã đề xuất.

*Phương pháp thống kê toán học:* Xử lý số liệu điều tra và số liệu thực nghiệm.

## **8. Ý nghĩa lý luận và thực tiễn**

*Về mặt lý luận,* làm sáng tỏ quan niệm, các thành tố, các biểu hiện đặc trưng và các mức độ của năng lực BDTH và năng lực GTTH của HS trong học tập môn toán THCS; xác định những luận cứ khoa học của các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7.

*Về mặt thực tiễn,* đề xuất được các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH trong DH môn toán lớp 6, lớp 7.

## **9. Những nội dung đem ra bảo vệ**

- Quan niệm về BDTH, GTTH và các hoạt động BDTH, GTTH đặc thù của HS trong học tập môn toán THCS;
- Quan niệm về năng lực BDTH, năng lực GTTH, các thành tố, các biểu hiện đặc trưng và các mức độ của năng lực BDTH và năng lực GTTH của HS THCS;
- Các biện pháp sư phạm bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7;
- Các kết quả thực nghiệm sư phạm.

**10. Bố cục của Luận án:** Ngoài phần Mở đầu và Kết luận, Luận án gồm 3 chương:

*Chương 1.* Cơ sở lý luận và thực tiễn;

*Chương 2.* Biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7.

*Chương 3.* Thực nghiệm sư phạm.

# Chương 1

## CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

### 1.1. Năng lực, năng lực toán học phổ thông và bồi dưỡng năng lực toán học.

#### 1.1.1. Quan niệm về năng lực

Năng lực là một khái niệm thuộc phạm trù tâm lý học. Ngày nay quan niệm về “năng lực” vẫn còn chưa thống nhất trên phạm vi thế giới. Tuy nhiên, có thể kể đến một số quan niệm phổ biến về năng lực như sau:

- Theo Tâm lý học, *năng lực là tổ hợp các thuộc tính độc đáo của cá nhân, phù hợp với những yêu cầu của một hoạt động nhất định, đảm bảo cho hoạt động đó có kết quả* [68, tr.178].

- Năng lực là *“khả năng vận dụng những kiến thức, kinh nghiệm, kỹ năng, thái độ và hứng thú để hành động một cách phù hợp và có hiệu quả trong các tình huống đa dạng của cuộc sống”* (dẫn theo [45]);

- Năng lực là *khả năng làm chủ những hệ thống kiến thức, kỹ năng, thái độ và vận hành (kết nối) chúng một cách hợp lý vào thực hiện thành công nhiệm vụ hoặc giải quyết hiệu quả vấn đề đặt ra của cuộc sống* [45, tr.107].

- Xavier Roegiers khẳng định: *Năng lực là sự tích hợp các kỹ năng tác động một cách tự nhiên lên các nội dung trong một loại tình huống cho trước để giải quyết những vấn đề do những tình huống này đặt ra* [75, tr.91].

Quan niệm về năng lực của Xavier Roegiers gắn với giáo dục học và phù hợp với hướng nghiên cứu của luận án. Hiểu theo nghĩa: *Năng lực là tập hợp các kỹ năng (các hoạt động) tác động lên các nội dung trong một tình huống có ý nghĩa đối với HS* [80, tr.92]. Ở đây, tác giả quan niệm, kỹ năng là một hoạt động được thực hiện và kỹ năng đạt được dần dần trong suốt cả cuộc đời [75, tr.80].

Như vậy, có nhiều quan niệm khác nhau về năng lực nhưng đều có sự thống nhất như sau:

*Về đặc điểm:* Năng lực được hình thành và bộc lộ trong hoạt động; Năng lực luôn gắn với một hoạt động cụ thể; Năng lực chịu sự chi phối của các yếu tố bẩm sinh di truyền, môi trường và hoạt động của bản thân.

*Về mối quan hệ với tri thức, kỹ năng:* Tri thức, kỹ năng là điều kiện cần thiết để hình thành năng lực; năng lực góp phần cho quá trình lĩnh hội tri thức, kỹ năng trong lĩnh vực hoạt động nhất định được nhanh chóng, thuận lợi, dễ dàng; có năng lực hoạt động tức là có tri thức, kỹ năng trong lĩnh vực đó, nhưng ngược lại, có tri thức, kỹ năng không có nghĩa là có năng lực về lĩnh vực đó.

Những đặc điểm và mối quan hệ nói trên của năng lực đã định hướng con đường hình thành, phát hiện và bồi dưỡng năng lực (thông qua hoạt động) và đánh giá năng lực (qua sự vận dụng kiến thức, kỹ năng trong những tình huống cụ thể). Bởi, “năng lực của mỗi người dựa trên cơ sở tư chất, nhưng điều chủ yếu là năng lực hình thành, phát triển và thể hiện trong hoạt động tích cực của con người dưới sự tác động của rèn luyện, dạy học và giáo dục” [68, tr.180].

### **1.1.2. Năng lực toán học phổ thông**

Quan niệm về năng lực toán học của HS phổ thông theo nghiên cứu của V.A Krutexki cho rằng: “*Năng lực học tập toán học là đặc điểm tâm lý cá nhân (trước hết là đặc điểm hoạt động trí tuệ) đáp ứng nhu cầu hoạt động học toán và giúp cho việc nắm giáo trình toán một cách sáng tạo, giúp cho việc nắm một cách tương đối nhanh, dễ dàng và sâu sắc kiến thức, kỹ năng và kỹ xảo toán học*” [46, tr.13-14]. Đây là cơ sở cho định hướng phát hiện và bồi dưỡng HS giỏi toán của Phạm Văn Hoàn [33] và Hoàng Chúng [16]. Ý tưởng này đã được cụ thể phần nào trong các nghiên cứu về các năng lực toán học của Trần Luận [48] và của Trần Đình Châu [11].

Cho đến nay, quan niệm năng lực toán học đã có những thay đổi, phát triển đáng kể. Một nguyên nhân quan trọng của sự thay đổi đó là do quan niệm về mục tiêu giáo dục toán học đã có sự điều chỉnh để phù hợp hơn với yêu cầu của sự phát triển kinh tế xã hội.

Trong bối cảnh đó, Niss Mogens từ dự án nghiên cứu về năng lực toán học tại Đan Mạch cuối thế kỉ 20, đã đưa ra quan niệm về năng lực toán học được PISA lựa chọn ([99], [100]). Theo đó, PISA 2015 quan niệm: *Năng lực toán học phổ thông (Mathematical Literacy) là khả năng của cá nhân biết lập công thức (formulate), vận dụng (employ) và giải thích (explain) toán học trong nhiều ngữ cảnh. Nó bao gồm suy luận toán học và sử dụng các khái niệm, phương pháp, sự kiện và công cụ toán*

học để mô tả, giải thích và dự đoán các hiện tượng. Nó giúp con người nhận ra vai trò của toán học trên thế giới và đưa ra phán đoán, quyết định của công dân biết góp ý, tham gia và suy ngẫm” ([26, tr.14-15], [102, tr.5]). Đây cũng là quan niệm về năng lực toán học được sử dụng trong nghiên cứu của Luận án.

Niss Mogens xác định 8 năng lực thành phần của năng lực toán phổ thông: (1). Tư duy toán học (*Mathematical thinking*); (2). Giải quyết vấn đề (*Problem tackling*); (3). Mô hình hóa (*Modelling*); (4). Suy luận (*Reasoning*); (5). Biểu diễn (*Representation*); (6). Kí hiệu và hình thức hóa (*Symbols and formalism*); (7). Giao tiếp (*Communication*); (8). Công cụ và phương tiện (*Aids and tools*) [100, tr.52]. Tám năng lực này được OECD sử dụng từ PISA 2000 đến PISA 2009 dù ngôn ngữ diễn đạt trong một số năng lực có đôi chút khác biệt ([71], [102]).

PISA 2012 và PISA 2015 tiếp tục điều chỉnh năng lực toán học phổ thông gồm 7 năng lực theo hướng tích hợp ba năng lực: *Tư duy và suy luận*; *Lập luận*; *Giải quyết vấn đề* thành hai năng lực: *Suy luận và lập luận* và *Xây dựng chiến lược*. Tuy nhiên, năng lực *Biểu diễn* và năng lực *Giao tiếp* hiện vẫn được xác định một cách độc lập ([13, tr.21-23], [103]).

Nhiều chương trình môn toán phổ thông trên thế giới như: Mỹ, Úc, Canada, Singapore, Đức, Đan Mạch,... đã cụ thể hóa theo mạch quá trình, xác định các thành tố của các năng lực toán học, hướng tới việc hình thành năng lực toán học cho HS trong DH và đánh giá ([77], [94], [95], [96], [98], [78], [113], [106], [111], [100],...).

### **1.1.3. Bồi dưỡng năng lực toán học cho HS**

Theo Từ điển Tiếng Việt do Hoàng Phê chủ biên, *Bồi dưỡng*: 1. Làm cho tăng thêm sức của cơ thể bằng chất bổ, 2. Làm cho tăng thêm trình độ, năng lực hoặc phẩm chất [56, tr.107]; Theo Từ điển do Nguyễn Như Ý chủ biên, *Bồi dưỡng*: 1. Làm cho khỏe thêm, mạnh thêm, 2. Làm cho tốt hơn, giỏi hơn [76].

Ngoài ra, Bồi dưỡng là một khái niệm được hình thành nhờ vào sự nối kết các nghĩa vị ngoại lai, không thuần Việt. Theo đó, trong DH có thể hiểu *Bồi dưỡng* là "*bồi đắp*" những tri thức cập nhật trên cơ sở "*nuôi dưỡng*" những cái đã có để mở mang, phát triển thêm, có giá trị làm tăng hệ thống những tri thức, kỹ năng, làm giàu vốn hiểu biết, nâng cao hiệu quả học tập.



Định hướng đổi mới DH trong giai đoạn hiện nay là: “Chuyển mạnh quá trình giáo dục từ chủ yếu trang bị kiến thức sang phát triển toàn diện năng lực và phẩm chất người học” (Nghị quyết số 29-NQ/TW, ngày 04/11/2013). Từ quan điểm hoạt động trong giáo dục, Nguyễn Bá Kim khẳng định: “Năng lực có thể và chỉ có thể được hình thành, phát triển và biểu hiện trong hoạt động và bằng hoạt động của chính người học” [43]. Như vậy, để phát triển một năng lực cụ thể cho người học, cần tạo ra cho HS những tình huống học tập mà ở đó, HS phải thể hiện mức độ thành thạo của các kĩ năng khi tiến hành các hoạt động đặc thù của năng lực đó.

Trên cơ sở mối quan hệ mật thiết giữa năng lực và hoạt động, có thể xác định bản chất của việc bồi dưỡng năng lực toán học cho HS là nhằm nâng cao hiệu quả học tập, hoàn thiện quá trình DH. Một cách khái quát, *bồi dưỡng năng lực toán học cho HS là quá trình tổ chức cho HS vận dụng các kiến thức, kĩ năng toán học để thực hiện các hoạt động học tập tương thích với các thành tố và các biểu hiện đặc trưng của từng năng lực. Qua đó, năng lực của HS được phát triển cao hơn.*

Như vậy, thực chất của quá trình bồi dưỡng năng lực cho HS là việc bổ sung, cập nhật, cải thiện các kiến thức, kĩ năng còn thiếu hoặc còn yếu của HS thông qua việc thực hiện các hoạt động và bằng hoạt động đặc thù, nhằm phát triển năng lực trong một lĩnh vực hoạt động, dưới một hình thức phù hợp.

## **1.2. Năng lực sử dụng ngôn ngữ toán học**

### **1.2.1. Sơ lược về ngôn ngữ toán học**

#### ***1.2.1.1. Quan niệm về ngôn ngữ toán học***

Các nhà giáo dục toán học ở Việt Nam đã dành sự quan tâm ngày càng sâu sắc, đầy đủ hơn đến NNTH. Phạm Văn Hoàn, Hà Sĩ Hồ tập trung mô tả NNTH tạo bởi các kí hiệu toán học (chữ số, chữ cái, dấu phép tính, dấu quan hệ) và ngôn ngữ viết là chủ yếu [33, tr.93], [34, tr.45]. Hoàng Chúng, Nguyễn Bá Kim cho rằng trong DH môn toán, việc sử dụng các hình vẽ, sơ đồ, đồ thị, bảng, công thức là rất quan trọng và xem chúng là một dạng NNTH cần được hình thành và rèn luyện cho HS ([16, tr.81], [40, tr.109]). Như vậy, theo Hoàng Chúng và Nguyễn Bá Kim, NNTH không chỉ bao gồm các kí hiệu toán học mà còn có cả các hình vẽ, sơ đồ, đồ

thì... Hoạt động ngôn ngữ là một trong năm dạng hoạt động toán học quan trọng của HS [40].

Từ các nghiên cứu của các tác giả quốc tế và trong nước về NNTH, các quan niệm về NNTH của Trần Anh Tuấn [66, tr.111], Lê Văn Hồng [37], Trần Ngọc Bích [4, tr.10], Thái Huy Vinh [69, tr.13], có thể khái quát: *NNTH trong DH toán phổ thông là ngôn ngữ của khoa học toán học, bao gồm các thuật ngữ toán học (từ, cụm từ), các kí hiệu toán học, biểu tượng toán học (như hình vẽ, sơ đồ, đồ thị...) và các quy tắc kết hợp chúng dùng để diễn đạt các đối tượng và các mối quan hệ toán học trong khi nói, viết hoặc tư duy.* Trong đó:


*Kí hiệu* gồm chữ số, chữ cái, kí tự alphabetic, dấu các phép toán, dấu các quan hệ, dấu các lượng từ và các dấu ngoặc được dùng trong toán học.

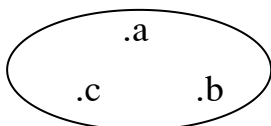
*Thuật ngữ toán học* bao gồm các từ và cụm từ là tên gọi của những khái niệm, những đối tượng và quan hệ thuộc lĩnh vực toán học (ví dụ: số nguyên tố, hợp số, đường thẳng, đối đỉnh, lũy thừa,...); những từ, cụm từ của NNTN, nhưng trong toán học có ý nghĩa đặc thù (ví dụ: cạnh, tâm, mẫu, tử,...). Cũng như thuật ngữ khoa học nói chung, thuật ngữ toán học không mang sắc thái từ biểu cảm, chúng có tính xác định về nghĩa, có tính hệ thống, tính đơn nghĩa và tính quốc tế.

*Biểu tượng toán học* gồm hình ảnh, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ hoặc mô hình để biểu thị các quan hệ toán học và các đối tượng toán học cụ thể.

Như vậy, theo quan niệm của Luận án, NNTH không chỉ có các kí hiệu mà còn có cả các thuật ngữ, biểu tượng toán học. Với chú ý rằng, các kí hiệu, thuật ngữ, biểu tượng trong NNTH phải ứng với nội dung, ý tưởng toán học nhất định. Để biểu thị một đối tượng hay một quan hệ toán học, ta có thể sử dụng NNTH ở dạng thuật ngữ, kí hiệu hoặc biểu tượng toán học.

**Ví dụ 1.1.**

<i>Thuật ngữ</i>	<i>Kí hiệu</i>	<i>Biểu tượng</i>
Tam giác ABC	$\Delta ABC$	

Tập hợp A gồm ba phần tử a, b, c	$A = \{ a, b, c \}$	A 
----------------------------------	---------------------	---------------------------------------------------------------------------------------

Ngoài ra, thuật ngữ “tam giác ABC” còn được mô tả để biểu thị khái niệm tam giác: “Tam giác ABC là hình gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CA khi ba điểm A, B, C không thẳng hàng” (Toán 6, tập 2, tr.93).

Thuật ngữ, kí hiệu toán học và NNTN có quan hệ thống nhất, được sử dụng đan xen trong các phát biểu nhằm mô tả đầy đủ về đối tượng và quan hệ toán học.

**Ví dụ 1.2.** “Cho hai số tự nhiên  $a$  và  $b$ , trong đó  $b \neq 0$ , nếu có số tự nhiên  $x$  sao cho  $b.x = a$  thì ta nói  $a$  chia hết cho  $b$  và ta có phép chia hết  $a:b = x$ ” (Toán 6, tập 1, tr.21). Ở đây, các thuật ngữ toán học: “số tự nhiên”, “chia hết cho”, “phép chia hết”, các kí hiệu toán học:  $a$ ,  $b$ ,  $b \neq 0$ ,  $x$ ,  $b.x = a$ ,  $a:b = x$ , các liên từ logic: “và”, “nếu...thì” cùng NNTN: “cho”, “sao cho”, “ta nói”, “ta có”,... được sử dụng đan xen, thống nhất với nhau tạo thành mệnh đề toán học.

### 1.2.1.2. Đặc điểm của NNTH

NNTH là kết quả sáng tạo của con người để biểu đạt các sự kiện toán học, là sự khắc phục NNTN theo khuynh hướng: Khắc phục sự cồng kềnh của NNTN; mở rộng khả năng biểu đạt; loại bỏ tính đa nghĩa của NNTN [3, tr.61]. Theo Phạm Văn Hoàn, NNTH có các đặc điểm quan trọng: Tính ngắn gọn; khả năng diễn đạt chính xác các tư tưởng toán học; khả năng khái quát diễn đạt các quy luật chung [33, tr.95]. Hơn nữa, với quan niệm của Luận án về NNTH, bao gồm cả các hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, đồ thị,.. cho thấy tính “trực quan” của NNTH là một ưu thế, đem lại thuận lợi to lớn cho tư duy cũng như trong trao đổi, truyền đạt các ý tưởng toán.

Ngoài ra, cần phải kể đến tính linh hoạt, uyển chuyển của NNTH trong thực hành. Một ký hiệu toán học có thể biểu đạt cho nhiều nội dung trong những tình huống, bối cảnh khác nhau, chẳng hạn:

**Ví dụ 1.3.** Kí hiệu AB có thể dùng để đặt tên cho một đoạn thẳng, một đường thẳng hay một tia. Kí hiệu  $\frac{a}{b}$  có thể chỉ phép tính chia  $a$  cho  $b$ , phân số  $\frac{a}{b}$  hay một tỉ số,...

Tính uyển chuyển nhưng chặt chẽ của NNTH không mâu thuẫn nhau mà còn bổ sung cho nhau tạo nên đặc trưng quan trọng của NNTH. Đồng thời, việc sử dụng hiệu quả ngôn ngữ biến sẽ giúp HS hiểu rõ tính phổ dụng của toán học trong thực tiễn cũng như trong học tập.

**Ví dụ 1.4.** Khi viết:  $y = 6x$  có thể biểu thị cho mối quan hệ của hai số  $y$  và  $x$  (số này bằng sáu lần số kia) hoặc biểu thị cho quan hệ hàm số xét trong thực tế như:

- Giá bán mỗi gói mì tôm là 6 nghìn đồng. Hàm số  $y = 6x$  cho ta mối quan hệ giữa số tiền thu về  $y$  (nghìn đồng) và số mì tôm bán ra  $x$  (gói);

- Giá tiền mua một quyển vở là 6 nghìn đồng. Một bạn mua  $x$  (quyển) thì phải trả số tiền  $y$  (nghìn đồng) hay:  $y = 6x$ ;

- Một HS đi xe đạp với vận tốc 6 km/h. Quãng đường em HS đi được sau  $x$  (giờ) là:  $y = 6x$  (km);...

Các tình huống “gói mì tôm”, “quyển vở” hay “quãng đường” là sự cụ thể hóa quan hệ trừu tượng  $y = 6x$  trong thực tiễn. Việc làm rõ nghĩa nào của  $y = 6x$  sẽ tùy thuộc vào cách biểu đạt cụ thể như “xét hai số  $x$  và  $y$  mà  $y = 6x$ ” hay “xét hàm số  $y = 6x$ ”.

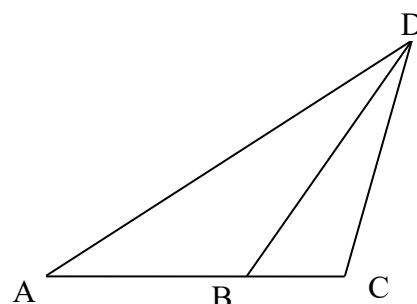
### 1.2.1.3. Chức năng của NNTH

**a. Chức năng giao tiếp:** Ngôn ngữ là phương tiện giao tiếp *quan trọng nhất, phổ biến nhất, hiệu quả nhất* [20, tr.11]. *Giao tiếp ngôn ngữ* là giao tiếp thông qua hệ thống kí hiệu ngôn ngữ, bao gồm giao tiếp ngôn ngữ nói và ngôn ngữ viết [22, tr.44]. Trong phạm vi nghiên cứu của mình, khi nói đến giao tiếp trong DH toán, chúng tôi quan tâm đến giao tiếp bằng NNTH (nói và viết).

NNTH trước hết là ngôn ngữ khoa học (NNKH) toán học nên trong GTTH, nó mang phong cách đặc trưng của NNKH, gồm: (1). *Tính trừu tượng:* Khi nhà khoa học sử dụng NNKH để giao tiếp, đòi hỏi người đọc/người nghe phải sử dụng tư duy trừu tượng để nhận thức; (2). *Tính lập luận:* Với mục đích thuyết phục người đọc/người nghe bằng một hệ thống các lý lẽ vững chắc, nên diễn ngôn khoa học là loại diễn ngôn được hình thành trên cơ sở một hệ thống các lập luận. (3). *Tính khách quan:* NNKH tuân theo các quy ước trong hệ thống khoa học, vì thế nó

đạt tới tính thống nhất về khái niệm trong phạm vi quốc gia, quốc tế [64, tr.23-30].

**Ví dụ 1.5.** Ba bạn Hạnh, Nguyên, Trang đi đến trường theo con đường AD, BD, CD. Biết 3 điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng và góc ACD là góc tù. (hình 1.1). Hỏi ai đi xa nhất? ai đi gần nhất? Hãy giải thích (Toán 7, tập 2, tr.56).



Hình 1.1.

Ở đây, HS không thể đưa ra câu trả lời theo cảm tính, chẳng hạn: “Nhìn vào hình vẽ ta thấy AD dài

hơn BD, BD dài hơn CD nên bạn Hạnh đi xa nhất, bạn Trang đi gần nhất”. HS cần phải sử dụng NNTH, kết hợp với NNTN, giải thích bằng các lập luận chặt chẽ, logic, chính xác theo qui ước toán học:

“Xét  $\triangle BCD$  có:  $\hat{C} > 90^\circ$  nên  $\hat{C} > \hat{B}$ , do đó:  $BD > CD$  (1) và có:  $\widehat{ABD} > \hat{C}$  ( $\widehat{ABD}$  là góc ngoài  $\triangle BCD$ , không kề với  $\hat{C}$ ) nên  $\widehat{ABD} > 90^\circ$ . Xét  $\triangle ABD$  có:  $\widehat{ABD} > 90^\circ$  nên  $AD > BD$  (2). Từ (1) và (2) ta có:  $AD > BD > CD$ .

Vậy, Hạnh đi học xa nhất, Trang đi học gần nhất”

Ví dụ trên cho thấy NNTH trong mối quan hệ mật thiết với NNTN, là phương tiện quan trọng và phổ biến nhất của GTTH, nó thể hiện một cách chính xác, ngắn gọn, logic các tư tưởng, quan điểm, các lập luận, giải thích, chứng minh.

### **b. Chức năng tư duy**

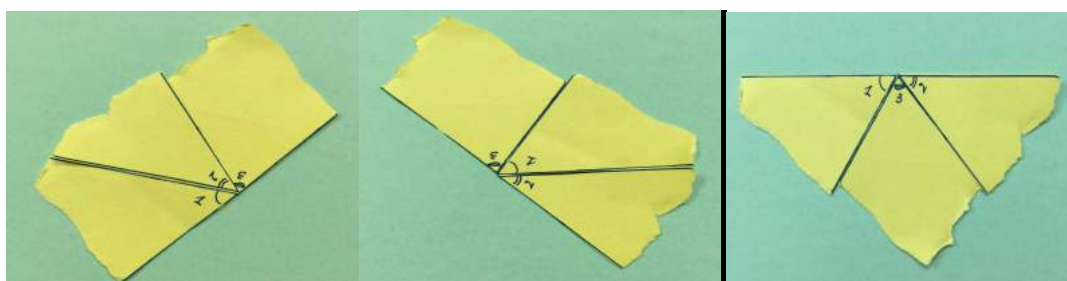
Theo Mác, *ngôn ngữ là hiện thực trực tiếp của ý thức*, là vật chất tự nhiên của tư tưởng. “Ngôn ngữ là biểu hiện thực tế của tư tưởng” [25, tr.41]. L.X. Vugôtski đã kết luận: “không thể có khái niệm nào lại không đi kèm với từ, không thể có tư duy trong khái niệm nào lại nằm ngoài tư duy ngôn ngữ” [28, tr.599]. Rõ ràng, không có từ nào, câu nào của NNTH mà không biểu hiện khái niệm hay tư tưởng toán học. Mọi ý nghĩ, tư tưởng toán học chỉ trở nên rõ ràng khi được biểu hiện ra bằng NNTH trong mối quan hệ mật thiết với NNTN. Do đó, phát triển tư duy logic toán học cho HS gắn liền với việc rèn luyện NNTH một cách chính xác.

Theo G. Polya: “Nhiệm vụ chính của DH toán ở trường phổ thông là dạy HS

suy nghĩ” [58]. NNTH là công cụ, phương tiện của tư duy toán học. NNTH trực tiếp tham gia vào quá trình hình thành tư tưởng toán học. Các khái niệm, phán đoán hay suy lí, tức là các hình thức cơ bản của tư duy toán học, đều tồn tại dưới hình thức biểu đạt là NNTH. Nhờ có NNTH mà GV và HS có thể tổ chức, thực hiện hiệu quả các hoạt động GTTH và hoạt động tư duy trong DH toán.

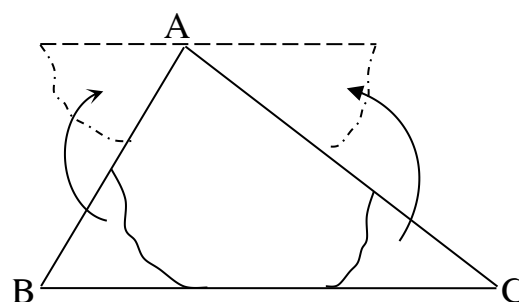
**Ví dụ 1.6.** DH Định lí tổng ba góc trong một tam giác (Toán 7, tập 1, tr.106) theo mô hình học tập khám phá có hướng dẫn.

*Hành động thực tiễn:* HS thực hiện các hoạt động đo góc và cộng tổng 3 góc trong một số tam giác cụ thể; thực hiện cắt và ghép các góc của một tam giác với nhau và thấy luôn được một góc bẹt.



Qua thực nghiệm, HS phát hiện: Tổng ba góc của một tam giác bằng  $180^0$ .

*Hành động mô hình hóa:* Sử dụng hình vẽ mô tả lại quá trình cắt và ghép các góc của một tam giác (hình 1.2). Theo đó, góc bẹt tạo thành từ 3 góc A, B, C có cạnh là 1 đường thẳng qua A và song song với BC, gợi ra cách chứng minh  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^0$  bằng suy diễn.

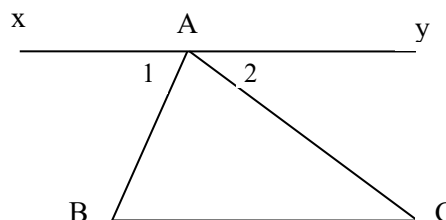


Hình 1.2

*Hành động kí hiệu hóa:* Sử dụng chính xác, hợp lí NNTH để phát biểu định lí; tóm tắt định lí bằng hình vẽ và kí hiệu; trình bày chứng minh bằng lập luận có căn cứ chính xác,... Qua đó, nhận thức đầy đủ về tổng ba góc của một tam giác.

Cụ thể: *Phát biểu được:* “Tổng ba góc của một tam giác bằng  $180^0$ ”

Tóm tắt:	GT	$\Delta ABC$
	KL	$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$



Hình 1.3

*Chứng minh:*

Qua A kẻ đường thẳng  $xy \parallel BC$  (hình 1.3).

Vì  $xy \parallel BC$  nên:  $\widehat{B} = \widehat{A}_1$  (1) (hai góc so le trong)

$\widehat{C} = \widehat{A}_2$  (2) (hai góc so le trong)

Từ (1) và (2) suy ra:  $\widehat{BAC} + \widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{BAC} + \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = 180^\circ$

**Nhận xét:** Trong ví dụ 1.6, NNTH với tất cả các dạng biểu hiện của nó: các mô hình (tam giác bằng bìa); các sơ đồ, GT - KL, hình vẽ (hình 1.2; 1.3), các thuật ngữ, kí hiệu,... là các công cụ, phương tiện hỗ trợ đắc lực cho ba giai đoạn của quá trình nhận thức tương ứng với ba hình thức hành động học tập (theo J. Bruner): Hành động phân tích (bằng tay) sự vật; hành động mô hình hóa và hành động trên các biểu tượng (kí hiệu hóa).

## 1.2.2. Hoạt động ngôn ngữ toán học trong dạy học môn toán

### 1.2.2.1. Quan niệm hoạt động ngôn ngữ toán học

F. Sausuare xác định khái niệm *ngôn ngữ* (langue) trong sự phân biệt với *lời nói* (parole) và *hoạt động ngôn ngữ* (langage). Theo đó, *ngôn ngữ* là phương tiện giao tiếp ở dạng khả năng tiềm tàng, *lời nói* (các ngôn phẩm viết hay nói miệng) là phương tiện giao tiếp ở dạng hiện thực hóa, tức là ở dạng hoạt động, gắn liền với những nội dung cụ thể (dẫn theo [25, tr.139]). “Trong giao tiếp diễn ra các hiện tượng trao đổi ngôn phẩm (lời nói). Trao đổi các ngôn phẩm, một mặt là hành động *nói* hay *sản sinh ngôn phẩm* nào đó và mặt khác là hành động *hiểu* hoặc *lĩnh hội ngôn phẩm* của người cùng đối thoại. Các hành động *nói* và *hiểu* được gọi là *hành động ngôn ngữ*. Hệ thống các hành động ngôn ngữ là *hoạt động ngôn ngữ*” [25, tr.140].

Phạm Minh Hạc đã chú ý: “*Ngôn ngữ là một quá trình mỗi cá nhân sử dụng một thứ ngữ ngôn để giao lưu*” [27, tr.178]. Nguyễn Quang Uẩn mô tả “*Hoạt động lời nói* khi thực hiện mục đích giao tiếp hay khi tư duy, về thực chất là quá trình hình thành và thể hiện ý nhờ ngôn ngữ” [68, tr.121-135]. Có thể nói, tuy các thuật ngữ mô tả khác nhau, nhưng các nhà tâm lí học đã thống nhất phân biệt *ngôn ngữ*

(đối tượng của khoa học ngôn ngữ) với *lời nói* (kết quả của hoạt động lời nói) và *hoạt động lời nói* (đối tượng của khoa học tâm lí).

Trong khi đó, Nguyễn Bá Kim, từ bình diện lý luận và PPDH môn Toán quan tâm đến *hoạt động ngôn ngữ* như là một trong năm dạng hoạt động học tập chủ yếu của HS và mô tả tình huống nảy sinh hoạt động ngôn ngữ: “*Những hoạt động ngôn ngữ được HS thực hiện khi họ được yêu cầu phát biểu, giải thích một định nghĩa, một mệnh đề nào đó bằng lời lẽ của mình, hoặc biến đổi chúng từ dạng này sang dạng khác, chẳng hạn từ dạng kí hiệu toán học sang dạng ngôn ngữ tự nhiên hoặc ngược lại*” [40, tr.97-101].

Trên cơ sở quan niệm về *ngôn ngữ, lời nói, hoạt động lời nói* của Ngôn ngữ học và Tâm lí học, đồng thời từ quan niệm về hoạt động ngôn ngữ trong quá trình DH toán nói riêng và từ quan niệm về NNTH của Luận án, theo chúng tôi: *Hoạt động NNTH trong lớp học toán là hoạt động dạy học mà ở đó, GV và HS sử dụng NNTH và NNTN để trao đổi, truyền đạt, suy nghĩ, trình bày, thể hiện và tiếp nhận các tư tưởng, quan điểm, nội dung toán học.*

Do tính chất phức tạp trong các quan niệm về hoạt động ngôn ngữ, Luận án tập trung vào hoạt động NNTH trong DH toán THCS, theo nghĩa:

- HS là chủ thể thực hiện hoạt động, hoạt động này gắn với nội dung toán học và ngôn ngữ (tiếng Việt và NNTH) là phương tiện và kết quả của hoạt động ấy.

- Hoạt động NNTH tập trung vào việc *trao đổi, truyền đạt, suy nghĩ, trình bày, thể hiện và tiếp nhận* các tư tưởng, quan điểm, nội dung toán học, khai thác chức năng tư duy và chức năng giao tiếp của NNTH (và cả NNTN) trong DH toán.

Dưới đây sẽ làm rõ một số dạng hoạt động NNTH trong DH môn toán.

#### **1.2.2.2. Các hoạt động NNTH trong DH môn toán THCS**

Con người phát triển trong hoạt động và học tập diễn ra trong hoạt động là một luận điểm cơ bản của giáo dục học. Theo Nguyễn Bá Kim, mỗi nội dung DH đều liên hệ với những hoạt động nhất định. Định hướng đổi mới PPDH là tổ chức cho người học học tập trong hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo. Từ đó, xác định vị trí chủ thể của người học, đảm bảo tính tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo của hoạt động học tập được thực hiện *độc lập* hoặc trong *giao lưu*. [41, tr.93]. Khi hoạt động NNTH của HS được thực hiện *độc lập*, nó



được xét trên bình diện của hoạt động BDTH. Các kí hiệu, các biểu tượng toán học được sử dụng, tạo ra và chuyển đổi nhằm giúp HS suy nghĩ, khám phá, tìm ra cách giải quyết các vấn đề toán học; sắp xếp, ghi nhớ, biểu đạt các ý tưởng toán học (cho bản thân). Khi hoạt động NNTH diễn ra trong *giao lưu*, nó thể hiện dưới bình diện GTTH. Khi đó, NNTH là phương tiện chủ yếu để HS giao tiếp, tiếp nhận hay chuyển tải các kiến thức, kĩ năng toán học với thầy, với bạn (hoạt động GTTH).

Như đã phân tích, ngôn ngữ nói chung và NNTH nói riêng, trước hết là một hệ thống vật chất. Để sử dụng NNTH như là công cụ, phương tiện cho tư duy và giao tiếp, HS phải được biết, hiểu và sử dụng đúng NNTH. Bởi vậy, trong quá trình DH toán có thể xem hoạt động NNTH gồm:

***a. Hoạt động tiếp nhận NNTH trên phương diện từ vựng, cú pháp và ngữ nghĩa một cách chính xác, logic, hệ thống***

NNTH chứa đựng hai mặt cần nghiên cứu: mặt *ngữ nghĩa*, khi xem xét mối quan hệ giữa NNTH với các đối tượng toán học mà chúng biểu thị; mặt *cú pháp*, khi xem xét cấu trúc của NNTH một cách độc lập với ý nghĩa nội dung. Theo đó, cú pháp của NNTH là các quy tắc kết hợp các kí hiệu, biểu tượng, thuật ngữ toán học thành các biểu thức, công thức, mệnh đề toán học. Ngữ nghĩa của NNTH được hiểu là nghĩa hoặc nội dung của kí hiệu, thuật ngữ, biểu tượng toán học.

Trong toán học, từ vựng được chuyên biệt hóa cao, bao gồm các kí hiệu, thuật ngữ (từ và cụm từ), biểu tượng (hình vẽ, đồ thị, sơ đồ, biểu đồ,..). Để hoạt động NNTH một cách hiệu quả, trước hết cần hình thành và rèn luyện cho HS hiểu và sử dụng đúng các từ, các kí hiệu toán học trong các tiên đề, định nghĩa, định lí, công thức và biết diễn đạt các mệnh đề toán học theo những cách khác nhau.

***Ví dụ 1.7.*** Khi dạy tính chất cơ bản của phân số (Toán 6, tập 2, tr.10), cần rèn cho HS hiểu rõ tính chất này trên cả hai phương diện:

- Phương diện ngữ nghĩa: Nếu ta nhân cả tử và mẫu của một phân số với cùng một số nguyên khác 0 thì ta được một phân số bằng phân số đã cho.

- Phương diện cú pháp:  $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$  với  $m \in \mathbf{Z}$  và  $m \neq 0$

**b. Hoạt động chuyển ý thành từ (NNTH) để tư duy và để giao tiếp**

Hoạt động này nhằm hình thành và rèn luyện cho HS khả năng chuyển ý thành từ và sử dụng chúng để biểu đạt nội dung toán học trong quá trình tư duy và GTTH. Qua đó, HS biết sử dụng các từ, các kí hiệu và biểu tượng toán học trong mối quan hệ với NNTN để bộc lộ và tiếp nhận các nội dung tư tưởng toán học.

**Ví dụ 1.8.** DH hình thành khái niệm phân số bằng nhau (Toán 6, tập 2, tr.7)

Xét một tình huống quen thuộc, đã biết ở tiểu học:

- HS quan sát hình 1.4 (ngôn ngữ biểu tượng) để có:

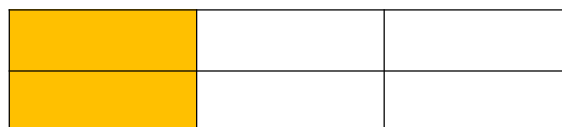
$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$  (ngôn ngữ kí hiệu). Từ đó phát

hiện:  $1.6 = 3.2 (= 6)$ . Và tiếp tục khẳng định qua một số ví dụ tương tự.

- HS lựa chọn các từ, các kí hiệu, NNTN để chuyển ý hiểu về sự bằng nhau của hai phân số cụ thể thành định nghĩa khái

quát: Hai phân số  $\frac{a}{b}$  và  $\frac{c}{d}$  gọi là bằng

nhau nếu  $a.d = b.c$ .



$$\frac{2}{6}$$



$$\frac{1}{3}$$

Hình 1.4

GV cần tạo ra ngữ cảnh để HS cảm nhận được ý nghĩa của từ ngữ (qua nghe và/hoặc nhìn), giúp HS có ý niệm về các khái niệm toán học mới được hình thành, hiểu được ý nghĩa của chúng và tập diễn đạt rõ ràng, ngắn gọn, chính xác. Từ đó, hình thành khả năng làm chủ NNTH thông qua việc làm chủ khái niệm toán học.

**c. Hoạt động chuyển đổi ngôn ngữ từ các dạng khác nhau của NNTH, “phiên dịch” NNTN sang NNTH và ngược lại.**

Trong các khái niệm, mệnh đề, bài tập toán học, NNTH được sử dụng dưới dạng các thuật ngữ, các kí hiệu và các biểu tượng toán học trong mối quan hệ chặt chẽ với NNTN. Hoạt động chuyển đổi ngôn ngữ trong DH toán có thể xem xét theo 2 hướng: (1) Chuyển đổi giữa thuật ngữ, kí hiệu và biểu tượng của NNTH với nhau; (2) Chuyển đổi (“phiên dịch”) từ NNTN sang NNTH và ngược lại. Việc tập luyện

cho HS khả năng chuyển đổi ngôn ngữ và giao lưu tri thức có ý nghĩa quan trọng trong việc bồi dưỡng, phát triển tư duy và ngôn ngữ. Chẳng hạn,

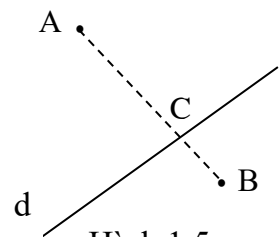
**Ví dụ 1.9.** GV viết: “ $AB = CD$ ” và yêu cầu từng HS nêu lên cách hiểu của mình. Có nhiều phương án đúng được đưa ra: *Độ dài đoạn thẳng AB bằng độ dài đoạn thẳng CD, đoạn thẳng AB bằng đoạn thẳng CD, hai đoạn thẳng AB và CD bằng nhau,...* Cũng có một số câu trả lời chưa chính xác: (1) “*AB bằng CD*”, (cần làm rõ xem ở đây, HS hiểu AB, CD là đường thẳng, đoạn thẳng hay là tia); (2) “*đường thẳng AB bằng đường thẳng CD*” hay (3) “*Độ dài đường thẳng AB bằng độ dài đường thẳng CD*”, ...

Tính chặt chẽ của NNTH đòi hỏi dùng các kí hiệu khác nhau để chỉ các đối tượng, quan hệ khác nhau. HS đầu cấp THCS thường gặp khó khăn khi chuyển đổi NNTH, đặc biệt là các kí hiệu, biểu tượng. GV cần có độ nhạy cảm nhất định với những phát biểu của HS để đảm bảo tính chính xác của NNTH, giúp HS thấy mối quan hệ của biểu tượng, kí hiệu toán học cũng như sự uyển chuyển của các hình thức ngôn ngữ này.

Việc rèn cho HS khả năng “phiên dịch”, chuyển đổi từ NNTN sang NNTH và ngược lại là rất cần thiết trong học tập môn toán. Thông qua việc DH các giải bài tập toán có nội dung thực tiễn, cần tập cho HS phân tích, “phiên dịch” từ NNTN sang NNTH và ngược lại. Quá trình này không những giúp HS hình thành và rèn luyện các kiến thức, kĩ năng toán học đặc thù mà còn giúp cho HS có khả năng giải quyết các vấn đề thực tiễn bằng kiến thức toán học một cách hiệu quả cũng như thấy được ý nghĩa của toán học trong đời sống.

**Ví dụ 1.10.** Một trạm biến áp và khu dân cư được xây dựng cách xa về hai phía của một con sông. Hãy tìm trên bờ sông một địa điểm để dựng cột mắc dây đưa điện từ trạm biến áp về cho khu dân cư sao cho độ dài đường dây dẫn là ngắn nhất (Toán 7, tập 2, tr.64).

Nhận xét: HS cần “phiên dịch” từ NNTN sang NNTH dưới dạng bài toán: “*Cho hai điểm phân biệt A và B nằm về hai phía của đường thẳng d. Tìm trên d một điểm C sao cho tổng khoảng cách từ C đến A và B là ngắn nhất*”.



Hình 1.5

Từ đây, sử dụng kiến thức về bất đẳng thức tam giác, HS xác định được điểm  $\{C\} = AB \cap d$  (hình 1.5) và chứng minh  $CA + CB$  ngắn nhất. Từ đó, có câu trả lời cho tình huống thực tế ban đầu.

### 1.2.3. Năng lực sử dụng NNTH

**1.2.3.1. Năng lực sử dụng ngôn ngữ:** “Sử dụng” là “lấy làm phương tiện để phục vụ nhu cầu mục đích nào đó” [56, tr.1126]. “Sử dụng ngôn ngữ” được hiểu là: Dùng ngôn ngữ làm phương tiện phục vụ cho việc thực hiện các hoạt động ngôn ngữ trong từng lĩnh vực cũng như trong đời sống xã hội nói chung.

Nguyễn Thị Hạnh và nhóm nghiên cứu đã chỉ ra các hợp phần của năng lực sử dụng ngôn ngữ tiếng Việt gồm 3 phương diện: hai phương diện mô tả quá trình *tiếp nhận* (đọc và xem) và *tạo lập* văn bản (viết và trình bày), một phương diện mô tả quá trình tương tác trực tiếp bằng lời (nghe và nói). Những kiến thức về ngôn ngữ được coi là thành tố của các quá trình nói trên [31].

Như vậy, có thể xem *năng lực sử dụng ngôn ngữ là khả năng làm chủ những kiến thức, kỹ năng về ngôn ngữ để thực hiện hiệu quả các hoạt động ngôn ngữ trong các bối cảnh cụ thể*. Việc hình thành và phát triển năng lực sử dụng ngôn ngữ phải thực hiện trong quá trình hoạt động ngôn ngữ và bằng các hoạt động ngôn ngữ.

### 1.2.3.2. Năng lực sử dụng NNTH

NNTH vừa có đặc điểm chung của hệ thống ngôn ngữ (tiếng Việt) vừa có những tính chất rất chuyên biệt, đặc thù của NNKH. Sử dụng NNTH đã được đề cập đến trong một số nghiên cứu về NNTH trong DH toán tiểu học ([4, tr.13-14], [69, tr.55]). Theo đó, “Sử dụng NNTH” được hiểu là: Dùng NNTH làm phương tiện phục vụ cho việc giao tiếp, giảng dạy, học tập, làm việc và nghiên cứu toán học [69, tr.55]. Lê Văn Hồng khi đề cập đến năng lực giao tiếp trong chương trình môn toán phổ thông mới, đã có ý xem năng lực GTTH và năng lực BDTH thuộc phạm trù năng lực sử dụng NNTH [38].

Niss Mogens phân tích mối liên hệ của các hoạt động hình thành năng lực toán học đã phân thành 2 cụm năng lực: (1) *Khả năng đặt ra và giải đáp các vấn đề trong, với và về toán học (the ability to ask and answer questions in, with, about mathematics)* bao gồm bốn năng lực đầu tiên: *Tư duy; Mô hình hóa; Giải quyết vấn*

đề; Lập luận; (2) Khả năng sử dụng ngôn ngữ và các công cụ toán học (the ability to deal with mathematical language and tools) gồm: biểu diễn; kí hiệu và hình thức hóa; giao tiếp; công cụ và các thiết bị hỗ trợ [101, tr.49-51].

Theo sắp xếp đó, cho thấy năng lực BDTH và năng lực GTTH thuộc cùng một cụm năng lực: *Sử dụng ngôn ngữ và các công cụ toán học*. Cụm năng lực này đề cập đến khả năng hiểu và sử dụng NNTH, các công cụ toán học.

Trên cơ sở phân tích về ngôn ngữ, NNTH và các quan niệm liên quan, theo chúng tôi, *năng lực sử dụng NNTH của HS là khả năng làm chủ và vận dụng hiệu quả NNTH để thực hiện thành công các hoạt động ngôn ngữ trong quá trình học tập và nghiên cứu toán học cũng như trong đời sống xã hội nói chung*.

Năng lực sử dụng NNTH gồm: (1). *Khả năng tiếp nhận và hiểu các kiến thức, kĩ năng về NNTH*; (2). *Khả năng tạo lập, vận dụng thực hành hiệu quả NNTH trong giao tiếp cũng như tư duy*; (3). *Khả năng lựa chọn, chuyển đổi ngôn ngữ trong học tập và trong thực tiễn*.

Có thể nói, năng lực sử dụng NNTH là một năng lực quan trọng trong quá trình nhận thức toán học, cần được hình thành và phát triển cho HS ngay từ khi HS bắt đầu làm quen với toán, qua việc tổ chức các hoạt động NNTH.

### **1.3. Năng lực biểu diễn toán học**

#### **1.3.1. Biểu diễn toán học**

##### **1.3.1.1. Quan niệm về biểu diễn toán học**

Theo Từ điển từ và ngữ Việt Nam, *biểu diễn*: “*ghi bằng hình vẽ hoặc kí hiệu*” [47, tr.147]; một số trang từ điển trực tuyến cũng mô tả *biểu diễn*: “*Diễn tả bằng công thức hoặc hình vẽ*” (Từ điển Tra từ); “*Diễn tả bằng kí hiệu hoặc hình vẽ*” (Từ điển Lạc Việt).

Theo Gerald Goldin và Nina Shteingold, một biểu diễn thường là một dấu hiệu hoặc một hình dạng của các dấu hiệu, ký tự hoặc các đối tượng có thể đại diện (tượng trưng, phản ánh, mã hóa, hoặc mô tả) cho một cái gì đó khác hơn chính nó [88, tr.3]. Hiệp hội quốc gia các GV toán (NCTM, 2000) cho rằng biểu diễn được hiểu là một tổ chức các hình ảnh, kí hiệu (dấu hiệu trên giấy, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, đồ thị, phác thảo hình học, các phương trình) [96, tr.16].

Các tác giả Hoàng Chúng, Hà Sĩ Hò, Nguyễn Bá Kim tuy không dùng thuật ngữ “biểu diễn” nhưng khi nói đến NNTH đã quan tâm tới loại ngôn ngữ sơ đồ, đồ thị, hình ảnh, tranh vẽ...và nhấn mạnh cần rèn luyện cho HS nắm vững, sử dụng và phiên dịch chúng sang ngôn ngữ kí hiệu toán học và NNTN (dẫn theo [38]).

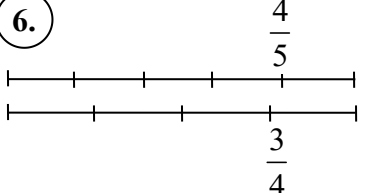
Trong nghiên cứu của mình, chúng tôi quan niệm rằng, *BDTH là việc sử dụng, sắp xếp các thuật ngữ, kí hiệu, hình ảnh (sơ đồ, biểu đồ, hình vẽ, đồ thị, dấu hiệu trên giấy, phác thảo hình học,...) hay các đối tượng cụ thể hàm chứa nội dung toán học để mô tả, tượng trưng hoặc đại diện cho một đối tượng, quan hệ hay một qui trình toán học.*

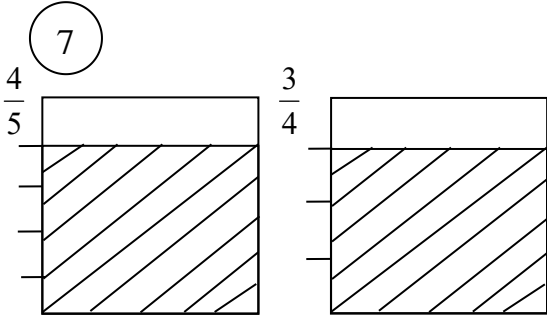
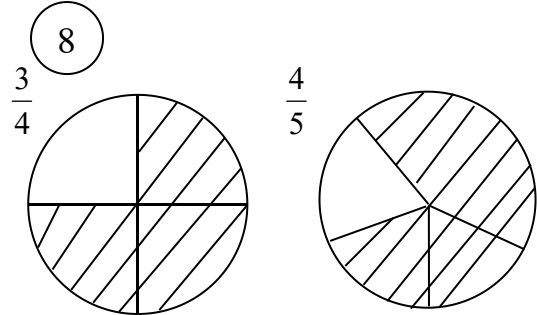
Quan niệm trên cho thấy: BDTH gồm các biểu diễn trên các đối tượng thực (các đối tượng, quan hệ trong cuộc sống tự nhiên – xã hội), các biểu diễn trực quan (sử dụng các sơ đồ, biểu, bảng, các hình ảnh cụ thể,...) và các biểu diễn ngôn ngữ (các thuật ngữ, công thức, kí hiệu toán học...).

Nói cách khác, BDTH là sự trình bày một nội dung toán học bằng các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng. BDTH có thể thay đổi tùy theo bối cảnh hoặc theo cách mà ta sử dụng các biểu diễn. BDTH cũng được xem là kết quả của quá trình BDTH.

Mối quan hệ giữa NNTH và các biểu diễn tương tự như mối quan hệ giữa ngôn ngữ và lời nói, NNTH là phương tiện giao tiếp, là công cụ để tư duy dưới dạng vật chất tiềm tàng, các biểu diễn là phương tiện, công cụ ở dạng hiện thực hóa, tức là ở dạng hoạt động, gắn liền với những nội dung toán học cụ thể.

**Ví dụ 1.11:** So sánh  $\frac{3}{4}$  và  $\frac{4}{5}$ . Tadao [115] đưa ra 8 cách HS biểu diễn, gồm:

<p>①. <math>\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}</math>; <math>\frac{4}{5} = 1 - \frac{1}{5}</math></p> <p>Vì <math>\frac{1}{4} &gt; \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{4}{5} &gt; \frac{3}{4}</math></p>	<p>②. <math>10 : 5 \times 4 = 8</math>  <math>10 : 4 \times 3 = 7,5</math></p> <p><math>8 &gt; 7,5 \Rightarrow \frac{4}{5} &gt; \frac{3}{4}</math></p>	<p>③. <math>\frac{3}{4} = \frac{15}{20}</math>; <math>\frac{4}{5} = \frac{16}{20}</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{4}{5} &gt; \frac{3}{4}</math></p>
<p>④. <math>\frac{3}{4} = \frac{12}{16}</math>; <math>\frac{4}{5} = \frac{12}{15}</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{4}{5} &gt; \frac{3}{4}</math></p>	<p>⑤. <math>\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75</math></p> <p><math>\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8</math></p>	<p>⑥.</p> 

	$\Rightarrow \frac{4}{5} > \frac{3}{4}$	$\Rightarrow \frac{4}{5} > \frac{3}{4}$
<p>(7)</p>  <p><math>\Rightarrow \frac{4}{5} &gt; \frac{3}{4}</math></p>	<p>(8)</p>  <p><math>\Rightarrow \frac{4}{5} &gt; \frac{3}{4}</math></p>	

Trong ví dụ trên, cho ta 8 kết quả BDTH để biểu thị  $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$  đồng thời thể hiện cách mà HS sử dụng kí hiệu, biểu tượng (các BDTH) để xác định mối quan hệ của  $\frac{4}{5}$  và  $\frac{3}{4}$ , từ đó đi đến khẳng định:  $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$ .

### 1.3.1.2. Phân loại biểu diễn toán học

#### a. Biểu diễn theo qui ước và biểu diễn không theo qui ước

Trong toán học có những biểu diễn đã được phát triển theo thời gian và được thống nhất sử dụng rộng rãi trong chương trình môn toán, như: Hệ thống kí tự số, công thức, đồ thị, hình hình học, biểu đồ, ... Đây là những biểu diễn theo qui ước (*biểu diễn tiêu chuẩn*). Ngoài ra, còn có những biểu diễn không theo qui ước (*biểu diễn không tiêu chuẩn*) là các hệ thống ký hiệu, các sơ đồ, hình vẽ ước lệ, các mô hình, phác thảo có tính cá nhân, được tạo ra trong quá trình nhận thức toán học của mỗi cá nhân ([88], [97]).

#### b. Biểu diễn bên trong và biểu diễn bên ngoài

*Biểu diễn bên trong* thường diễn ra trong ý nghĩ của HS khi HS sử dụng các biểu diễn để hỗ trợ cho tư duy, cho nhận thức hay giải quyết các vấn đề toán học.

*Biểu diễn bên ngoài* thể hiện khi HS trình bày suy nghĩ, trao đổi, lập luận, giải thích, kết nối các đối tượng và các mối quan hệ toán học bằng BDTH. Như vậy,

biểu diễn bên ngoài có chức năng hỗ trợ phát triển tư duy, đồng thời góp phần giao tiếp hiệu quả, sáng tạo ([88], [97]).

**Ví dụ 1.12.** Quá trình suy nghĩ, hình dung việc biểu diễn các số nguyên trên trục số, sao cho: “*mỗi một số nguyên (-2), (-1), 0, 1, 2,.. ứng với một vị trí trên trục số, cách đều nhau và theo thứ tự tăng từ trái sang phải*” là *biểu diễn bên trong*. Khi HS tạo ra trục số và các điểm tương ứng trên bản vẽ thì đó là *biểu diễn ngoài*. Cùng một “*biểu diễn bên trong*” nhưng HS có thể có “*biểu diễn ngoài*” là những sản phẩm khác nhau. Để rút ngắn khoảng cách này cần thông qua các hoạt động luyện tập, thực hành, chuyển đổi các BDTH.

### *c. Phân loại theo các hình thức sử dụng các BDTH*

J. Bruner chia biểu diễn thành 3 dạng có tính thứ tự từ thấp đến cao:

E (Enactive): *Cụ thể* → I (Iconic): *Hình tượng* → S (Symbolic): *Kí hiệu*. (viết tắt: EIS). Trong đó, *cụ thể* (enactive), gồm các biểu diễn thực tế ở mức độ thấp nhất và các biểu diễn thao tác được; *hình tượng* (iconic), các biểu diễn trực quan sử dụng các hình ảnh, đồ thị, sơ đồ, biểu bảng...; *kí hiệu* (symbolic), gồm các biểu diễn ngôn ngữ và biểu diễn kí hiệu [87, tr.3]. Trên cơ sở nghiên cứu nguyên tắc EIS của J. Bruner và hệ thống biểu diễn của Lesh, Tadao đã đưa ra 5 dạng biểu diễn từ cao đến thấp dần [115], gồm:

*Biểu diễn kí hiệu* (S2): Biểu diễn sử dụng ký hiệu toán học (như số, chữ cái và các ký hiệu) được qui định bởi các quy tắc ngắn gọn và rõ ràng.

*Biểu diễn ngôn ngữ* (S1): Biểu diễn sử dụng ngôn ngữ hàng ngày. Loại hình biểu diễn này cũng được chi phối bởi quy ước, nhưng lại thiếu cô đọng, nhiều tính mô tả và mang đến cảm giác quen thuộc.

*Biểu diễn minh họa* (I): Các biểu diễn sử dụng minh họa bằng hình ảnh, sơ đồ, đồ thị, biểu đồ. Đây là loại biểu diễn giàu tính trực quan và sinh động

*Biểu diễn thao tác* (E2): Biểu diễn trên những công cụ hỗ trợ DH, đó là các mô hình giả định được tạo ra hay là các đối tượng mà HS có thể tác động trực tiếp.

*Biểu diễn thực tế* (E1): Các biểu diễn dựa trên trạng thái của đối tượng thực. Loại biểu diễn này có thể tác động trực tiếp, hết sức cụ thể và tự nhiên.

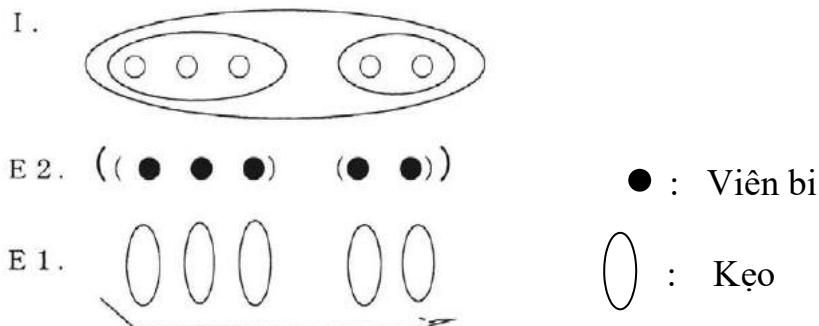
Tadao minh họa cho hệ thống biểu diễn bằng ví dụ sau [115, tr.3,4]:



**Ví dụ 1.13.**

S2.  $3 + 2 = 5$

S1. Cộng 3 và 2 ta được 5

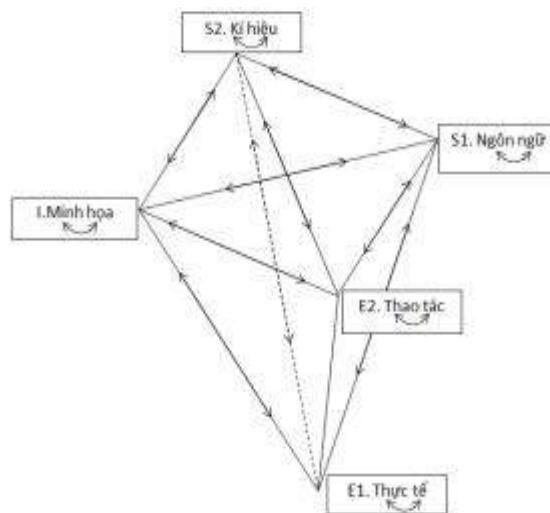


Hình 1.6 mô tả mối quan hệ giữa năm dạng biểu diễn nói trên. Ta thấy:

- Trình tự cơ bản vẫn là E-I-S, từ dưới lên trên, chuyển từ biểu diễn cụ thể (biểu diễn thực tế, E1) đến biểu diễn trừu tượng cao độ (biểu diễn kí hiệu, S2)

- Giữa các dạng biểu diễn và trong từng dạng biểu diễn luôn có sự chuyển đổi lẫn nhau và được mô tả bằng các mũi tên.

- Hoạt động “phiên dịch”, chuyển đổi giữa các dạng biểu diễn và trong mỗi dạng biểu diễn góp phần quan trọng trong bồi dưỡng tư duy toán học, đào sâu sự hiểu biết và thúc đẩy giải quyết vấn đề.



Hình 1.6

Như vậy, cách phân loại của Tadao có mối quan hệ mật thiết với sự phân loại của J. Bruner. Hơn nữa, luận điểm quan trọng từ nghiên cứu của Tadao là không quá xem trọng tính tuyến tính của nguyên tắc E-I-S mà quan tâm đến việc chuyển đổi giữa các dạng BDTH cũng như trong từng dạng biểu diễn. HS có thể phát triển hiểu biết toán học khi HS sáng tạo, so sánh và sử dụng các biểu diễn khác nhau.

Trong ví dụ 1.11, có hai loại biểu diễn được HS sử dụng: biểu diễn kí hiệu (trường hợp 1-5) và biểu diễn minh họa (trường hợp 6-8). Trong mỗi loại biểu diễn có nhiều biểu hiện cụ thể khác nhau và việc lựa chọn, chuyển đổi các biểu diễn có ý nghĩa quan trọng trong bồi dưỡng phát triển tư duy, sự hiểu biết các khái niệm toán học và giải quyết vấn đề.

Trong nghiên cứu của mình, chúng tôi tập trung dành sự quan tâm cho biểu diễn bằng NNTH theo sự phân loại của Tadao, với cách hiểu: E1; E2; I: là các biểu diễn thực tế và biểu diễn trực quan mà ở đó, HS sử dụng các biểu tượng toán học (các sự vật hiện tượng trong tự nhiên, xã hội, các vật thật, mô hình, hình vẽ, sơ đồ, đồ thị, biểu, bảng...), S1: là biểu diễn với các thuật ngữ toán học trong mối quan hệ mật thiết với NNTN (biểu diễn ngôn ngữ) và S2: Biểu diễn bằng các kí hiệu, công thức toán học (biểu diễn kí hiệu).

Quá trình nhận thức toán học của HS luôn hướng tới sự chuyển dịch các biểu diễn từ cụ thể đến trừu tượng hơn. Theo đó, trong cùng một tình huống hay một lớp các tình huống, các biểu diễn ở mức độ cao hơn có thể được xem là tốt hơn các biểu diễn ở mức độ thấp. Tuy nhiên, một biểu diễn tốt cần phải tính đến các tính chất: “Dễ hiểu, chính xác, chuyển đổi được và chỉ ra các ý tưởng toán học với qui luật, thiết kế, sắp xếp và mối quan hệ theo các dạng bội” [70]. Hơn nữa, biểu diễn còn mang tính đại diện (tượng trưng, phản ánh, mã hóa, hoặc mô tả) [88, tr.3]. Do vậy, khi đánh giá nhận định một biểu diễn trong tình huống cụ thể, cần xét đến tính “đại diện” của nó nhằm đảm bảo *sự phù hợp với trình độ nhận thức của HS, với nội dung toán học và mục tiêu DH tương ứng.*

Chẳng hạn, trong ví dụ 1.11, đối với HS THCS, các biểu diễn kí hiệu dạng 1, 2, 3, 4, 5 được xem là tốt hơn các biểu diễn trực quan dạng 6, 7, 8 nhưng đối với HS tiểu học, các biểu diễn trực quan dạng 6, 7, 8 có thể là “mô hình nhận thức” phù hợp, dễ tiếp thu hơn. Ngoài ra, có thể xem các biểu diễn thuộc cùng một trong ba dạng (theo sự phân loại của J. Bruner) là tương đương. Trong ví dụ 1.11, các biểu diễn kí hiệu dạng 1, 2, 3, 4, 5 được xem là tương đương; các biểu diễn hình tượng dạng 6, 7, 8 cũng tương đương với nhau. Tuy nhiên, ngay trong các biểu diễn được

xem là tương đương vẫn có thể xác định được biểu diễn nào là hợp lí hơn dựa trên *đối tượng, mục tiêu và nội dung* dạy học cụ thể.

### **1.3.2. Hoạt động BDTH trong học tập môn toán THCS**

Ở bậc tiểu học, trong quá trình học tập môn toán, HS đã được làm quen và sử dụng khá rộng rãi các BDTH trực quan (sử dụng sơ đồ đoạn thẳng, các đồ vật, hình ảnh cụ thể,...) để diễn tả các liên hệ, quan hệ, các đối tượng khi hình thành các phép tính, công thức, trong giải các dạng toán có lời văn, toán tìm hai số khi biết hai điều kiện;... Ở THCS, vai trò của biểu diễn toán được tập trung khai thác một cách sâu sắc và đa dạng hơn để phát hiện các quy luật, các mối liên hệ, quan hệ toán học. HS không chỉ dùng sơ đồ đoạn thẳng, các vật mô phỏng mà còn sử dụng các hình phẳng, hình khối, các sơ đồ, đồ thị, bảng, biểu đồ,... cho phép khái quát được các qui luật chung, các quan hệ trừu tượng. Qua đó bồi dưỡng và phát triển cho HS khả năng vận dụng các biểu diễn toán trong nghiên cứu, giải thích các hiện tượng trong cuộc sống.

Tadao đã khẳng định biểu diễn đóng vai trò cực kỳ quan trọng trong giáo dục toán học. Bởi vì, biểu diễn là một phương pháp tư duy - tư duy thông qua những gì được biểu diễn; biểu diễn là một phương pháp ghi nhớ - ghi nhớ những gì được tư duy; biểu diễn là một phương pháp quan trọng để trao đổi thông tin (giao tiếp) [115]. Trên cơ sở các kết quả nghiên cứu của Tadao về các loại BDTH và xem xét các hoạt động NNTH trên bình diện BDTH, Luận án xác định các hoạt động BDTH trong học tập môn toán của HS THCS, gồm:

#### ***1.3.2.1. Hoạt động nhận biết và hiểu được nội dung toán học của các BDTH một cách chính xác, logic, hệ thống (hoạt động giải mã).***

Lịch sử khoa học chứng tỏ rằng cơ cấu logic và việc phát triển các lý thuyết toán học, kể từ một giai đoạn xác định của sự phát triển, ngày càng phụ thuộc vào việc sử dụng các kí hiệu toán học và cải tiến các ký hiệu đó [51, tr.138]. Mặt khác, “Là một hệ thống kí hiệu quy ước, mỗi phương tiện trực quan là một loại ngôn ngữ, do đó, nó phải được nghiên cứu, học tập, luyện tập mới có thể hiểu được, sử dụng được, mới trở nên rõ ràng, “trực quan” được, mới trở thành một công cụ nhận thức, một phương tiện DH hiệu quả. Hệ thống các kí hiệu này trong môn toán THCS ngày

một phong phú, đa dạng, có thể trừu tượng, khái quát cho một mô hình hay các quan hệ toán học có tính qui luật. Trong DH toán THCS cần chú trọng dạy “các nguyên tắc ngữ pháp” của ngôn ngữ trực quan tượng trưng (như ngôn ngữ hình vẽ, ngôn ngữ đồ thị, sơ đồ, ngôn ngữ kí hiệu v.v...), tập phiên dịch xuôi, ngược từ ngôn ngữ thường ngày (ngôn ngữ tự nhiên) sang các ngôn ngữ đó” [16, tr.81-82].

Thông qua hoạt động DH hình thành kí hiệu, biểu tượng toán học, HS biết đọc, viết, hiểu ý nghĩa và cấu trúc ngữ pháp, nhận dạng và thể hiện được các BDTH... Từ đó, giúp HS hiểu và sử dụng chính xác, hiệu quả NNTH, các kí hiệu, biểu tượng trong quá trình học tập môn toán.

**Ví dụ 1.14.** DH đồ thị hàm số  $y = f(x)$  (Toán 7, tập 1, tr.69), HS thực hiện hoạt động nhận biết cách *biểu diễn* cặp số  $(x; y)$  tương ứng của hàm số  $y = ax$  ( $a \neq 0$ ) trên mặt phẳng tọa độ qua việc thực hiện một loạt các hoạt động: (1). *Viết tập hợp các cặp giá trị tương ứng  $(x; y)$  của hàm số  $y = f(x)$* ; (2). *Vẽ hệ trục tọa độ Oxy*; (3). *Xác định các điểm có tọa độ là các cặp  $(x;y)$  tương ứng trên mặt phẳng tọa độ*; (4). *Giới thiệu tên gọi của biểu diễn: đồ thị hàm số  $y = f(x)$* ;... Từ đây, khi cho một điểm trên mặt phẳng tọa độ, HS có thể biết được tọa độ của điểm đó, kiểm tra được điểm này thuộc hay không thuộc một đồ thị hàm số, nghĩa là HS có khả năng giải mã được BDTH đã cho.

Ngoài các biểu diễn là các thuật ngữ, kí hiệu toán học, HS cần hiểu đúng nghĩa của các biểu diễn biểu tượng, những sơ đồ, mô hình toán học.

**Ví dụ 1.15.** Các biểu diễn dạng: “Lũy thừa  $\rightarrow$  Nhân và chia  $\rightarrow$  Cộng và trừ”; hay: “ $() \rightarrow [ ] \rightarrow \{ \}$ ” biểu đạt thứ tự thực hiện các phép tính (Toán 6, tập 1, tr.32); Sơ đồ biểu thị nhận xét sau là gợi ý, dẫn đến tính chất cơ bản của phân số:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{-4}{8} = \frac{1}{-2}$$

Toán 6, tập 2, tr.9

Việc hiểu đúng (giải mã) các BDTH như trên là rất quan trọng đối với HS trong quá trình nhận thức toán học. Nếu GV luôn sử dụng các BDTH là các bảng,

các sơ đồ đoạn thẳng, biểu đồ Ven, sơ đồ tư duy,... (không được dạy một cách tường minh trong chương trình) sẽ giúp HS hiểu và sử dụng hợp lí trong học tập.

**1.3.2.2. Hoạt động liên kết, biến đổi hoặc tạo ra các BDTH phù hợp với các tình huống, bối cảnh cụ thể (hoạt động tạo mã).**

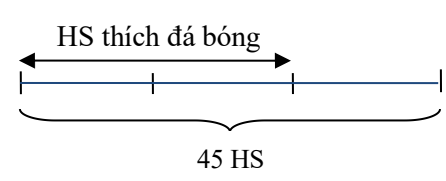
Trong DH toán THCS, thường xuyên phải sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... HS có thể phát triển và làm sâu sắc thêm sự hiểu biết của mình về các khái niệm và quan hệ toán học khi tạo ra, so sánh và sử dụng các biểu diễn khác nhau” [95]. Chúng giúp “giảm bớt sự trừu tượng của toán học” [16], làm cho các công thức, các phép biến đổi toán học gần gũi hơn với nhận thức của HS.

Theo J. Piaget, mỗi giai đoạn lứa tuổi khác nhau, có kiểu hành động học tập khác nhau: hành động học tập của HS tiểu học (từ 7 - 11 tuổi) thường bắt đầu từ hành động vật chất, thực tiễn; HS THCS và THPT hành động trên các đối tượng là kí hiệu, mệnh đề, sơ đồ, mô hình,... (dẫn theo [53, tr.206-207]). Trong DH môn toán lớp 6, lớp 7, với vai trò là các lớp đầu cấp THCS, các hoạt động liên kết, biến đổi hoặc tạo ra các BDTH phù hợp với các tình huống, bối cảnh cụ thể có ý nghĩa tạo bước chuyển từ hành động vật chất, thực tiễn trong nhận thức toán học của HS sang hành động trên các đối tượng là kí hiệu, mệnh đề, sơ đồ, mô hình,...

**Ví dụ 1.16.** Bài: Tìm giá trị phân số của một số cho trước.

Xét ví dụ: Lớp 6A có 45 HS, trong đó  $\frac{2}{3}$  số HS thích đá bóng, 60% thích đá cầu,  $\frac{2}{9}$  thích chơi bóng bàn và  $\frac{4}{15}$  thích chơi bóng chuyên. Tính số HS lớp 6A thích đá bóng, đá cầu, bóng bàn và bóng chuyên (Toán 6, tập 2, tr.51).

Ta có thể tổ chức cho HS sử dụng, liên kết, biến đổi và tạo ra các BDTH trong quá trình nhận thức như sau:

GV	HS
1. Hãy sử dụng sơ đồ đoạn thẳng để biểu thị cho số HS thích đá bóng trong số HS lớp 6A?	1. 
2. Dựa vào sơ đồ tính số HS thích đá bóng?	2. Số HS thích đá bóng: $(45:3).2 = 30$ (hs).
3. Viết $(45:3).2$ dưới dạng một phép	3. $(45:3).2 = 45.\frac{2}{3}$

tính nhân (của 45 và $\frac{2}{3}$ ) ? - Từ đó suy ra cách tìm $\frac{2}{3}$ của 45?	- Lấy 45 nhân với $\frac{2}{3}$ ( $45 \cdot \frac{2}{3}$ )
4. Tương tự, tính số HS thích đá cầu, bóng bàn, bóng chuyền? (60% của 45; $\frac{2}{9}$ của 45; $\frac{4}{15}$ của 45)	4. Số HS thích: - Đá cầu: $45 \cdot 60\% = 45 \cdot \frac{60}{100} = 27$ (hs) - Bóng bàn: $45 \cdot \frac{2}{9} = 10$ (hs) - Bóng chuyền: $45 \cdot \frac{4}{15} = 12$ (hs)
5. Muốn tìm $\frac{m}{n}$ của số $b$ cho trước, ta làm như thế nào?	5. Lấy $b$ nhân với $\frac{m}{n}$ ( $b \cdot \frac{m}{n}$ )
Tổng quát: “Muốn tìm $\frac{m}{n}$ của số $b$ cho trước, ta tính $b \cdot \frac{m}{n}$ ( $m, n \in N, n \neq 0$ )”	

**Nhận xét:** Các hoạt động BDTH ở đây, gồm: *Tạo ra* biểu diễn (sơ đồ đoạn thẳng); *Liên kết* biểu diễn: Từ biểu diễn bằng sơ đồ đoạn thẳng tìm ra biểu diễn bằng kí hiệu toán học (cho số HS thích đá bóng) là:  $(45:3) \cdot 2$ ; *Biến đổi* biểu diễn:  $(45:3) \cdot 2 = 45 \cdot \frac{2}{3}$ ; *Tạo ra* biểu diễn kí hiệu cho qui tắc tổng quát: “Muốn tìm  $\frac{m}{n}$  của

số  $b$  cho trước, ta tính  $b \cdot \frac{m}{n}$  ( $m, n \in N, n \neq 0$ )”. Qua đó, HS hiểu rõ ý nghĩa của các biểu diễn ngôn ngữ và biểu diễn kí hiệu trong qui tắc tổng quát và trong thực hành.

**1.3.2.3. Hoạt động lựa chọn, chuyển đổi các BDTH trong quá trình nhận thức, thực hành, ghi nhớ và GTTH (hoạt động chọn và chuyển mã).**

Trong DH toán, các hoạt động lựa chọn và chuyển đổi BDTH vẫn thường diễn ra. Tuy nhiên, tổ chức các hoạt động có chủ đích nhằm hình thành cho HS khả năng lựa chọn và chuyển đổi các BDTH trong nhận thức, thực hành, ghi nhớ và GTTH cần được quan tâm hơn nữa. Có nhiều cơ hội để HS lựa chọn các BDTH khác nhau cho cùng một nội dung trong quá trình học toán.

**Ví dụ 1.17.** Để biểu diễn hàm số  $y = 2x$ , tùy theo mục đích sử dụng, HS có thể lựa chọn các cách biểu diễn sau:

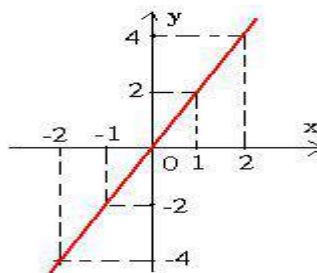
Biểu diễn bằng công thức:  $y = 2x$

Biểu diễn dưới dạng bảng và biểu diễn

x	-2	-1	0	1	2	...
y=2x	-4	-2	0	2	4	...

bằng đồ thị (hình 1.7)

Trong DH toán, HS cần được khuyến khích lựa chọn các biểu diễn như: sơ đồ tư duy, sơ đồ cây, sơ đồ Ven, các dạng bảng, biểu đồ,... để ghi nhớ, tóm tắt, hệ thống kiến thức toán học.



Hình 1.7

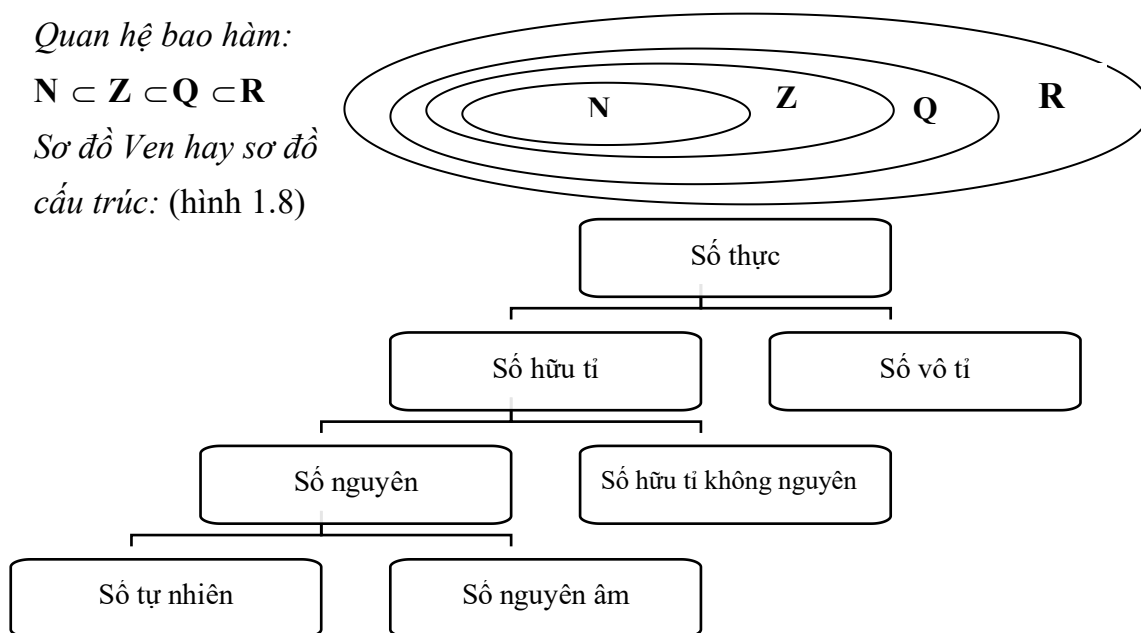
**Ví dụ 1.18.** Lựa chọn BDTH biểu thị mối quan hệ giữa các hệ thống số

Quan hệ bao hàm:

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$$

Sơ đồ Ven hay sơ đồ

cấu trúc: (hình 1.8)



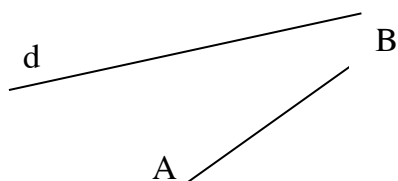
Hình 1.8

HS có thể tìm kiếm giải pháp toán học thông qua việc chuyển đổi các biểu diễn. Đặc biệt, khi HS phải “phiên dịch” từ tình huống thực tiễn sang tình huống toán học bằng các BDTH (dưới dạng các kí hiệu, biểu tượng,...) và ngược lại để giải quyết vấn đề toán học trong bối cảnh thực tiễn đặt ra.

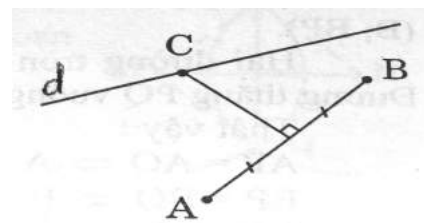
**Ví dụ 1.19.** Có hai khu dân cư ở về cùng một phía và cách không xa một con đường quốc lộ. Hãy tìm bên đường quốc lộ một địa điểm để xây dựng một trạm y tế sao cho trạm y tế này cách đều hai điểm dân cư (con đường thẳng nối liền hai khu dân cư không vuông góc với đường quốc lộ).

Ở đây, HS phải suy nghĩ, sử dụng hình vẽ, kí hiệu để mô hình hóa tình huống thực tiễn; dùng kiến thức, kĩ năng toán học để suy diễn, lập luận, chứng minh; sử dụng NNTH để trình bày lời giải bài toán và chuyển sang NNTN để trả lời cho tình huống thực tiễn. Cụ thể:

HS sử dụng hai điểm phân biệt A và B (đại diện cho 2 khu dân cư) và đường thẳng d (đại diện cho đường quốc lộ) (hình 1.9.a). Gọi C là giao của đường trung trực của đoạn AB (đường nối hai khu dân cư) với đường thẳng d. Ta có:  $CA = CB$  (tính chất đường trung trực). Vậy: C là điểm cần tìm (hình 1.9.b).



Hình 1.9.a



Hình 1.9.b

Qua việc tổ chức các hoạt động tương tự như trên, HS có được kinh nghiệm về các cách chuyển đổi và “phiên dịch” giữa các biểu diễn trong từng tình huống. Việc quan sát, so sánh giúp HS hiểu được sự tương đương của các BDTH khi biểu thị cùng một mối quan hệ và hình thành khả năng chuyển đổi các BDTH một cách linh hoạt trong quá trình học tập.

### 1.3.3. Năng lực biểu diễn toán học

#### 1.3.3.1. Quan niệm về năng lực biểu diễn toán học

Theo OECD, biểu diễn là năng lực cơ bản và rất quan trọng cho hiểu biết toán học. Theo đó, *năng lực BDTH* là khả năng sử dụng và thao tác thành thạo nhiều loại biểu diễn khác nhau cho các đối tượng và tình huống toán học. Các biểu diễn bao gồm: đồ thị, bảng biểu, biểu đồ, hình ảnh, sơ đồ, văn bản cũng như các biểu diễn đại số và biểu diễn kí hiệu toán học khác. Trung tâm của năng lực này là khả năng hiểu và sử dụng mối quan hệ giữa các biểu diễn khác nhau [102, tr.33]. Như vậy, BDTH (với nghĩa năng lực) được nhắc đến là khả năng biểu diễn bằng kí hiệu, đồ thị, bảng biểu, biểu đồ, hình ảnh, sơ đồ và kể cả văn bản.

Vận dụng các kết quả nghiên cứu về BDTH nói trên, xem xét năng lực BDTH là một dạng thức của năng lực sử dụng NNTH, có sự tương giao với năng lực GTTH, chúng tôi quan niệm rằng: *năng lực BDTH là khả năng hiểu, sử dụng, lựa chọn, tạo ra và chuyển đổi các BDTH để suy nghĩ, ghi nhớ, mô tả, giải thích, lập luận, kết nối và trao đổi các ý tưởng trong giải quyết các vấn đề toán học.*

Rõ ràng, các biểu diễn toán là các mô hình nhận thức mà người dạy và người học có thể khai thác, tận dụng một cách hiệu quả để thúc đẩy việc hiểu biết toán và khám phá toán học. Nhiều nghiên cứu cho thấy, kĩ năng BDTH của HS là chìa khóa



dẫn đến thành công trong giải quyết vấn đề. Việc học tập của HS cần luôn hướng đến việc hình thành kết nối giữa các loại biểu diễn khác nhau như: vật liệu, tranh ảnh, các biểu tượng, các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu, bảng,...; biểu diễn bằng lời nói và bằng hình ảnh; biểu diễn bên trong và biểu diễn bên ngoài.

### **1.3.3.2. Các biểu hiện đặc trưng của năng lực BDTH**

Chương trình cốt lõi môn Toán bang New York đã đưa ra 3 tiêu chuẩn của năng lực BDTH : (1). *Tạo ra và sử dụng biểu diễn để tổ chức, ghi lại và truyền đạt ý tưởng toán học*; (2). *Lựa chọn, áp dụng, và phiên dịch giữa các biểu diễn toán học để giải quyết vấn đề*; (3). *Sử dụng biểu diễn để mô hình hóa và giải thích các hiện tượng vật lý, xã hội và toán học* [94, tr.6].

Khung đánh giá lớp học toán xác định năng lực BDTH bao gồm: (1). *Giải mã, giải thích và phân biệt giữa các dạng biểu diễn khác nhau của các đối tượng và tình huống toán học, mối tương quan giữa các cách biểu diễn khác nhau*; (2). *Lựa chọn và chuyển đổi giữa các dạng biểu diễn khác nhau tùy theo tình huống và mục đích* [89, tr.13].

AERO đã mô tả về các chỉ số thực hiện của biểu diễn gồm: (1). *Sử dụng biểu diễn để mô hình hóa, giao tiếp và giải thích vấn đề*; (2). *Tạo và sử dụng biểu diễn tổ chức, ghi lại và truyền đạt ý tưởng toán học*; (3). *Lựa chọn, áp dụng, và phiên dịch giữa các biểu diễn toán học để giải quyết vấn đề* [77, tr.3].

Niss Mogens chỉ ra đặc điểm của năng lực biểu diễn bao gồm việc có thể hiểu và sử dụng các loại biểu diễn khác nhau; hiểu được mối quan hệ qua lại giữa các hình thức biểu diễn; lựa chọn và chuyển đổi giữa các biểu diễn tùy thuộc vào hoàn cảnh và mục đích [101, tr.107].

Cũng có thể thấy, 3 dạng hoạt động BDTH như trên (*hoạt động giải mã, tạo mã – kí mã; chọn và chuyển mã*) thống nhất với 3 dạng hoạt động NNTH mà Luận án đã nêu. Đồng thời hướng đến 3 tiêu chuẩn của NCTM về biểu diễn trong DH toán và có sự tương đồng với những đặc điểm năng lực biểu diễn của Niss Mogens.

Các quan niệm trên đều tập trung vào khả năng hiểu và sử dụng BDTH của HS trong học tập toán. GV cần phải biết tạo ra và hướng dẫn HS tạo ra các sơ đồ, mô hình, biểu đồ,... cần thiết cho việc tư duy, ghi nhớ và GTTH trong học tập.

Trên cơ sở đó, chúng tôi xác định 3 thành tố và các biểu hiện đặc trưng của năng lực BDTH bao gồm:

<b>Thành tố</b>	<b>Biểu hiện đặc trưng</b>
<i>1. Hiểu và sử dụng hiệu quả các BDTH để suy nghĩ, ghi nhớ hay trình bày nội dung toán học</i>	<p>1.1. Phân biệt, hiểu đúng nội dung của các đối tượng và quan hệ toán học trong các BDTH.</p> <p>1.2. Sử dụng được hệ thống BDTH để suy nghĩ, ghi nhớ hay trình bày nội dung toán học.</p>
<i>2. Liên kết, biến đổi hoặc tạo ra các BDTH phù hợp để tìm kiếm ý tưởng, giải pháp hoặc giải quyết vấn đề toán học</i>	<p>2.1. Biết liên kết, biến đổi các biểu diễn để kết nối, lập luận, chứng minh; tìm kiếm giải pháp, ý tưởng toán học.</p> <p>2.2. Tạo ra các BDTH phù hợp để biểu thị các đối tượng, quan hệ hay phương án giải quyết vấn đề toán học trong các tình huống khác nhau</p>
<i>3. Lựa chọn, chuyển đổi các BDTH thuận lợi trong nhận thức, thực hành, ghi nhớ và GTTH.</i>	<p>3.1. Lựa chọn cách BDTH hợp lí trong các tình huống học tập đa dạng.</p> <p>3.2. Chuyển đổi giữa các dạng BDTH thuận lợi cho nhận thức, thực hành, ghi nhớ và GTTH.</p> <p>3.3. Phiên dịch từ NNTN sang các BDTH để mô hình hóa, phù hợp với bối cảnh cụ thể, tạo hiệu quả trong tư duy và giao tiếp.</p>

Năng lực BDTH được hình thành và phát triển qua các hoạt động BDTH. Ở đó, HS được tập luyện sử dụng các BDTH, khai thác, lựa chọn, biến đổi và tạo ra các BDTH khác nhau để giải quyết các vấn đề toán học. Qua đó, HS nhận ra tính đơn giản và hiệu quả của các dạng biểu diễn, vai trò của biểu diễn trong giao tiếp cũng như trong nhận thức toán học (tư duy).

#### **1.3.4. Các mức độ năng lực biểu diễn toán học**

Với cách nhìn nhận năng lực BDTH của HS thể hiện qua mức độ và chất lượng thực hiện các hoạt động BDTH, trong tương quan so sánh với các bạn cùng trang lứa, vận dụng cách xây dựng mức độ hiểu biết toán học theo PISA và căn cứ vào kết quả khảo sát năng lực của 380 HS lớp 7, dự giờ, phân tích, tìm hiểu vở ghi, các bài kiểm tra toán của HS THCS, chúng tôi đề xuất 5 mức độ năng lực BDTH được sử dụng trong nghiên cứu của Luận án như sau:

**Mức độ 1:** Hiểu được nội dung các biểu diễn quen thuộc cho các đối tượng và quan hệ toán học. Còn gặp khó khăn và nhiều sai sót trong việc sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ,...

**Mức độ 2:** Bước đầu sử dụng các BDTH quen thuộc để mô tả, minh họa cho một đối tượng hay quan hệ toán học nhưng chưa chính xác, rõ ràng, đầy đủ.

**Mức độ 3:** Sử dụng được các biểu diễn toán học để biểu thị các đối tượng và các quan hệ toán học có tính qui luật tương đối phù hợp.

**Mức độ 4:** Sử dụng hiệu quả các BDTH trong tư duy và giao tiếp. Giải thích, đánh giá được các dạng biểu diễn khác nhau. Tạo ra hoặc kết nối các biểu diễn để mô hình hóa (ở dạng đơn giản) trong giải quyết vấn đề toán học.

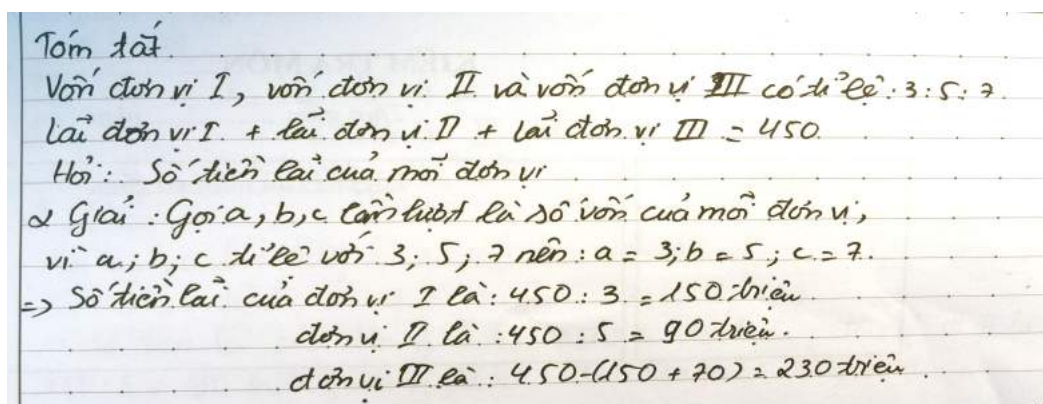
**Mức độ 5:** Vận dụng linh hoạt, sáng tạo các BDTH trong phân tích, tổng hợp, suy luận, khái quát hóa và chứng minh toán học. Sử dụng và tạo ra các BDTH phù hợp để mô hình hóa trong giải quyết các vấn đề toán học gắn với bối cảnh cụ thể.

Sau đây là một ví dụ minh họa cho các mức độ DH toán lớp 7 mà chúng tôi đã thực nghiệm trong thực tiễn.

**Ví dụ 1.20.** Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỷ lệ: 3; 5; 7. Hỏi mỗi đơn vị được chia bao nhiêu tiền lãi nếu tổng số tiền lãi là 450 triệu đồng và tiền lãi được chia tỉ lệ thuận với số vốn đã đóng (Bài13-SBT Toán 7, tập 1, tr.44).

**Yêu cầu:** Hãy tóm tắt bài tập trên (bằng sơ đồ, mô hình, bằng kí hiệu hay bằng lời) và thực hiện giải toán.

**Mức độ 1:** HS thực hiện:



Tóm tắt  
Vốn đơn vị I, vốn đơn vị II và vốn đơn vị III có tỉ lệ: 3; 5; 7.  
Lãi đơn vị I + lãi đơn vị II + lãi đơn vị III = 450.  
Hỏi: Số tiền lãi của mỗi đơn vị  
Giải: Gọi a, b, c lần lượt là số vốn của mỗi đơn vị,  
vì a; b; c tỉ lệ với 3; 5; 7 nên: a = 3; b = 5; c = 7.  
=> Số tiền lãi của đơn vị I là:  $450 : 3 = 150$  triệu.  
đơn vị II là:  $450 : 5 = 90$  triệu.  
đơn vị III là:  $450 - (150 + 90) = 210$  triệu.

**Nhận xét:** HS chủ yếu sử dụng NNTN để tóm tắt và chưa đầy đủ (thiếu: tiền lãi tỉ lệ thuận với số vốn, đơn vị: nghìn, đồng). Bước đầu sử dụng kí hiệu để biểu thị

mối quan hệ toán nhưng chưa chính xác (chẳng hạn, “vì a, b, c tỉ lệ với 3;5;7 nên: a = 3; b = 5; c = 7”) dẫn đến lời giải sai.

**Mức độ 2:** HS tóm tắt

Tỉ lệ góp vốn là 3;5;7  
 Tổng số tiền lãi: 450 } Tìm: Số tiền lãi?

**Giải:** Gọi x, y, z lần lượt là tỉ lệ góp vốn của 3 đơn vị.

Theo bài ra: x; y; z tỉ lệ với 3; 5; 7 hay:  $\frac{x}{3}; \frac{y}{5}; \frac{z}{7}$ . Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:

$\frac{x+y+z}{15} = \frac{450}{15} = 30$  và tìm ra x = 90; y = 150; z = 210 lần lượt là số tiền lãi được chia của ba đơn vị.

**Nhận xét:** HS đã bước đầu sử dụng NNTH và NNTN để tóm tắt đề bài. Việc sử dụng các kí hiệu x; y; z biểu diễn cho “tỉ lệ góp vốn” và “số tiền lãi” là chưa đầy đủ, chính xác.

**Mức độ 3:** HS tóm tắt:

Tỉ lệ góp vốn là 3;5;7  
 Tổng số tiền lãi: 450  
 Tiền lãi tỉ lệ thuận với số vốn } Hỏi: Số tiền lãi được chia?

**Giải:** Gọi x, y, z là số tiền lãi của mỗi đơn vị. Ta có:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$

Số tiền lãi là:  $x + y + z = 450$ .

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{15} = \frac{450}{15} = 30$

Suy ra: x = 3 x 30 = 90 (triệu đồng); y = 5x30 = 150 ( triệu đồng); z = 7 x 30 = 210 (triệu đồng)

**Nhận xét:** Trong tóm tắt, HS đã tách bạch được yếu tố đã cho với yếu tố phải tìm. HS xác định đúng dạng bài áp dụng dãy tỉ lệ thức bằng nhau và thực hiện giải tương đối hợp lí. Tuy nhiên, trong lời giải, HS chưa khai thác yếu tố số tiền lãi tỉ lệ thuận với số vốn (và tỉ lệ với 3;5;7). Thiếu điều kiện và đơn vị của ẩn số;

**Mức độ 4:** HS tóm tắt:

Tỉ lệ góp vốn là 3;5;7  
 Tổng số tiền lãi: 450 (triệu đồng) } Tìm: Số tiền lãi tương ứng?

Tiền lãi tỉ lệ thuận với số vốn.

Giải: Gọi  $x, y, z$  (triệu đồng) là số tiền lãi của mỗi đơn vị ( $x, y, z > 0$ ). Vì số tiền lãi tỉ lệ thuận với vốn đóng góp mà tỷ lệ góp vốn là: 3; 5; 7 nên ta có :

$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$  và  $x + y + z = 450$ . Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{15} = \frac{450}{15} = 30. \text{ Như vậy: } \frac{x}{3} = 30 \Rightarrow x = 3.30 = 90 \text{ (triệu đồng);}$$

$$\frac{y}{5} = 30 \Rightarrow y = 5.30 = 150 \text{ (triệu đồng); } \frac{z}{7} = 30 \Rightarrow z = 7.30 = 210 \text{ (triệu đồng);}$$

Trả lời: Số tiền lãi được chia cho Đơn vị thứ nhất: 90 (triệu đồng);

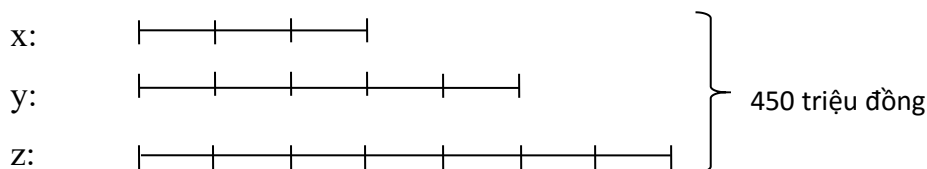
Đơn vị thứ hai: 150 (triệu đồng);

Đơn vị thứ ba: 210 (triệu đồng).

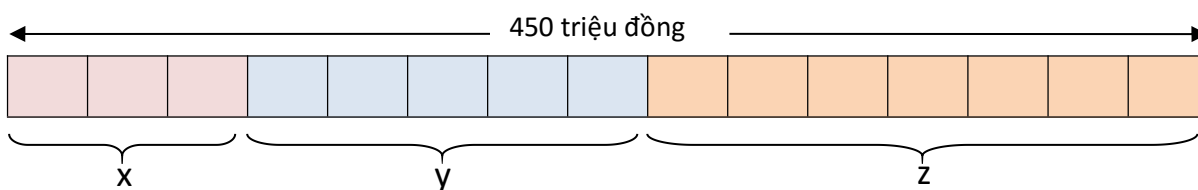
Trong lời giải này, HS thể hiện nắm vững biểu diễn kí hiệu cho dạng bài về dãy tỉ số bằng nhau. Khai thác triệt để giả thiết để lập luận, biến đổi, sử dụng NNTN và NNTH phù hợp, có lời giải đúng, trọn vẹn. Tuy nhiên, HS chưa sử dụng được một số biểu diễn khác (sơ đồ, mô hình) để mô tả mối quan hệ giữa cái đã biết, đã cho với cái phải tìm.

**Mức độ 5:** HS sử dụng sơ đồ để tóm tắt và hỗ trợ cho lời giải bài toán.

*Cách 1:* Tìm  $x, y, z$  lần lượt là số tiền lãi của ba đơn vị kinh doanh, biết:

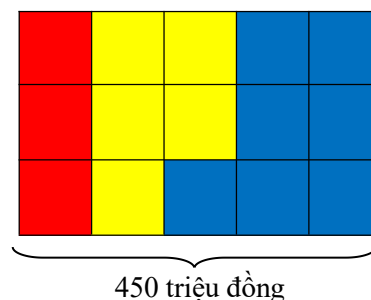


*Cách 2:* Tìm  $x, y, z$  lần lượt là số tiền lãi của ba đơn vị kinh doanh, biết:



*Cách 3:* Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số tiền lãi của ba đơn vị kinh doanh tương ứng với số ô đỏ, ô vàng, ô xanh (hình 1.10)

Vì số tiền lãi tỉ lệ thuận với số vốn đóng góp nên theo



Hình 1.10

bài ra ta có:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{15} = \frac{450}{15} = 30$

và tìm ra kết quả (tương tự như mức 4)

**Nhận xét:** HS biết kết hợp khá hiệu quả giữa ngôn ngữ kí hiệu và sơ đồ, mô hình để biểu diễn mối quan hệ toán học và dễ dàng tìm ra lời giải. Nhờ đó, HS hiểu rõ tính chất của dãy các tỉ số bằng nhau và vận dụng vào các bài toán thực tế một cách thuận lợi, ngay cả khi tỉ lệ gộp vốn thay đổi (là 3 số tự nhiên có tổng bằng 15).

Việc sử dụng BDTH một mặt là phương tiện hữu ích hỗ trợ HS trong suy luận, tư duy, mặt khác tăng cường khả năng GTTH. Bởi khi đó, HS phải giải thích, trình bày một cách thuyết phục, sáng tạo cho giải pháp của riêng mình.

### 1.3.5. Năng lực BDTH và kết quả học tập môn toán của HS

Trong lớp học toán, BDTH vừa hỗ trợ phát triển khả năng suy luận, nhận thức toán học vừa là phương tiện để trao đổi thông tin về nội dung toán học mà nó làm đại diện. Trong thực tế, vì bản chất trừu tượng của toán học, mọi người có thể tiếp cận đến ý tưởng toán học thông qua các đại diện của chúng. Từ quan điểm của NNTH, có thể thấy năng lực BDTH có sự gắn kết chặt chẽ với khả năng giải mã, tạo mã (kí mã), chọn mã và chuyển mã bằng NNTH, ngôn ngữ biểu tượng, ngôn ngữ hình thức và mối quan hệ của chúng với NNTN.

Trong DH toán, việc thiết lập được nhiều biểu diễn khác nhau cho cùng một khái niệm toán học có tác dụng thúc đẩy việc hiểu khái niệm toán của HS. HS có thể chứng tỏ việc hiểu sâu sắc một khái niệm bằng cách chuyển từ biểu diễn này sang kiểu biểu diễn khác của cùng khái niệm đó [115, tr.155-173].

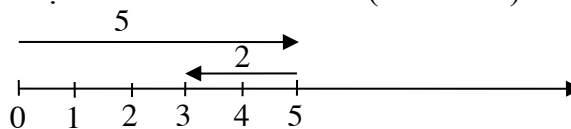
**Ví dụ 1.21.** Biểu diễn phép trừ hai số tự nhiên trên tia số

Nhiệm vụ: Tìm số tự nhiên x sao cho: a)  $2 + x = 5$  ; b)  $x + 3 = 7$ ; c)  $6 + x = 5$ ?

(Toán 6, tập 1, tr.22)

GV sử dụng tia số và hướng dẫn HS xác định hiệu của hai số tự nhiên

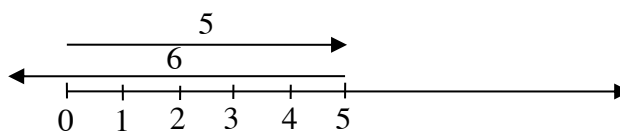
(1) HS quan sát cách GV thực hiện  $5 - 2 = 3$  trên tia số. (hình 1.11).



Hình 1.11

(2) Tương tự, HS xác định kết quả của  $7 - 3$  bằng tia số; HS mô tả lại quá trình biểu diễn đó bằng lời (ngôn ngữ của bản thân);

(3) HS tiếp tục tìm hiệu của  $5 - 6$  bằng tia số và giải thích (*5 không trừ được 6 vì khi di chuyển từ điểm 5 theo chiều ngược lại đi 6 đơn vị thì mũi tên chỉ vượt ra ngoài tia số* (hình 1.12).



Hình 1.12

Từ đây, HS hiểu được điều kiện tồn tại của phép trừ hai số tự nhiên và đi đến định nghĩa khái niệm một cách thuận lợi.

Biểu diễn còn là những cách cụ thể hóa khác nhau cho một khái niệm, được sử dụng để giảm bớt độ khó và làm cho toán học hấp dẫn, thú vị hơn. HS sử dụng biểu diễn để hỗ trợ giải quyết vấn đề toán học hoặc học các khái niệm mới. Bởi vậy, biểu diễn là một phần không thể tách rời trong quá trình nhận thức toán học của HS

Không chỉ sử dụng các BDTH, HS cần có khả năng tạo ra các biểu diễn cho riêng mình (biểu diễn không theo qui ước), điều này tiềm ẩn một nội lực sáng tạo mạnh mẽ, một sự linh hoạt về ngôn ngữ, khả năng hiểu biết toán học vượt trội trong các tình huống học tập, đặc biệt khi toán học được đặt trong những bối cảnh cụ thể.

Như vậy, có thể khẳng định năng lực BDTH có vai trò quan trọng, góp phần phát triển tư duy, đóng góp tích cực vào việc hình thành phát triển các năng lực toán học. Bồi dưỡng năng lực BDTH cho HS là nội dung quan trọng nhằm nâng cao kết quả học tập toán của HS.

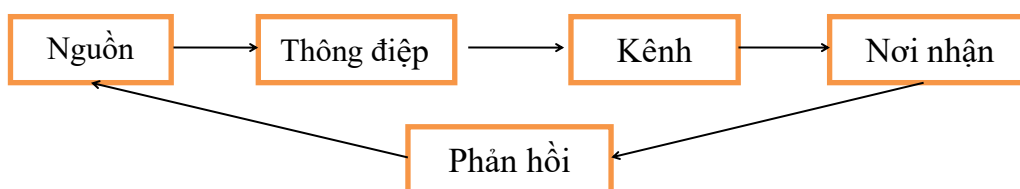
## 1.4. Năng lực giao tiếp toán học

### 1.4.1. Giao tiếp toán học

#### 1.4.1.1. Quan niệm về giao tiếp và giao tiếp trong dạy học

a. Theo Võ Tấn Quang [30, tr.295], *giao tiếp*: “*sự tiếp xúc, trao đổi, truyền đạt giữa người với người về các nội dung tư tưởng, tình cảm, kinh nghiệm, thông tin, những vấn đề mà họ quan tâm*”. Nguyễn Hữu Châu khẳng định có 3 yếu tố cơ bản cho bất cứ một cuộc giao tiếp nào: *Người đưa thông tin, gửi thông điệp và người nhận* [14, tr.149]. Berlo (1960) cho rằng quá trình giao tiếp cần đến các yếu tố: (a) *nguồn*, (b) *mã hóa*, (c) *thông điệp*, (d) *kênh*, (e) *mở mã và người nhận*. Cụ thể:

*Nguồn* là một người hay một nhóm người với mục đích hoặc ý định giao tiếp. Mục đích được *mã hóa* thành một hệ thống các kí hiệu, tiếng nói, điệu bộ, chữ viết, biểu đồ, ... nhằm chuyển và thể hiện mục đích dưới dạng *thông điệp*. *Kênh* là phương tiện để truyền tải thông điệp tới *người nhận ở nơi nhận*. Bằng các kĩ năng và giác quan, người nhận sẽ *mở mã* bản thông điệp dưới hình thức phù hợp,.. Khi hiểu được thông điệp, người nhận sẽ *phản hồi* hoặc *đáp lại* theo cách riêng của mình. Nguồn sẽ nhận cái phản hồi, một yếu tố phải có trong giao tiếp. Trong giao tiếp, *mã hóa* và *mở mã* được tiến hành bởi *nguồn* và *nơi nhận*. Ở đây, nguồn và mã hóa cũng như nơi nhận và mở mã được xử lí gộp và sơ đồ trong hình 1.13 nêu lên tiến trình và các yếu tố tham gia giao tiếp (dẫn theo [14, tr.149 -150]).

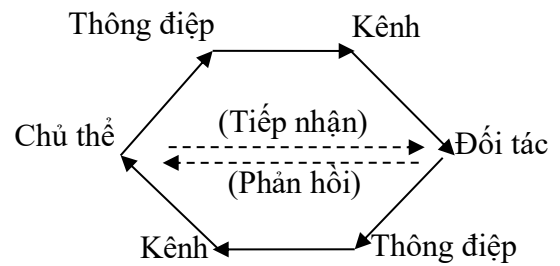


Hình 1.13

b. Trong quá trình DH, Nguyễn Hữu Châu cho rằng GV bao giờ cũng là *nguồn* của giao tiếp. GV sử dụng ngôn ngữ, tiếng nói, chữ viết, cũng như các hình thức nghe nhìn hoặc học cụ khác để truyền tải ý tưởng, kiến thức v.v... trong khoảng thời gian của bài giảng. Với tư cách là *người nhận*, HS sẽ nghe, suy diễn, đánh giá và chuyển thành *thông điệp* dưới một hình thức theo sự hiểu biết và kinh nghiệm của mình. Sau khi nhận thông điệp, HS sẽ có *phản ứng* hoặc *phản hồi* như: ghi chép, lắng nghe, nhận xét, trả lời bằng nói, viết hay thái độ (ngạc nhiên, lúng túng hay không tán thành...). Sự phản hồi ấy là yếu tố quan trọng trong giao tiếp, nó giúp nguồn điều chỉnh hoặc cấu trúc lại thông điệp cho phù hợp với thực tế [14, tr.151]. Tác giả cũng nhấn mạnh, quá trình giao tiếp diễn ra năng động, không cố định và luôn luôn biến đổi, các yếu tố làm cho cuộc giao tiếp diễn ra trôi chảy luôn mang tính tương tác và có ảnh hưởng qua lại với nhau. Trong DH, tính tương tác, tiếp xúc của giao tiếp có thể phân tích quá trình giao tiếp thành các *pha giao tiếp*. Trên cơ sở sơ đồ giao tiếp được Nguyễn Hữu Châu giới thiệu, Luận án cụ thể hóa các yếu tố của của một *pha giao tiếp* trong quá trình DH.



Mỗi *pha giao tiếp* có *chủ thể* mã hóa nội dung thành *thông điệp*, truyền qua *kênh* giao tiếp (lời nói, chữ viết, các bản trình chiếu,..) hướng tới *đối tác* (đồng chủ thể giao tiếp). Khi đó, *đối tác* tiếp nhận *thông điệp*, mở mã và *phản hồi* (bằng *thông điệp* và qua *kênh* giao tiếp của *đối tác*) với *chủ thể* giao tiếp (hình 1.14).



Hình 1.14: *Pha giao tiếp trong DH*

#### 1.4.1.2. *Giao tiếp toán học*

Quan điểm kiến tạo xã hội trong DH nhấn mạnh: Tri thức là sản phẩm của con người và được kiến tạo cả về mặt xã hội và văn hóa. Mỗi cá nhân làm cho nó có ý nghĩa thông qua sự tương tác với người khác và với môi trường mà họ đang sống. Paul Ernest cho rằng “các tri thức khách quan được cá nhân kiến tạo thông qua mối quan hệ tương tác của họ với GV và với bạn học, tạo thành tri thức chủ quan mang tính cá nhân” [14, tr.213]. Việc học được kiến tạo một cách tích cực dựa trên việc đưa ra vấn đề, giải quyết vấn đề, sự khám phá mang ý nghĩa cộng tác. Kiến tạo xã hội trong DH toán có thể xem là quá trình thích nghi và sắp xếp lại các cấu trúc toán học đã có của người học trong một môi trường đặc biệt, môi trường DH. “Toán học phải được xem như sự kiến tạo mang tính xã hội. Giáo dục toán học có ý nghĩa tích cực thông qua những gì mà HS kiến tạo lại một cách xã hội những tri thức của quá khứ thành những tri thức hiện tại” [14, tr.214].

Rõ ràng, quá trình HS xây dựng, chiếm lĩnh tri thức toán học luôn gắn chặt với hoạt động GTTH trong học tập môn toán. Với ý nghĩa đó, Luận án quan tâm đến GTTH trong DH toán như là trường hợp riêng của giao tiếp tương tác và kiến tạo xã hội trong quá trình DH với một số đặc điểm riêng như:

- Thông điệp giao tiếp gồm các nội dung, kiến thức, tư tưởng toán học
- Mã trong giao tiếp sử dụng NNTN và NNTH
- Chủ thể trong giao tiếp: GV và HS như là chủ thể và đối tác (hoặc đồng chủ thể) của GTTH trong dạy và học toán.

Như vậy, khi xem xét GTTH trong lớp học toán, Luận án tập trung quan tâm đến đối tác giao tiếp (HS) trên 2 phương diện của một pha giao tiếp (hình 1.14).

- *Phương diện tiếp nhận*: HS tiếp nhận thông điệp qua kênh (nghe, đọc, ...) và giải mã (bằng NNTN và NNTH) để hiểu được các nội dung, tư tưởng toán học trong thông điệp mà chủ thể giao tiếp (GV hay bạn học) đưa ra.

- *Phương diện trình bày*: HS sử dụng NNTN và NNTH để mã hóa nội dung toán học dưới dạng một thông điệp phù hợp, truyền qua kênh giao tiếp để phản hồi (về thông điệp đã nhận) đến chủ thể giao tiếp.

Với những đặc điểm nêu trên, Luận án quan niệm GTTH là giao tiếp diễn ra giữa GV-HS, giữa HS-HS trong quá trình DH toán, quá trình này sử dụng NNTH là phương tiện quan trọng và chủ yếu để tiếp nhận và chuyển tải các ý tưởng toán học, kiến thức toán học, đưa ra lập luận, chứng minh, giải quyết vấn đề nhằm đạt được mục tiêu học tập môn toán.

Giao tiếp nói chung có 4 chức năng chính: chức năng thông tin, chức năng nhận thức, chức năng trao đổi xúc cảm, chức năng phối hợp hoạt động và thiết lập, vận hành quan hệ liên nhân cách [22, tr.10-11]. GTTH chú trọng khai thác chức năng nhận thức tri thức toán học, mà ở đó công cụ thực thi là NNTH.

Có thể thấy GTTH liên quan chặt chẽ với BDTH:

- BDTH là yếu tố tạo nên hiệu quả cho GTTH (BDTH làm cỗ xe chứa đựng nội dung, ý tưởng toán học cho quá trình GTTH diễn ra). Nếu các nhân vật giao tiếp hiểu và sử dụng đúng qui ước của BDTH thì giao tiếp thuận lợi, nếu sử dụng BDTH không phù hợp thì giao tiếp khó khăn. Đôi khi, cùng một nội dung toán học, có thể dùng một số BDTH khác nhau, phù hợp với nhân vật giao tiếp.

- GTTH giúp phát triển BDTH. Thông qua giao tiếp, quá trình lựa chọn, sử dụng BDTH được phản ánh, qua đó HS có cơ hội điều chỉnh, bổ sung, hoàn thiện. GTTH giúp HS hình thành, củng cố về các dạng BDTH thuận lợi cho phát triển tư duy, cho nhận thức toán học.

#### **1.4.2. Hoạt động giao tiếp toán học trong DH môn toán**

Theo L.X. Vugôtxki, quá trình hình thành các chức năng tâm lí văn hóa bao giờ cũng diễn ra trong sự tương tác giữa các cá nhân với nhau. Từ các luận điểm

chủ yếu của thuyết lịch sử - văn hóa của L.X. Vugôtski, đã tạo nên mô hình DH hiện đại: Dạy học tương tác phát triển với các đặc trưng quan trọng cho thấy ý nghĩa, vai trò của hoạt động giao tiếp trong DH, như: Khuyến khích HS nói với chính mình những nhiệm vụ học tập và sử dụng ngôn ngữ để mô tả quá trình đi đến sự hiểu biết của mình; tạo nên các hoạt động có tính chất tương tác; tổ chức cho HS làm việc theo nhóm trong những hoạt động phức tạp; HS học bằng cách hợp tác giải quyết các vấn đề có ý nghĩa thực tiễn; cung cấp cơ hội để đạt được sự thống nhất về ý nghĩa trong học tập; HS cần gắn kết sự hiểu biết của mình với hiểu biết của cả nhóm; giúp trẻ thấy có nhiều cách nghĩ khác nhau và các bạn có thể có những quan điểm khác nhau,...[53, tr.236-237]

Trong Luận án này, chúng tôi tập trung nghiên cứu hoạt động GTTH trong lớp học toán, với vai trò là một trong những hoạt động chủ yếu để HS “học cách đưa công cụ kí hiệu vào bên trong và học cách sử dụng chúng, biến chúng từ chỗ là phương tiện của xã hội ở bên ngoài thành phương tiện, tâm lí của cá nhân ở bên trong” [53, tr.216]. Ở đó, nhân vật giao tiếp là GV và HS; hoàn cảnh giao tiếp xét trong lớp học toán; nội dung và mục đích giao tiếp được xác định trên cơ sở mục tiêu học tập, gắn với nội dung tri thức toán học cụ thể; phương tiện và cách thức GTTH là sử dụng NNTH trong mối quan hệ với NNTN, được chuyển tải thông qua lời nói, chữ viết, hình vẽ, mô hình, sơ đồ, các bản slide qua máy chiếu,... trong lớp học toán.

Hoạt động GTTH, theo nghĩa ưu tiên ở Luận án, thì quan trọng nhất, cơ bản nhất là hoạt động HS sử dụng NNTH trong mối quan hệ với NNTN để *hiểu, tiếp nhận, trình bày, trao đổi, giải thích* các nội dung, giải pháp, ý tưởng toán học một cách hiệu quả. Trên cơ sở đó, Luận án xác định các hoạt động GTTH đặc thù, gồm:  
***1.4.2.1. Hoạt động giao tiếp tiếp nhận (lĩnh hội) các kiến thức, kĩ năng toán học qua nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép bằng NNTH***

Hình thành cho HS năng lực GTTH, xét cho cùng, là dạy cho HS khả năng sử dụng NNTH để tiếp nhận, lĩnh hội và truyền đạt các nội dung tư tưởng toán học một cách hiệu quả. L.X Vugôtski cho rằng “Vai trò quyết định trong việc hình thành khái niệm thực sự thuộc về từ ngữ” [74, tr.150]. Các khái niệm toán học đòi hỏi sự diễn đạt chính xác, rõ ràng bằng NNTH (điều này ở HS THCS còn

yếu). Theo John Dewey: “Sự lỏng lẻo trong tư duy song hành với vốn từ vựng hạn chế”, “từ vựng hạn chế” được đề cập ở đây, bao hàm cả hạn chế về số lượng và hạn chế về ý nghĩa [19, tr.299]. Hoàng Chúng khẳng định, việc giảng dạy tốt các định nghĩa góp phần làm giàu thêm vốn thuật ngữ toán học và kí hiệu toán học của HS. [16, tr.129]. Tác giả cũng lưu ý: Không thể coi nhẹ việc giáo dục HS sử dụng chính xác NNTN trong môn toán, đặc biệt là việc sử dụng các liên từ với ý nghĩa của các phép logic như: *không, và, hay là, hoặc, nếu... thì, cần, đủ, khi, chỉ khi, có một, với mọi, có ít nhất một, có nhiều nhất một, v.v...* [16, tr.33]. Cho thấy vai trò của việc hiểu và nắm vững NNTN trong mối quan hệ mật thiết với NNTN là rất quan trọng không chỉ trong GTTH mà còn trong tư duy. HS sử dụng khả năng nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép để tiếp nhận các kiến thức kĩ năng toán học, mà trước hết là kiến thức, kĩ năng về NNTN (về từ vựng, ngữ nghĩa, cú pháp) khi “vốn từ” và “quĩ khái niệm” được mở rộng. Phạm Đức Quang cũng khẳng định, nghe hiểu, đọc hiểu được xem là những kĩ năng tối thiểu của HS khi muốn học tập hiệu quả [24, tr.73].

**Ví dụ 1.22.** Khi DH về nhân hai lũy thừa cùng cơ số (Toán 6, tập 1, tr.26), GV rèn kĩ năng “đọc hiểu” cho HS với yêu cầu: Đọc các nội dung trong SGK và thực hiện các hoạt động tương ứng để có thể *đọc, hiểu và viết đúng* công thức nhân hai lũy thừa cùng cơ số, tên gọi các thành phần trong công thức đó (cơ số, số mũ, điều kiện cho cơ số  $a \neq 0, \dots$ ), sử dụng NNTN để giải thích kết quả và các bước thực hiện của phép nhân hai lũy thừa cùng cơ số.

GV cũng có thể rèn kĩ năng “nghe hiểu” cho HS bằng việc yêu cầu HS lắng nghe lời mô tả của GV, lời phát biểu của bạn học, suy nghĩ và trả lời những câu hỏi để đi đến quy tắc nhân hai lũy thừa cùng cơ số.

Thông qua các hoạt động nói trên, HS có cơ hội mô tả, lập luận, giải thích cho các giải pháp của mình, góp phần nâng cao khả năng GTTH và hiểu biết toán.

#### **1.4.2.2. Hoạt động giao tiếp tạo lập các ngôn phẩm nói hoặc viết toán trong trình bày các giải pháp, ý tưởng toán học.**

Trong DH môn toán, hoạt động giao tiếp tạo lập ngôn phẩm diễn ra thường xuyên. Việc tạo lập các ngôn phẩm cho giao tiếp, không đơn thuần là việc sử dụng

NNTH và NNTN để biểu đạt nội dung tư tưởng toán học của mình (thuộc về BDTH) mà cần phải cân nhắc, suy nghĩ, lựa chọn, sắp xếp,... để nói (hoặc viết) cho người khác hiểu một cách chính xác và đầy đủ nội dung toán học cần diễn đạt.

**Ví dụ 1.23.** *Hãy viết công thức tính và chỉ ra các điểm giống nhau của chúng: (i) Quãng đường đi được  $s(km)$  theo thời gian  $t(h)$  của một vật chuyển động đều với vận tốc  $15(km/h)$*

*(ii) Khối lượng  $m(kg)$  theo thể tích  $V(m^3)$  của thanh kim loại đồng chất có khối lượng riêng  $D(kg/m^3)$ . Với  $D$  là một hằng số khác 0 (Toán 7, tập 1, tr.51)*

Ở đây, HS phải sử dụng sự hiểu biết, kinh nghiệm và khả năng ngôn ngữ của mình để “tạo lập ngôn phẩm”, chẳng hạn:

“(i).  $s = 15.t(km)$ ; (ii).  $m = D.V(kg)$ ;

*Cả hai công thức đều có vẻ trái là một đại lượng, vẻ phải là tích của một số hay hằng số nhân với một đại lượng”*

Hoặc: “(i).  $s = 15.t(km)$ ; (ii).  $m = D.V(kg)$ ; *Giống nhau: Trong mỗi công thức đều biểu thị đại lượng này bằng đại lượng kia nhân với một hằng số khác 0”*

Rõ ràng, các ngôn phẩm phản ánh được tư duy, khả năng làm chủ kiến thức, kỹ năng và ngôn ngữ diễn đạt của HS. Chẳng hạn, ví dụ trên cho thấy “ngôn phẩm” thứ hai có sự so sánh, khái quát hóa và khả năng sử dụng ngôn ngữ tốt hơn “ngôn phẩm” thứ nhất. Những hoạt động dạng này giúp HS rèn khả năng tạo lập các ngôn phẩm để trao đổi, thể hiện, trình bày giải pháp, ý tưởng của bản thân trong quá trình học tập.

**1.4.2.3. Hoạt động giao tiếp tương tác khi trao đổi, thảo luận, thuyết phục, giải thích và đánh giá các ý tưởng, giải pháp toán học trong sự giao lưu với bạn, với thầy.**

“Do bản chất xã hội của việc học tập, phương diện *giao lưu* ngày càng được quan tâm và nhấn mạnh trong PPDH, những yếu tố như học theo nhóm, theo cặp, HS trình bày, tranh luận,... ngày càng được tăng cường” [41, tr.94]. Mô hình trường học mới (VNEN) cũng xác định việc tổ chức DH cần “đảm bảo cho HS được tự quản, tự tin trong học tập, chiếm lĩnh được kiến thức, kỹ năng qua *tự học* và *hoạt động tập thể*” [10, tr.2].

Hoạt động giao tiếp tương tác diễn ra khi GV yêu cầu HS thực hiện các nhiệm vụ học tập theo nhóm, học theo cặp, ... hoặc hình thức thảo luận chung cả lớp.

**Ví dụ 1.24.** Tính:  $\left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5}$  (Bài 16, Toán 7, tập 1, tr 13)

Thảo luận nhóm đôi:

a. Nêu các cách giải bài tập trên và cơ sở của mỗi cách?

b. Trình bày lời giải theo cách mà em cho là phù hợp. Giải thích

HS cần thảo luận, lựa chọn cách diễn đạt để trình bày. Chẳng hạn:

Cách 1. Thực hiện theo qui tắc về thứ tự thực hiện phép tính: trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau, nhân chia trước, cộng trừ sau;

Cách 2. Áp dụng tính chất  $a : c + b : c = (a + b) : c$  để biến đổi trước khi thực hiện tính toán.

- HS lựa chọn phương án, trình bày lời giải và đưa ra giải thích (một cách thuyết phục) lí do lựa chọn phương án giải của nhóm mình.

- Các HS khác lắng nghe, nhận xét, phản hồi.

Đặc biệt, việc sử dụng các bài toán có nội dung thực tiễn mang lại cơ hội cho HS được trao đổi, thảo luận, lựa chọn, phiên dịch NNTN sang NNTH và ngược lại, tạo nên sự linh hoạt trong nhận thức cũng như ngôn ngữ diễn đạt. Mặt khác, khi cho HS cơ hội nhìn một đối tượng dưới nhiều góc độ khác nhau trong mối tương quan với các hiện tượng khác nhau, sẽ tạo điều kiện cho HS hình thành cách giải quyết sáng tạo. Ngoài ra, cần chú ý đến những tình huống toán học có thể kích thích, tạo nhu cầu bên trong cho hoạt động giao tiếp của HS, tạo thuận lợi cho phát triển giao tiếp. Đó là những tình huống chứa đựng các mâu thuẫn, những chướng ngại về nhận thức, chướng ngại sự phạm cần khắc phục, các tình huống dễ dẫn đến sai lầm, tình huống cần phải biến đổi, phải chia thành nhiều trường hợp và tình huống có nhiều cách giải quyết,... Như vậy, hoạt động giao tiếp tương tác đặt HS vào môi trường học tập phải biết sử dụng NNTH để mô tả giải pháp, giải thích, lập luận căn cứ của giải pháp, HS biết lắng nghe, phân tích đánh giá các phương án của bạn (của thầy).

### **1.4.3. Năng lực giao tiếp toán học**

#### **1.4.3.1. Quan niệm về năng lực GTTH**

Năng lực giao tiếp là một trong những năng lực chung cốt lõi được xác định trong Dự thảo chương trình giáo dục phổ thông mới (sau 2015). Theo đó, năng lực giao tiếp thể hiện qua khả năng sử dụng các quy tắc của hệ thống ngôn ngữ để chuyển tải, trao đổi thông tin về các phương diện của đời sống xã hội trong từng bối cảnh/ngữ cảnh cụ thể, nhằm đạt đến một mục đích nhất định trong việc thiết lập mối quan hệ giữa con người với nhau trong xã hội [57].

Theo PISA, *năng lực GTTH là khả năng hiểu được các vấn đề toán học qua giao tiếp bằng viết, nói, đồ họa của người khác và khả năng bày tỏ quan điểm toán học của mình theo các cách khác nhau*. Năng lực GTTH là một trong những năng lực quan trọng trong chương trình giáo dục toán học phổ thông ở nhiều nước trên thế giới ([94, tr.4], [77, tr.12-13 ], [106], [93], [100],...).

Nhất quán với quan niệm về GTTH và 3 dạng hoạt động GTTH đã nêu trên, quán triệt quan điểm năng lực được hình thành và phát triển trong hoạt động và bằng hoạt động, chúng tôi cho rằng: *Năng lực GTTH là khả năng hiểu được các vấn đề toán học qua giao tiếp bằng viết, nói, đồ họa; khả năng sử dụng hiệu quả NNTH trong mối quan hệ chặt chẽ với NNTN để trao đổi, trình bày, giải thích, lập luận, chứng minh toán học một cách chính xác, logic, làm rõ các ý tưởng toán học trong bối cảnh cụ thể*.

#### **1.4.3.2. Biểu hiện đặc trưng của năng lực GTTH**

Dự thảo Chương trình GDPT tổng thể trong Chương trình GDPT mới (tháng 8/2015) đã xác định 5 thành tố của năng lực giao tiếp của HS phổ thông và mô tả các biểu hiện cụ thể theo từng cấp học, gồm: a) *Kỹ năng sử dụng ngôn ngữ tiếng Việt*; b) *Kỹ năng sử dụng ngoại ngữ*; d) *Xác định mục đích giao tiếp*; e) *Thể hiện thái độ giao tiếp*; f) *Lựa chọn nội dung và phương thức giao tiếp* [7].

Hướng dẫn đánh giá năng lực của HS cuối cấp tiểu học đưa ra 6 tiêu chí đánh giá của năng lực giao tiếp: 1) *Ngôn ngữ diễn đạt/ cách trình bày*; 2) *Thái độ, biểu*

cảm; 3) Trình bày suy nghĩ, ý tưởng; 4) Lắng nghe và phản hồi; 5) Đồng cảm và chia sẻ các ý kiến; 6) Khả năng ứng xử, tự điều chỉnh [50, tr.54].

Hội Giáo viên toán của Mỹ (NCTM, 2000) đề xuất 4 tiêu chuẩn về GTTH gồm: 1) *Tổ chức và củng cố tư duy toán học thông qua giao tiếp*; 2) *Thể hiện tư duy toán học mạch lạc và rõ ràng với các bạn, với giáo viên và những người khác*; 3) *Phân tích, đánh giá tư duy và chiến lược toán học của người khác*; 4) *Sử dụng NNTH để diễn đạt chính xác những ý tưởng toán học* [96, tr.268].

Niss Mogen mô tả đặc trưng của năng lực giao tiếp (toán học), gồm: 1) Hiểu và giải thích được các văn bản toán học hay sự trình bày về toán học của người khác ở dạng nói, viết hay trực quan; 2) Tự trình bày được theo các cách khác nhau với các mức độ khác nhau về sự chính xác, thích hợp của chủ đề toán học ở dạng viết, dạng nói, dạng trực quan tới những người đối thoại khác nhau [99].

Cả hai phương diện của GTTH cũng được đề cập trong mục tiêu của Chương trình GDPT môn Toán hiện hành là hình thành ở HS: “*Khả năng diễn đạt chính xác, rõ ràng ý tưởng của mình và hiểu được ý tưởng của người khác*” [5].

Có thể nói, năng lực giao tiếp, tuy còn có một vài thuật ngữ và quan niệm tiếp cận khác nhau trong đánh giá hay trong mô tả thành phần chi tiết nhưng nó luôn được coi là một trong những năng lực chung cốt lõi đã thống nhất trong định hướng xây dựng chương trình GDPT mới. Trên cơ sở các nghiên cứu nói trên và để thuận lợi hơn cho bồi dưỡng năng lực GTTH, Luận án xác định 3 thành tố và những biểu hiện đặc trưng của năng lực GTTH như bảng sau:

<b>Thành tố</b>	<b>Biểu hiện đặc trưng</b>
<i>1. Tiếp nhận, lĩnh hội các kiến thức, kỹ năng toán học qua nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép.</i>	<p>1.1. Nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép tóm tắt các yếu tố cơ bản, trọng tâm trong các nội dung, yêu cầu toán học được nói và viết ra.</p> <p>1.2. Biết đặt câu hỏi để làm rõ các yêu cầu, nhiệm vụ học tập.</p> <p>1.3. Hiểu đúng câu hỏi và các thông tin liên quan đến nhiệm vụ học tập trong các tình huống cụ thể.</p>



<p>2. <i>Tạo lập các ngôn phẩm nói và viết toán để trình bày các ý tưởng, giải pháp toán học trong quá trình học tập.</i></p>	<p>2.1. Trình bày đầy đủ, chính xác, logic các nội dung, ý tưởng toán học</p> <p>2.2. Giải thích mạch lạc, rõ ràng suy nghĩ của mình về các giải pháp toán học, các bước biến đổi toán học và cơ sở của chúng.</p>
<p>3. <i>Sử dụng hiệu quả NNTH và NNTN khi trao đổi, thảo luận, tìm kiếm giải pháp; thuyết phục, giải thích và đánh giá các nội dung, ý tưởng toán học trong sự tương tác, giao lưu với bạn, với thầy.</i></p>	<p>3.1. Kết hợp, chuyển đổi, sử dụng hợp lí NNTH và NNTN trong xây dựng, tìm kiếm giải pháp cho vấn đề, nhiệm vụ, tình huống toán học.</p> <p>3.2. Phân tích, so sánh, đánh giá và lựa chọn được các ý tưởng, giải pháp toán học phù hợp.</p> <p>3.3. Trình bày thuyết phục, lập luận chặt chẽ, thể hiện sự tự tin, tôn trọng (người nghe, người nói) khi mô tả, giải thích các nội dung, ý tưởng toán học.</p>

Trong lớp học toán, GV cần tạo cơ hội để HS thực hiện luyện tập sử dụng NNTH để nói đúng, viết đúng nội dung toán học. Giao tiếp của GV với HS cũng cần chuẩn mực vì nó ảnh hưởng trực tiếp đến người học. GV cần sử dụng ngôn ngữ chính xác, ngắn gọn, rõ ràng, diễn đạt trôi chảy với thái độ đúng mực. Hoạt động ngôn ngữ giúp HS bộ lộ sự hiểu biết của mình, nhờ đó, GV nắm được việc hiểu biết toán học của HS đến mức độ nào để có phương án DH phù hợp.

#### 1.4.4. Các mức độ năng lực GTTH

PISA đánh giá năng lực HS theo 6 mức độ thành thạo toán học. Hoa Anh Tường, dựa trên 6 mức độ của PISA, cho rằng năng lực GTTH bắt đầu xuất hiện ở mức độ 3: *trình bày ngắn về việc lý giải và lập luận*, và dần dần nâng cấp lên mức độ 6, *thể hiện các hoạt động và phản ánh về những phát hiện cũng như cách lý giải, lập luận phù hợp với các tình huống ban đầu* (dẫn theo [67]). Chương trình toán học phổ thông của Québec đưa ra thang đo năng lực GTTH gồm 5 mức độ cho mỗi chu trình trong từng cấp học của Chương trình toán Tiểu học và THCS ([109], [110, tr.30]). Nguyễn Thị Tân An có 4 mức độ năng lực giao tiếp với toán của HS trong giải quyết các tình huống toán học hóa, với 3 thành tố: việc *nhận ra và hiểu* các thông tin toán học, *trình bày* các bước giải và *giải thích* kết quả toán học [1].

Khi nói đến năng lực GTTH của HS THCS, chúng tôi quan tâm đến khả năng *hiểu, tiếp nhận và lĩnh hội* nội dung toán học được nói, viết ra; khả năng *tạo ra các thông điệp toán học* có ý nghĩa; khả năng thể hiện *mạch lạc, chính xác, logic, tự tin, thuyết phục* khi bày tỏ quan điểm toán học của mình trong trao đổi, thảo luận.

Cùng với kết quả phân tích khi quan sát, dự giờ 38 tiết, gần 500 vở ghi và trên 80 bài kiểm tra khảo sát năng lực GTTH của HS THCS, chúng tôi đề xuất 5 mức độ năng lực GTTH từ thấp đến cao, sử dụng trong nghiên cứu của Luận án như sau:

**Mức độ 1:** (*Mức độ thấp nhất*). Ở mức độ này HS thường bị động, lúng túng trong GTTH, hay nhầm lẫn, thiếu căn cứ khi nói toán và viết toán. HS chưa có khả năng diễn đạt được ý hiểu của mình bằng NNTH và ngại tham gia giao tiếp.

**Mức độ 2:** HS bước đầu có thể trình bày, giải thích những nội dung toán học trong những tình huống quen thuộc bằng những câu đơn lẻ, rời rạc. Khi nói hay viết một vấn đề toán học còn chưa logic, chặt chẽ, ngắn gọn.

**Mức độ 3:** Hiểu và sử dụng được NNTH dưới dạng kí hiệu, biểu tượng quen thuộc để tóm tắt, trình bày ý tưởng, giải pháp toán học với bạn, với thầy một cách tương đối chính xác, phù hợp

**Mức độ 4:** Có khả năng nói hoặc viết về các ý tưởng, giải pháp toán học một cách ngắn gọn, rõ ràng; Phân tích, đánh giá, phản hồi về các vấn đề toán học một cách logic, chính xác với thái độ tự tin, tôn trọng.

**Mức độ 5:** Trình bày mạch lạc, lập luận chặt chẽ, sử dụng chính xác NNTH trong khi nói hay viết toán một cách thuyết phục, hiệu quả; Tạo ra các kết nối hoặc chuyển đổi NNTN sang NNTH và ngược lại để biểu thị chính xác các đối tượng, quan hệ toán học hay phương án giải quyết các vấn đề toán học trong bối cảnh cụ thể

**Ví dụ 1.25.** Xét bài toán sau: “Ông Minh dự định xây một bể nước có thể tích là  $V$ . Sau đó ông muốn thay đổi kích thước so với dự định ban đầu như sau: cả chiều dài và chiều rộng đáy bể đều giảm đi một nửa. Hỏi chiều cao phải thay đổi như thế nào để xây được bể vẫn có thể tích là  $V$ ?” (Bài 50, Toán 7, tập 1, tr.77).

Yêu cầu: HS tóm tắt bài toán, nêu phương pháp giải và trình bày lời giải.

Xét trên khía cạnh ngôn ngữ để giao tiếp cũng như tư duy, ở bài tập này, HS cần phải: - Hiểu đúng các thuật ngữ: “giảm một nửa”, “bể nước” tương ứng với

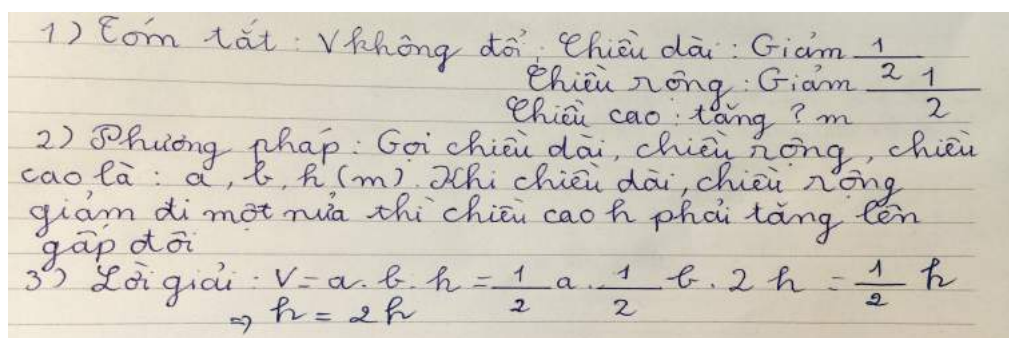
NNTH: “giảm  $\frac{1}{2}$  lần”, “hình hộp chữ nhật”; dùng đúng các kí hiệu về chiều dài, rộng, cao, thể tích (chẳng hạn: a, b, h, V). Từ đó, chuyển các mối quan hệ của các đối tượng trong thực tiễn thành quan hệ của các đối tượng toán học.

- Sử dụng được các mối quan hệ toán học: Khi thể tích V không đổi, diện tích đáy bể (hay chiều dài, chiều rộng) có quan hệ tỷ lệ nghịch với chiều cao của bể. Tức là: V không đổi mà chiều dài a, chiều rộng b đều giảm thì chiều cao h phải tăng lên. Từ đó, có thể có phương án giải quyết cho vấn đề toán học.

- Sử dụng đúng công thức, mệnh đề toán học trong lập luận, biến đổi, tính toán (bằng nhiều cách), chỉ ra sự phụ thuộc của các đại lượng khi có sự thay đổi.

- Chuyển đổi từ NNTH sang NNTN để có câu trả lời cho bài toán.

Mức độ 1: HS trình bày:



**Nhận xét:** HS tóm tắt đề bài còn chưa đầy đủ, chính xác: Giảm một nửa không đồng nhất với giảm  $\frac{1}{2}$ , bài toán không hỏi chiều cao: tăng ? m. Lập luận thiếu căn cứ, còn “cảm tính” nên lời giải không chính xác.

Mức độ 2: a. Tóm tắt: Thể tích V không đổi; Chiều dài: giảm một nửa;

Chiều rộng: giảm một nửa; Chiều cao: thay đổi như thế nào ?

b. Phương pháp: Gọi chiều dài, chiều rộng, chiều cao là: a, b, h (m).

Giả sử a = 2; b = 4. Vì V = a.b.h. Khi chiều dài, chiều rộng giảm đi một nửa (a = 1; b = 2) thì chiều cao h phải tăng lên 4 lần.

c. Giải:  $V_1 = a.b.h_1 = 2.4.h_1 = 8h_1$ ;  $V_2 = 1.2.h_2 = 2h_2$ . Vậy để  $V_1 = V_2 \Rightarrow 8h_1 = 2h_2 \Rightarrow h_2 = 4h_1$ . Trả lời: Chiều cao phải tăng 4 lần.

**Nhận xét:** HS đã diễn đạt được ý hiểu của mình về bài toán nhưng chưa khoa học, ngắn gọn. Lập luận thiếu căn cứ chính xác và do đó, lời giải không đầy đủ.

*Mức độ 3: a. Tóm tắt:* Thể tích V không đổi;

Chiều dài và chiều rộng giảm một nửa; Chiều cao: thay đổi như thế nào?

*b. Phương pháp:* Gọi chiều dài, chiều rộng, chiều cao của bể trước và sau khi thay đổi là:  $a_1, b_1, h_1$ , và  $a_2, b_2, h_2$ . Thể tích V không đổi; chiều dài và chiều rộng giảm một nửa. Nên từ  $V = a_1 \cdot b_1 \cdot h_1 = a_2 \cdot b_2 \cdot h_2 \Rightarrow$  mối quan hệ của  $h_1$  và  $h_2$

*c. Giải:* Vì  $a_2, b_2$  giảm một nửa so với  $a_1, b_1$  nên:  $V = a_1 \cdot b_1 \cdot h_1 = a_2 \cdot b_2 \cdot h_2 = \frac{1}{2} a_1 \cdot \frac{1}{2} b_1 \cdot h_2 = \frac{1}{4} \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{4} \cdot h_2$  Hay:  $h_2$  phải tăng 4 lần so với  $h_1$ .

**Nhận xét:** HS hiểu và tóm tắt đúng; biết dùng đúng kí hiệu và công thức toán học; kết hợp kí hiệu, thuật ngữ toán học và NNTN để diễn đạt ý tưởng một cách hợp lí. Tuy nhiên, trong trình bày chưa chính xác, chặt chẽ, thiếu căn cứ (V không đổi).

*Mức độ 4: a. Tóm tắt:* Thể tích V không đổi;

Chiều dài và chiều rộng: giảm một nửa; chiều cao: thay đổi như thế nào?

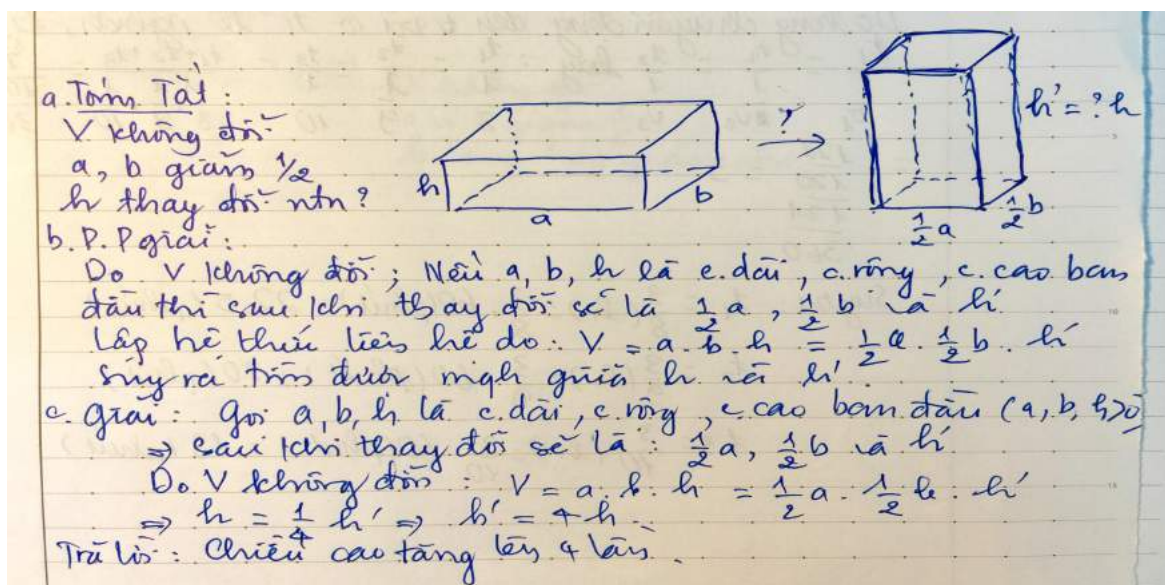
*b. Phương pháp:* Gọi chiều dài, chiều rộng, chiều cao của bể trước và sau khi thay đổi là:  $a_1, b_1, h_1$ , và  $a_2, b_2, h_2$ . Do V không đổi và  $a_2, b_2$  giảm một nửa so với  $a_1, b_1$  nên từ công thức  $V = a \cdot b \cdot h$  ta tìm được mối liên hệ của  $h_1$  và  $h_2$

*c. Giải:* Gọi chiều dài, chiều rộng, chiều cao của bể trước và sau khi thay đổi là:  $a_1, b_1, h_1$  và  $a_2, b_2, h_2$ . Vì thể tích V không đổi sau khi chiều dài, chiều rộng giảm đi  $\frac{1}{2}$  nên ta có:  $V = a_1 \cdot b_1 \cdot h_1 = a_2 \cdot b_2 \cdot h_2 = \frac{1}{2} a_1 \cdot \frac{1}{2} b_1 \cdot h_2 = \frac{1}{4} \cdot (a_1 \cdot b_1) \cdot h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{4} \cdot h_2$

Trả lời: Chiều cao phải tăng lên 4 lần.

**Nhận xét:** HS hiểu và tóm tắt đúng đề bài. Biết dùng đúng kí hiệu và công thức toán học. Sử dụng NNTH, NNTN để lập luận, giải thích quá trình biến đổi và trình bày lời giải đúng, nhưng còn chưa ngắn gọn, còn nhiều mô tả bằng lời văn.

*Mức độ 5:* HS có khả năng thực hiện như sau:



**Nhận xét:** HS hiểu và tóm tắt đúng đề bài. Biết diễn đạt ý tưởng của mình một cách chắc chắn, tự tin, thuyết phục và có tính khái quát. Sử dụng kí hiệu và công thức toán học, mô hình, hình vẽ,... một cách chính xác, phù hợp. Sử dụng NNTN, NNTN để lập luận, giải thích cho ý tưởng và trình bày lời giải ngắn gọn, hợp lí.

Tóm lại, 5 mức độ của năng lực GTTH góp phần cụ thể hóa năng lực GTTH trong bối cảnh đổi mới nội dung và PPDH theo hướng tiếp cận năng lực. Là cơ sở định hướng các biện pháp tổ chức DH, kiểm tra đánh giá năng lực GTTH cho HS. Đồng thời, nâng cao nhận thức của GV và HS về vai trò và tầm quan trọng của GTTH đối với quá trình nhận thức toán học. Từ đó, tổ chức hiệu quả các hoạt động GTTH trong DH môn toán, hình thành năng lực GTTH cho HS.

#### 1.4.5. Năng lực giao tiếp toán học và kết quả học tập môn toán của HS

Theo Nguyễn Hữu Châu “Dạy học hiệu quả cũng có nghĩa là giao tiếp hiệu quả, không thể tách rời mục tiêu nâng cao chất lượng DH với mục tiêu nâng cao chất lượng giao tiếp” [14, tr.156]. Giao tiếp là điều kiện cần thiết cho quá trình học tập diễn ra và giao tiếp được xác định là một trong những năng lực cốt lõi cần phát triển cho HS [94]. Hơn nữa, “Môn toán là môn học thích hợp để phát triển giao tiếp bởi vì GTTH và tư duy toán học rất cần thiết cho cuộc sống tương lai. Khi HS được thử thách để suy nghĩ tìm tòi và lý giải một vấn đề toán học và trình bày kết quả bằng cách viết, nói hoặc tranh luận thì kiến thức toán học của HS sẽ vững vàng và việc học sẽ hiệu quả hơn. HS giao tiếp để học toán và HS

học GTTH. Nhờ GTTH, chúng ta có cơ sở đánh giá khả năng hiểu vấn đề của HS và tạo điều kiện cho HS thể hiện khả năng nói toán của mình” [96]. “GTTH là ý tưởng quan trọng không những cải tiến việc học môn Toán mà còn phát triển năng lực cần thiết cho người học và có nhiều khía cạnh thúc đẩy tư duy toán học” (Isoda, 2008- dẫn theo [67]).

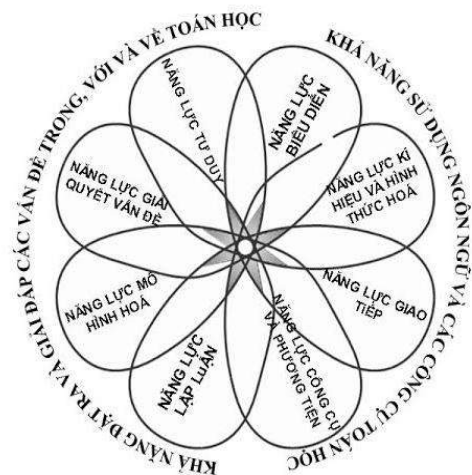
Như vậy, đã có sự thống nhất trong nhận thức về vai trò và ý nghĩa cũng như ảnh hưởng tích cực của GTTH đối với nhận thức toán học của HS trong lớp học toán. Việc hình thành và bồi dưỡng năng lực GTTH gắn liền với việc sử dụng hiệu quả NNTH, nó có ý nghĩa hết sức quan trọng đối với kết quả học tập môn toán.

### 1.5. Năng lực GTTH, năng lực BDTH trong mối quan hệ với năng lực sử dụng NNTH

#### 1.5.1. Mối quan hệ giữa năng lực sử dụng NNTH với năng lực GTTH và năng lực BDTH

Trong DH toán, thông qua các hoạt động ngôn ngữ, HS học cách sử dụng NNTH để suy nghĩ, để lưu trữ thông tin, để chuyển tải các ý tưởng toán học, đưa ra lập luận, chứng minh, giải quyết vấn đề toán học và thực tiễn, đạt được mục tiêu học tập môn toán. Quá trình này hình thành, phát triển và hoàn thiện năng lực sử dụng NNTH cho HS.

Niss Mogens khẳng định mỗi năng lực dựa trên những kiến thức và kỹ năng cụ thể để thực hiện một loại hoạt động toán học và mô tả mối quan hệ này bằng hình ảnh “Bông hoa năng lực” (hình 1.15). Theo đó, Niss Mogens xác định năng lực GTTH và năng lực BDTH thuộc cụm năng lực sử dụng ngôn ngữ và các công cụ toán học (*the ability to deal with mathematical language and tools*) [101, tr.49-50]. Nói cách khác, biểu diễn và giao tiếp (toán học) liên quan đến sự hiểu biết và sử dụng ngôn ngữ và công cụ toán học.



Hình 1.15

Hoạt động GTTH, BDTH xét cho cùng là các dạng của hoạt động NNTH. Bởi trước hết, HS phải được học cách sử dụng NNTH, các BDTH (kí hiệu, hình vẽ, biểu tượng, sơ đồ, đồ thị...) như một loại ngôn ngữ để hỗ trợ cho tư duy và là phương tiện đặc thù để giao tiếp. Tiếp đến là việc sử dụng hiệu quả NNTH, BDTH trong các hoạt động toán học đa dạng.

Có thể xem mối quan hệ giữa năng lực sử dụng NNTH với năng lực GTTH và năng lực BDTH là mối quan hệ giữa toàn thể và bộ phận, giữa cái chung và cái riêng. Không nghiên cứu cái toàn bộ thì không thể hiểu cái bộ phận trong cái toàn bộ như thế nào. Ngược lại, không nghiên cứu, phân tích cái bộ phận, cái riêng thì không hiểu được sự biểu hiện của cái chung, cái toàn thể. Mối quan hệ giữa năng lực sử dụng NNTH với năng lực GTTH và năng lực BDTH là cơ sở quan trọng trong nghiên cứu và vận dụng DH nhằm hình thành năng lực toán học cho HS.

### **1.5.2. Mối quan hệ giữa năng lực GTTH và năng lực BDTH**

Những phân tích nêu trên cho thấy năng lực GTTH và năng lực BDTH đều thuộc nhóm năng lực sử dụng NNTH. Cả hai năng lực đều hướng tới mục tiêu hình thành năng lực toán học cho HS. Mặc dù năng lực BDTH và GTTH có những biểu hiện khác nhau, nhưng tùy từng mục đích, người ta có thể xem xét chúng trong mối quan hệ độc lập hoặc đan xen. Cụ thể:

Chương trình Québec xác định BDTH là tiêu chí trong thang đo mức độ năng lực giao tiếp bằng NNTH ([109], [110, tr.34]). NCTM (2000) xác định biểu diễn cùng với giao tiếp là 2 trong 5 tiêu chuẩn thuộc mạch quá trình của chương trình giáo dục toán học phổ thông [96]. Trong đánh giá hiểu biết toán của HS, PISA luôn xác định giao tiếp và biểu diễn là 2 năng lực toán học. Dự thảo chương trình GDPT mới của Việt Nam xác định BDTH cùng với nói, viết là những kĩ năng cụ thể của năng lực GTTH ([7, tr.16], [43]). Hoa Ánh Tường cho rằng BDTH là một phương thức của GTTH và tập trung khai thác phương diện giao tiếp của BDTH [67]. Nguyễn Thị Tân An xem xét giao tiếp và biểu diễn là 2 năng lực thành phần trong 6 năng lực của hiểu biết định lượng [1].

Như vậy GTTH và BDTH đều là các năng lực trong cùng một nhóm, có sự gắn kết nhất định. Tuy nhiên, xem xét dưới nhiều góc độ, chúng có sự thống nhất

trong hệ thống các năng lực toán học nhưng không đồng nhất. GTTH và BDTH có những hướng khai thác NNTH ở các dạng, các tầng bậc khác nhau, cho những mục đích cụ thể khác nhau trong quá trình DH môn toán. GTTH tập trung vào việc sử dụng NNTH để bộc lộ, chia sẻ suy nghĩ, quan điểm toán học của mình với thầy, với bạn và hiểu được suy nghĩ, quan điểm toán học của người khác trong quá trình nhận thức toán học, được người khác đánh giá, ghi nhận nhằm đi đến một cách hiểu chung, đúng đắn. Còn BDTH là khả năng sử dụng ngôn ngữ, kí hiệu, biểu tượng như là công cụ, phương tiện, là các mô hình toán học hỗ trợ cho tư duy nhằm giải quyết các vấn đề toán học đặt ra trong học tập và trong cuộc sống.

Như vậy, sử dụng các BDTH, HS có thể diễn đạt tốt hơn những ý tưởng toán học của mình trong tư duy cũng như trong giao tiếp. Cũng vậy, thông qua giao tiếp, việc hiểu biết về các quy tắc ngữ pháp, ngữ nghĩa và vốn từ của NNTH tăng lên, nghĩa là HS có hiểu biết tốt hơn về các BDTH. Qua các quá trình này, khả năng GTTH và BDTH của HS ngày một hoàn thiện.

Không thể phủ nhận mối quan hệ mật thiết của 2 năng lực GTTH và BDTH trong DH môn toán. Các hoạt động GTTH và BDTH đều sử dụng NNTH là phương tiện chủ yếu. GTTH sử dụng các kiến thức, kĩ năng về NNTH và NNTN, sự hiểu biết, kinh nghiệm toán học để hiểu nội dung, ý tưởng trong các ngôn phẩm toán học mà *người khác trình bày*, đồng thời tạo ra các ngôn phẩm (nói hoặc viết) để trao đổi, trình bày, giải thích *cho người khác hiểu*. BDTH đơn thuần là việc hiểu nội dung toán học của các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng,... và sử dụng chúng *cho bản thân* để ghi nhớ, kết nối các yếu tố, tìm kiếm giải pháp,...là công cụ, phương tiện hỗ trợ và phản ánh suy nghĩ *của bản thân* trong quá trình nhận thức toán học. Và tất nhiên, BDTH cũng được sử dụng để trao đổi, trình bày,..tức là tham gia giao tiếp.

Với cách tiếp cận của Luận án, chúng tôi nhìn nhận năng lực GTTH và BDTH trong sự độc lập tương đối để có những nghiên cứu cụ thể trong bồi dưỡng và phát triển các năng lực này cho HS, nhằm nâng cao kết quả học tập môn toán.



## **1.6. Bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS trong DH môn Toán THCS hiện nay**

### **1.6.1. Sự phát triển tư duy và ngôn ngữ của học sinh THCS**

Theo L.X Vurgôtxki, “ngôn ngữ đóng vai trò trung tâm, là người dẫn đường cho các chức năng tâm lí văn hóa trong quá trình chuyển vào trong”[53, tr.217]. Quá trình phát triển tư duy của trẻ gắn liền với quá trình phát triển ngôn ngữ. Tư duy và ngôn ngữ là chìa khóa mở ra sự hiểu biết bản chất của ý thức ở con người. “Mối quan hệ giữa ý tưởng và từ trước hết là một quá trình - quá trình vận động từ ý tưởng tới từ và ngược lại, từ từ tới ý tưởng” (dẫn theo [28, tr.612-613])

Quá trình phát triển trí tuệ của trẻ em ở giai đoạn từ 11-12 đến 14-15 tuổi có một bước tiến cơ bản: Tư duy có thể tách khỏi cái cụ thể và đặt thực tế trong một tập hợp các biến đổi có khả năng xảy ra. Tư duy không còn bị ràng buộc vào các thích ứng hiện thực mà có thể thao tác với các mệnh đề bằng lời nói với các giả thiết. Mở đầu cho tư duy suy diễn hay tư duy hình thức [34, tr.14,15]. Như vậy, lứa tuổi HS THCS và THPT là lứa tuổi hành động trên các đối tượng là kí hiệu, mệnh đề, sơ đồ, mô hình [53, tr.207].

Ở độ tuổi HS THCS (thường từ 12 đến 15 tuổi) các chức năng tâm lí cấp cao của trẻ dần nổi lên và đứng vào vị trí trung tâm [28, tr.611]. Trẻ lứa tuổi 12 - 15 có khả năng tổ hợp các giả thiết dưới dạng các khẳng định và các phủ định, sử dụng các thao tác liên mệnh đề như phép kéo theo, phép tương đương, phép hợp, phép giao, sử dụng được các kết nối logic, nhận thức được toàn bộ các khả năng (trường hợp) logic [34, tr.15]. Theo J. Piaget, trẻ em từ 12 tuổi trở lên có khả năng lập luận hệ thống và suy diễn, cho phép chúng cân nhắc nhiều giải pháp đối với một vấn đề và tìm được câu trả lời đúng [53, tr.201]. Ở giai đoạn lứa tuổi này, tiếp tục diễn ra sự phát triển của trí nhớ, đặc biệt trí nhớ ý nghĩa, chú ý có chủ định và vận động, tư duy lôgic, trừu tượng cũng phát triển mạnh. Trẻ - thiếu niên hoàn toàn có khả năng tiếp thu các khái niệm toán học, vật lý học và triết học trừu tượng.

Đối với học sinh lớp 6, 7 khoảng từ 11- 13 tuổi, đây là thời gian xảy ra rất nhiều biến đổi ở các mức độ khác nhau trong cơ thể trẻ, sự hình thành nhân cách được hoàn thiện. Sự thay đổi trong lĩnh vực động cơ của nhân cách cũng diễn ra

cùng với động cơ học tập, nhu cầu trong giao tiếp bạn bè, việc lĩnh hội các chuẩn mực và giá trị cũng bắt đầu diễn ra.

Trong DH toán ở lớp 6, lớp 7, HS suy nghĩ, trao đổi, tiếp nhận các nội dung toán học phức tạp và trừu tượng hơn so với ở tiểu học. HS phải biết phân tích, so sánh, lập luận trên cơ sở của khoa học toán học. Mặt khác, “trong suốt giai đoạn vị thành niên, HS thường miễn cưỡng làm những việc khiến chúng nổi bật trước những HS còn lại trong nhóm. Nhiều HS THCS thường e dè và ngập ngừng khi đề lộ suy nghĩ của mình cho người khác biết. Áp lực từ những người bạn cùng trang lứa rất mạnh mẽ và mong ước thích ứng là rất to lớn” [96, tr.268]. Do vậy, cần xây dựng ý thức cộng đồng trong các lớp học để HS cảm thấy thoải mái diễn đạt các ý tưởng một cách trung thực và cởi mở mà không sợ bị nhạo báng. Sự chuyển dịch từ trạng thái trẻ em sang người lớn không chỉ đối với hệ thần kinh trung ương, mà cả hệ thống giá trị, chuẩn mực, niềm tin vốn đã được hình thành trước đó ở trẻ.

Thông qua các hoạt động học tập, ngôn ngữ và tư duy của HS được phát triển rõ rệt cả về từ và ý tưởng. Nhờ đó, HS có được những thay đổi sâu sắc trong nhận thức của mình. Môn toán THCS có cơ hội hình thành, phát triển tư duy và ngôn ngữ trí tuệ cho HS trên cơ sở NNKH toán học, trong học tập cũng như trong quá trình nhận thức thực tiễn. Do đó, việc tổ chức các hoạt động BDTH và GTTH bằng NNTH nhằm hình thành và phát triển NNTH, phát triển tư duy gắn với những đặc điểm tâm lý lứa tuổi HS THCS là rất có ý nghĩa.

### **1.6.2. Đặc điểm NNTH trong SGK môn Toán lớp 6, lớp 7 THCS**

Mục tiêu môn toán trong trường THCS nhằm: a) Cung cấp cho HS những kiến thức, phương pháp toán học phổ thông cơ bản, thiết thực; b) Hình thành và rèn luyện các kỹ năng: Tính toán và sử dụng bảng số, máy tính bỏ túi; thực hiện các phép biến đổi các biểu thức; giải phương trình và bất phương trình bậc nhất một ẩn, giải phương trình bậc hai một ẩn; giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn; vẽ hình, đo đạc, ước lượng. Bước đầu hình thành khả năng vận dụng kiến thức toán học vào đời sống và vào các môn học khác; c) Rèn luyện khả năng suy luận hợp lý và hợp logic, khả năng quan sát, dự đoán, phát triển trí tưởng tượng không gian; khả năng sử dụng ngôn ngữ chính xác; bồi dưỡng các phẩm chất tư duy như linh hoạt, độc lập,

sáng tạo. Bước đầu hình thành thói quen tự học, diễn đạt chính xác và sáng sửa ý tưởng của mình và hiểu ý tưởng của người khác. (SGV Toán 6, tập 1, tr.3).

Với hướng khai thác, sử dụng NNTH để hình thành và phát triển năng lực BDTH, năng lực GTTH cho HS nhằm đạt được mục tiêu môn toán, Luận án quan tâm phân tích một số nội dung cơ bản của NNTH theo các mạch Số học, Đại số, Hình học và Thống kê trong SGK Toán lớp 6, lớp 7.

### **1.6.2.1. Các thuật ngữ và kí hiệu tương ứng theo các mạch nội dung trong SGK toán lớp 6, lớp 7**

#### **a. Các nội dung về hệ thống số**

Nối tiếp nội dung số học đã học ở tiểu học, môn toán lớp 6, lớp 7 đã sớm hoàn thiện hệ thống số từ  $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{R}$  với một hệ thống thuật ngữ, kí hiệu toán học về số, các phép tính và quan hệ tương đối hoàn chỉnh, chính xác, khoa học.

+ *Hệ thống số tự nhiên*: SGK giới thiệu khái niệm tập hợp, nhằm khai thác các kí hiệu về tập hợp trong DH toán; Hệ thống các phép tính cộng, trừ, nhân, chia các số tự nhiên; Bổ sung phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên; Giới thiệu số nguyên tố, hợp số, ước và bội. Tia số là công cụ biểu diễn cho tập hợp số tự nhiên, quan hệ thứ tự, tính không trừ mất và biểu diễn phép trừ.

+ *Hệ thống số nguyên*: HS được làm quen với số nguyên âm, tập hợp  $\mathbf{Z}$  các số nguyên; biểu diễn các số nguyên trên trục số; các phép tính cộng, trừ, nhân trong  $\mathbf{Z}$ ; bội và ước của một số nguyên qua các ví dụ thực tế, gần gũi, phù hợp với HS.

+ *Số hữu tỉ, số thực*: HS được làm quen về số hữu tỉ thông qua khái niệm phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbf{Z}$  và  $b \neq 0$ . HS vận dụng các kiến thức về số nguyên và về phân số không âm để tiếp thu và thực hiện các phép tính về phân số. SGK cũng hệ thống về hỗn số, số thập phân, phần trăm và các biểu đồ phần trăm (dạng cột, dạng ô vuông và dạng hình quạt); ba bài toán cơ bản về phân số và các quy tắc thực hành, tạo thuận lợi cho HS khi vận dụng vào giải các bài toán thực tế.

Ở lớp 7, SGK chính thức giới thiệu về số hữu tỉ, số thực. HS cần nắm vững các khái niệm liên quan và thực hiện các phép tính cộng trừ, nhân, chia, lũy thừa với số mũ tự nhiên của một số hữu tỉ; vận dụng các tính chất của tỉ lệ thức, của dãy tỉ số

bằng nhau, giải được bài toán chia theo tỉ lệ; nhận biết được số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn; hiểu được ý nghĩa của việc làm tròn số; nhận biết được số thực và hiểu ý nghĩa của trục số.

### ***b. Nội dung về hàm số và đồ thị***

SGK giới thiệu về đại lượng tỉ lệ thuận, tỉ lệ nghịch. Định nghĩa hàm số. Mặt phẳng tọa độ. Đồ thị hàm số  $y = ax$  ( $a \neq 0$ );  $y = \frac{a}{x}$  ( $a \neq 0$ ). HS hiểu về đại lượng tỉ lệ thuận (nghịch), về chia tỉ lệ, vận dụng trong giải toán và thực tiễn. Biết vẽ hệ trục tọa độ, biểu diễn một cặp số, xác định tọa độ của một điểm trên mặt phẳng tọa độ. Biết cách vẽ đồ thị hàm số  $y = ax$  ( $a \neq 0$ ) và biết dạng đồ thị hàm số  $y = \frac{a}{x}$  ( $a \neq 0$ ).

### ***c. Nội dung về biểu thức đại số***

HS cần nhận biết được biểu thức đại số, biết cách tính giá trị của một biểu thức đại số. Hiểu về khái niệm đơn thức, đa thức và thực hiện các phép toán trên đơn thức, đa thức, biết kiểm tra xem một số có phải là nghiệm của một đa thức hay không. Hiểu các quy tắc tính toán để đưa biểu thức này về biểu thức kia.

### ***d. Nội dung về hình học***

Ở lớp 6, hình học được trình bày theo kiểu tiếp cận quy nạp, từ quan sát, thử nghiệm, đo, vẽ, nêu nhận xét, đi dần đến kiến thức mới. HS cần nhận biết các khái niệm: Điểm, đường thẳng, tia, đoạn thẳng, độ dài đoạn thẳng, nửa mặt phẳng, góc, tia phân giác của một góc. HS biết vẽ đường thẳng, đo và vẽ đoạn thẳng, vẽ trung điểm của đoạn thẳng, biết đo góc, vẽ đường tròn, vẽ tam giác,.. bằng các dụng cụ đo, vẽ và biết các điều kiện tương ứng kèm theo.

Ở lớp 7, kiến thức hình học được trình bày theo con đường kết hợp trực quan và suy diễn. Thông qua đo, vẽ hình, HS chấp nhận một số sự kiện hình học. HS bắt đầu tập suy luận, chứng minh và trình bày chứng minh qua việc sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác để chứng minh các đoạn thẳng bằng nhau, các góc bằng nhau, chứng minh sự đồng quy của ba đường phân giác, ba đường trung trực của một tam giác. Ngoài ra, HS được giới thiệu định lí Py-ta-go để có thể tính được độ dài một cạnh của tam giác vuông khi biết độ dài của hai cạnh còn lại.

Hình học lớp 7 có một số định lý được thừa nhận không chứng minh. Hầu hết các định lý về quan hệ giữa các yếu tố của tam giác, định lý về sự đồng quy của ba đường trung trực và ba phân giác trong tam giác được chứng minh nhưng hạn chế sử dụng phép phản chứng trong chứng minh hình học.

#### ***e. Nội dung về thống kê***

Nội dung về thống kê gồm: Thu thập số liệu thống kê, tần số, bảng phân phối thực nghiệm, biểu đồ, số trung bình cộng, mốt. Nội dung về thống kê vừa có ý nghĩa củng cố lại cho HS các kiến thức về thống kê đã học ở tiểu học, đồng thời làm rõ hơn một số kiến thức về thống kê số liệu và xử lý số liệu thống kê đơn giản.

Ngoài các thuật ngữ liên quan đến nội dung toán học nói trên, SGK lớp 6, 7 sử dụng các kí hiệu toán học, gồm:

- Nhóm ký hiệu về phép tính: cộng (+), trừ (-), nhân ( $\cdot$ ), chia (:), lũy thừa ( $a^n, n \neq 0$ ); căn bậc hai ( $\sqrt{\quad}$ )

- Nhóm ký hiệu về quan hệ : Quan hệ về số lượng: lớn hơn (>), nhỏ hơn (<), bằng (=), xấp xỉ ( $\approx$ ), khác ( $\neq$ ), nhỏ hơn hoặc bằng ( $\leq$ ), lớn hơn hoặc bằng ( $\geq$ ); Quan hệ chia hết (:); Quan hệ liên thuộc: thuộc ( $\in$ ), không thuộc ( $\notin$ ), bao hàm ( $\subset, \supset, \subseteq, \supseteq$ ); Quan hệ về hình dạng: Vuông góc ( $\perp$ ), song song ( $//$ ); Quan hệ logic: kéo theo ( $\Rightarrow$ ), tương đương ( $\Leftrightarrow$ ).

- Nhóm các ký hiệu về tên gọi

+ Ký hiệu tên gọi đại số: giá trị tuyệt đối ( $||$ ), Các tập hợp số : **N, Z, Q, R**, Mốt ( $X_0$ ), số Trung bình cộng ( $\bar{X}$ ); Ư(a), B(a), ƯC (a, b), BC(a, b), ƯCLN (a, b), BCNN (a, b).

+ Ký hiệu tên gọi hình học: Điểm A, đường a; đoạn AB, tia Ax,..Tam giác ( $\Delta$ ), ký hiệu góc ( $\widehat{xOy}, \sphericalangle$ ), góc vuông (1v).

#### ***1.6.2.2. Các biểu tượng toán học được sử dụng trong SGK Toán lớp 6, lớp 7 THCS***

Trong môn toán lớp 6, lớp 7 nhiều biểu diễn trực quan được sử dụng, như:

Tia số, trục số nguyên, trục số thực.

Các biểu đồ phân trăm, đồ thị hàm số, các hình hình học, sơ đồ Ven

Các bảng chữ nhật, sơ đồ cây, sơ đồ đoạn thẳng, các mô hình biểu thị quy tắc cộng và nhân phân số, các mũi tên với mục đích gợi ý, định hướng...

Các biểu diễn trực quan hỗ trợ HS lĩnh hội các khái niệm, qui tắc, tính chất các quan hệ toán học trừu tượng, hệ thống hóa khái niệm, qui tắc, phương pháp toán học một cách thuận lợi, dễ dàng.

Ngoài ra, SGK Toán lớp 6, lớp 7 còn quan tâm khai thác các hình ảnh trong thực tiễn cuộc sống với mục đích tạo nên ý niệm, hình ảnh ban đầu về những đối tượng và quan hệ toán học (hình ảnh cái cân ở vị trí cân bằng khi giới thiệu về trung điểm của đoạn thẳng, tia phân giác của một góc; hình ảnh vé xem phim biểu thị số ghế trong rạp hát khi nói đến mặt phẳng tọa độ, hình ảnh cầu thang khi giới thiệu về đường thẳng vuông góc, đường thẳng song song,..). Các tranh vẽ, ảnh minh họa nhằm gợi trí tò mò hay hứng thú cho HS trong học tập, theo quan niệm của chúng tôi, không được xem là các BDTH hay NNTH.

Thống kê trong SGK Toán 6, Toán 7 có: 361 hình biểu diễn quan hệ của các số, các phép tính, các đối tượng và quan hệ hình học như: trục số, tia số, các hình hình học,...; có 16 đồ thị hàm số; có 21 biểu đồ minh họa, biểu thị quan hệ so sánh về số lượng hay tỷ lệ (biểu đồ Ven, biểu đồ phần trăm); có 19 sơ đồ gợi ý, định hướng, chỉ dẫn; có 158 bảng chữ nhật diễn tả mối quan hệ của các số giữa các hàng/cột trong bảng; một số bảng tổng kết, tóm tắt, hệ thống hóa hoặc phân loại kiến thức, bảng ô chữ... Ngoài ra, SGK còn có 140 *tranh vẽ (ảnh)*, là những hình vẽ (ảnh) gắn với thực tiễn có chứa đựng yếu tố toán học, nhằm kích thích, gây tò mò, hứng thú cho người học. Các tranh vẽ (ảnh) nói chung, khi nó không hàm chứa nội dung toán học, không được xem là các BDTH theo quan niệm của chúng tôi.

Có thể khẳng định, NNTH ngoài thể hiện dưới dạng các kí hiệu, thuật ngữ toán học, trong SGK toán lớp 6, 7 các hình vẽ, sơ đồ, bảng, biểu đồ... đã xuất hiện khá phong phú, đa dạng với gần 600 biểu diễn nói trên được sử dụng. Chúng có tính nhất quán và ngày càng hợp lý trong việc khai thác để hình thành kiến thức mới cũng như trong củng cố, luyện tập. Các hình vẽ, sơ đồ, bảng, biểu đồ... đã được quan tâm cả về mặt nội dung và hình thức biểu đạt theo hướng giúp HS thấy rõ hơn mối liên quan giữa các nội dung toán học với nhau, giữa toán học với thế giới bên ngoài lớp học và với các môn học khác.

Xem xét các yếu tố tranh vẽ (ảnh), hình vẽ, sơ đồ, bảng, biểu đồ...được thể hiện trong các dạng câu hỏi lĩnh vực toán học của PISA cho HS 15 tuổi, trong 44 bài toán được giới thiệu có đến 110 biểu diễn dưới dạng tranh vẽ (ảnh), hình vẽ, sơ đồ, bảng, biểu đồ [26], cho thấy xu hướng mô tả toán học qua các BDTH đang ngày càng được quan tâm và bổ sung mạnh mẽ.

Việc nghiên cứu nội dung chương trình và sự thể hiện trong SGK là cơ hội làm sáng tỏ yếu tố ngôn ngữ, vai trò và tầm quan trọng của NNTH trong DH toán, đặc biệt là trong việc bồi dưỡng và phát triển năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS. Dưới góc độ tiếp cận về ngôn ngữ, SGK môn toán THCS nói chung và môn toán lớp 6, 7 nói riêng đã thể hiện được tính nhất quán, đồng bộ, bám sát mục tiêu và thể hiện rõ nét sự định hướng về PPDH, nhằm hình thành cho HS những cơ sở ban đầu và trọng yếu phát triển năng lực của bản thân. Chú trọng đến việc hình thành và phát triển năng lực tư duy logic và ngôn ngữ chính xác.

### **1.6.3. Khảo sát thực trạng bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH trong DH môn Toán ở THCS**

**1.6.3.1. Mục đích khảo sát:** Tìm hiểu thực trạng DH bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS THCS.

**1.6.3.2. Đối tượng khảo sát:** Khảo sát GV dạy môn toán và HS THCS, cụ thể: 438 GV của 48 trường THCS thuộc các tỉnh Lào Cai, Yên Bái, Hà Nội, Thái Bình; các học viên lớp Đại học sư phạm toán hệ vừa làm vừa học, liên thông từ cao đẳng lên đại học thuộc trường ĐHSP Hà Nội 2, trường ĐHSP Thái Nguyên; 1900 HS các trường THCS thuộc các tỉnh: Lào Cai, Yên Bái, Hà Nội, Thái Bình. Trong đó, khoảng 70% số phiếu hỏi tập trung vào GV giảng dạy lớp 6, lớp 7 (300 phiếu) và HS lớp 6, lớp 7 THCS (1300 phiếu).

**1.6.3.3. Nội dung khảo sát:** Phiếu khảo sát tập trung vào các vấn đề sau:

Tìm hiểu về sự phù hợp của NNTH trong SGK môn Toán THCS. Tìm hiểu khả năng hiểu, sử dụng NNTH của HS; việc tổ chức các hoạt động NNTH trong giờ học toán; việc DH bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS trong dạy học toán THCS, đặc biệt là ở các lớp 6, lớp 7.

#### **1.6.3.4. Phương pháp khảo sát**

- Phương pháp điều tra bằng phiếu hỏi, phương pháp đàm thoại, phỏng vấn đối với GV, cán bộ quản lí và HS trường THCS.
- Phương pháp quan sát qua dự giờ môn toán ở trường THCS
- Phương pháp nghiên cứu sản phẩm: phân tích, đánh giá vở bài tập toán, phiếu học tập, bài kiểm tra của HS.
- Phương pháp xử lí số liệu: phương pháp tính tỉ lệ phần trăm.

#### **1.6.3.5. Kết quả khảo sát**

Kết quả khảo sát thông qua quan sát, dự giờ, điều tra bằng phiếu hỏi, phỏng vấn GV toán, cán bộ QLGD và HS THCS về những vấn đề liên quan đến DH bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS như sau:

- Phần lớn GV, cán bộ quản lí và HS đều cho rằng NNTH trong SGK Toán hiện nay là phù hợp với trình độ nhận thức của HS THCS. Tuy nhiên, còn có một tỷ lệ nhỏ (từ 2,6%-3,4%) nhận xét một số thuật ngữ, sơ đồ, bảng, tranh vẽ,... trong SGK còn chưa thực sự phù hợp. Tỷ lệ các bài tập có tranh vẽ, hình vẽ, bảng, biểu minh họa còn chưa nhiều, cần được quan tâm bổ sung thêm những bài tập toán học gắn với thực tiễn (xem thêm bảng 1.1, phụ lục).

- HS hiểu và sử dụng NNTH trong GTTH đa số ở mức trung bình (51,7%-57,8%). Có khoảng 10% GV và HS đánh giá khả năng GTTH của HS ở mức yếu, cho thấy năng lực GTTH cần được quan tâm và tiếp tục nghiên cứu đổi mới. (xem thêm bảng 1.6, 1.7, phụ lục). Nhiều HS còn gặp khó khăn trong việc hiểu và sử dụng các hình vẽ, biểu đồ, đồ thị, sơ đồ, các bảng, biểu. (xem thêm bảng 1.2, 1.3 phụ lục). Hầu hết các GV và HS đều cho rằng khả năng sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, biểu đồ, sơ đồ, đồ thị,... của HS ở mức trung bình và yếu. Năng lực BDTH của HS được đánh giá không cao. Khả năng tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng... để tổ chức, ghi chép và trao đổi các ý tưởng toán học; Sử dụng kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng... để mô hình hóa và giải thích các hiện tượng tự nhiên, xã hội và toán học có trên 30% ở mức yếu. (xem thêm bảng 1.13, phụ lục). HS còn thụ động trong lựa chọn, tạo ra các hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng... để suy nghĩ, trình bày các giải pháp toán học. (xem thêm bảng 1.14, phụ lục).



- Đa số GV cho rằng mình thường xuyên tổ chức rèn cho HS hiểu và sử dụng NNTH khi DH các khái niệm toán học (96%), nhưng vẫn có khoảng 20% HS cho rằng mình *ít khi* được rèn luyện để hiểu và sử dụng NNTH (xem thêm bảng 1.4, 1.5, phụ lục). Việc HS tham gia các hình thức giao tiếp trong giờ học toán là khá thường xuyên như: *Nghe, đọc và trả lời câu hỏi; đặt câu hỏi và trả lời; lắng nghe và đánh giá các câu trả lời của bạn; trình bày những giải pháp toán học dưới dạng văn bản viết và nói (90, 4%),...*(xem thêm bảng 1.8, 1.9 phụ lục). Tuy nhiên, chất lượng, hiệu quả của GTTH chưa cao. GV và HS cũng cho rằng có khoảng 25%-30% HS thường gặp khó khăn và thụ động khi giao tiếp bằng NNTH trong lớp học toán (xem thêm bảng 1.10, phụ lục). Rõ ràng, việc thường xuyên tổ chức các hình thức giao tiếp, không đồng nghĩa với giao tiếp hiệu quả, vấn đề là cách tổ chức các hình thức GTTH đó như thế nào, với chủ đích ra sao. Cần phải có những biện pháp làm tăng tỷ lệ HS tham gia vào các hoạt động giao tiếp và nâng cao chất lượng giao tiếp trong giờ học toán.

- Các biện pháp rèn luyện cho HS sử dụng BDTH như: các kí hiệu, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... trong giờ học toán cũng không thường xuyên. HS còn lúng túng khi sử dụng sơ đồ, mô hình để biểu diễn toán và tìm kiếm giải pháp. HS thường gặp khó khăn trong “nói toán” và tốn nhiều thời gian nếu để các em tự giải thích bằng lời nói. Đặc biệt, đối với HS lớp 6, 7 gặp nhiều khó khăn trong việc phát biểu trôi chảy, chính xác các ý tưởng toán học của mình. Nhiều GV chưa thực sự quan tâm đến việc bồi dưỡng năng lực BDTH cho HS (xem thêm bảng 1.8, 1.9, phụ lục).

#### **1.6.3.6. Nguyên nhân của thực trạng**

Có thể nói, có nhiều nguyên nhân dẫn đến việc HS THCS, đặc biệt là HS lớp 6, lớp 7 còn hạn chế về khả năng BDTH và GTTH trong quá trình học tập toán. Trong đó, chúng tôi xác định có một số nguyên nhân cơ bản sau:

(1) Mặc dù nhận thức được vai trò quan trọng của BDTH và GTTH trong học tập môn toán nhưng GV chưa thực sự xem xét BDTH và GTTH dưới góc độ là các hoạt động học tập, chưa nhận diện rõ nét những hoạt động BDTH và GTTH và các biểu hiện đặc trưng của các năng lực này để từ đó tổ chức được các hoạt động tương thích với nội dung DH, nhằm hình thành và rèn luyện năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS.

(2) Nhìn chung, GV chưa xác định được các biện pháp và cách thức thực hiện biện pháp để bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS gắn với nội dung chương trình môn toán. Chưa có những tác động phù hợp, hiệu quả đến HS theo các mức độ về năng lực BDTH và GTTH.

(3) Trong điều kiện DH hiện nay, với một cấu trúc chương trình chặt chẽ, việc thực hiện chương trình phải đảm bảo các yêu cầu khắt khe về mục tiêu, nội dung, về chuẩn kiến thức, kĩ năng, về thời gian, về kiểm tra đánh giá ... GV gặp nhiều khó khăn trong xác định và khai thác các cơ hội để tổ chức rèn luyện, bồi dưỡng cho HS năng lực BDTH và GTTH trong quá trình DH.

Như vậy, phần lớn GV và CBQLGD nhận thức được vai trò, tầm quan trọng của việc bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH toán. Tuy nhiên, GV chưa có biện pháp phù hợp giúp HS sử dụng hiệu quả NNTH trong quá trình BDTH, GTTH. GV còn khá lúng túng trong tổ chức các hoạt động BDTH và GTTH cho HS. Việc rèn kĩ năng BDTH, GTTH cho HS còn chung chung, hình thức, dẫn đến kết quả khảo sát khả năng sử dụng NNTH, BDTH và GTTH của HS ở mức độ trung bình và yếu chiếm tỷ lệ cao. GV còn gặp nhiều khó khăn khi DH hình thành và phát triển năng lực BDTH và GTTH cho HS. Trong đó, việc lựa chọn nội dung, lựa chọn các biện pháp phù hợp và tổ chức thực hiện hiệu quả là những điều cần quan tâm nghiên cứu nhằm đề xuất các giải pháp phù hợp, khả thi để bồi dưỡng những năng lực nói trên cho người học một cách hiệu quả.

### **Kết luận chương 1**

Chương I đã tập trung nghiên cứu và làm sáng tỏ các vấn đề sau:

*Thứ nhất*, phân tích, tìm hiểu các kết quả nghiên cứu liên quan đến năng lực, năng lực toán học phổ thông, năng lực sử dụng NNTH, năng lực DBTH và năng lực GTTH trong DH môn toán ở nước ta và trên thế giới. Thống nhất cách tiếp cận năng lực là tập hợp các kĩ năng và việc bồi dưỡng năng lực cho HS cần thông qua tổ chức hiệu quả các hoạt động học tập tương thích với các năng lực đó.

*Thứ hai*, trên nền tảng về NNTH, hoạt động sử dụng NNTH với tư cách là một dạng hoạt động học tập, khi thực hiện *độc lập*, được xem xét dưới góc độ là *hoạt động BDTH* và khi hoạt động này thực hiện trong *giao lưu*, bình diện *GTTH*

được bộc lộ và khai thác. Chúng tôi đã xác định 3 hoạt động BDTH và 3 hoạt động GTTH đặc thù trong DH môn toán; đưa ra quan niệm về năng lực DBTH và năng lực GTTH trong DH toán THCS; mô tả các thành tố, các biểu hiện đặc trưng của từng thành tố, xác định 5 mức độ cho mỗi năng lực. Đồng thời, phân tích làm rõ mối quan hệ của năng lực sử dụng NNTH, năng lực BDTH và năng lực GTTH. Nhờ đó, GV và HS có thể nhận diện, tổ chức thực hiện, quan sát, đánh giá các hoạt động BDTH và GTTH của HS trong quá trình DH.

*Thứ ba,* Tập trung phân tích nội dung chương trình, SGK toán 6, toán 7 trên bình diện NNTH. Chú ý đến các thuật ngữ, kí hiệu và các biểu tượng toán học theo mạch nội dung. Tổ chức khảo sát 438 GV dạy toán, 1900 HS THCS với 70% là HS lớp 6, lớp 7 ở các trường THCS thuộc Lào Cai, Yên Bái, Hà Nội, Thái Bình để tìm hiểu thực trạng DH sử dụng NNTH, BDTH và GTTH, phân tích những nguyên nhân cơ bản của thực trạng đó. Kết quả cho thấy: NNTH, các loại BDTH trong SGK toán THCS hiện nay phù hợp với trình độ nhận thức và tâm lý lứa tuổi của HS THCS, tương đối thuận lợi trong DH hình thành khả năng BDTH và GTTH cho HS. Tuy nhiên, GV nhận diện các biểu hiện và tổ chức các hoạt động BDTH, GTTH cho HS còn chưa hiệu quả. Khả năng GTTH và BDTH của HS còn hạn chế. GV còn lúng túng và chưa có biện pháp phù hợp để bồi dưỡng và phát triển các năng lực nói trên cho HS. Những kết quả nghiên cứu trên đây cho thấy việc nghiên cứu đề xuất các biện pháp bồi dưỡng, phát triển năng lực BDTH, năng lực GTTH cho người học là cần thiết, rất có ý nghĩa khoa học và thực tiễn trong bối cảnh đổi mới DH theo tiếp cận năng lực, góp phần nâng cao hiệu quả DH môn toán THCS.

## Chương 2

### BIỆN PHÁP BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC BIỂU DIỄN TOÁN HỌC VÀ NĂNG LỰC GIAO TIẾP TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN LỚP 6, LỚP 7

#### 2.1. Định hướng xây dựng các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7

##### 2.1.1. Đảm bảo sự phù hợp với mục tiêu, nội dung và chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình môn toán

Môn toán có khả năng to lớn phát triển trí tuệ của HS thông qua rèn luyện các thao tác tư duy (phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa và cụ thể hóa), năng lực lĩnh hội các khái niệm trừu tượng, năng lực suy luận logic và sử dụng ngôn ngữ chính xác, đồng thời rèn luyện các phẩm chất trí tuệ như linh hoạt, độc lập, sáng tạo,...[16, tr.16]. NNTH được sử dụng trong SGK Toán lớp 6, 7 vừa là nội dung cần dạy cho HS, theo chuẩn kiến thức, kĩ năng, vừa là công cụ, phương tiện quan trọng và chủ yếu để phát triển tư duy, hình thành các phẩm chất trí tuệ cho HS. Do đó, việc *rèn luyện khả năng sử dụng ngôn ngữ, diễn đạt chính xác, mạch lạc ý tưởng của mình và hiểu ý tưởng của người khác* cho HS vừa là mục tiêu, vừa là định hướng xây dựng biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS lớp 6, lớp 7. Đồng thời, bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH sẽ nâng cao kết quả học tập, phát triển năng lực toán học cho HS.

##### 2.1.2. Chú trọng đặc điểm, vai trò, vị trí của NNTH trong mối quan hệ mật thiết với NNTN khi tổ chức các hoạt động BDTH và GTTH

Ba đặc điểm đặc trưng của NNTH môn toán: *Tính ngắn gọn, tính chính xác, tính khái quát* mang lại cho toán học lợi ích to lớn trong hình thành và phát triển trí tuệ cho HS. Các đặc điểm đặc trưng này có tính chất quyết định đến đặc tính của phong cách giao tiếp bằng NNTH cũng như trong lập luận, chứng minh. Trong quá trình sử dụng NNTH, dưới góc độ là một dạng NNKH chuyên ngành, *người đọc/người nghe phải sử dụng tư duy trừu tượng để nhận thức, thuyết phục người khác bằng những lý lẽ, lập luận tuân theo các quy ước chặt chẽ được thống nhất trong phạm vi quốc gia, quốc tế* [64].

Toán học sử dụng các kí hiệu bên cạnh các từ của NNTN đã được chính xác hóa nên NNTN có vai trò phát biểu vấn đề, “phiên dịch” một phát biểu viết hoặc dùng để diễn đạt các suy luận khi cần thiết. Mặt khác, các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng toán học được hình thành và phát triển trong quá trình hình thành và phát triển của các khái niệm toán học và giải bài tập toán. Quá trình này cần đảm bảo các yêu cầu: a) *Nắm vững và sử dụng chính xác NNTH (thuật ngữ toán học, kí hiệu toán học), trong mối liên hệ mật thiết với NNTN và đặc biệt là các liên kết logic (và, hoặc, nếu...thì, phủ định,..), các lượng từ,... trên cả ba phương diện: từ vựng, ngữ nghĩa, cú pháp; b) Phát triển khả năng định nghĩa và làm việc với các định nghĩa; c) Phát triển khả năng suy luận chính xác, chặt chẽ* ([16, tr.33], [41, tr.46])

“Tư duy diễn ra dưới hình thức ngôn ngữ, được hoàn thiện trong sự trao đổi ngôn ngữ của con người và ngược lại, ngôn ngữ được hình thành, phát triển nhờ có tư duy” [16, tr.33]. Có thể khẳng định, mục tiêu cơ bản của việc bồi dưỡng năng lực GTTH và năng lực BDTH cho HS là hướng tới việc phát triển trí tuệ, phát triển ngôn ngữ toán học và khả năng thực hành vận dụng toán học trong thực tiễn đời sống.

### **2.1.3. Quán triệt quan điểm hoạt động trong hình thành và phát triển năng lực BDTH và GTTH**

Xuất phát từ phạm trù hoạt động trong triết học Mác, các lí thuyết và thực nghiệm của L.X. Vugôtxki và A. N. Leonchev đã đặt nền móng cho phương thức DH mới trong nhà trường: Dạy HS hoạt động và bắt đầu từ hoạt động thực tiễn bên ngoài, sau đó chuyển vào hoạt động bên trong. Nhà trường không có sứ mệnh nào khác ngoài việc dạy và tổ chức cho HS hoạt động, để thông qua đó dạy cách sáng tạo ra nhân cách các em [53, tr.270, 289].

Đối với HS THCS, hoạt động học tập là hoạt động giữ vai trò chính trong việc tạo lập nền học vấn cơ bản, góp phần phát triển toàn diện và hình thành nhân cách HS [32, tr.43]. Qua hoạt động học tập, HS có được các khái niệm khoa học và bước đầu nhận thức về các quy luật của các sự vật, hiện tượng. Hoạt động học tập của HS THCS vừa hướng lí thuyết, vừa hướng thực hành [32, tr.43]. Hoạt động giao tiếp được xem là hoạt động chủ đạo của HS lứa tuổi THCS, trên cơ sở của hoạt động cơ bản là hoạt động học tập.

Theo quan điểm hoạt động, quá trình DH là một quá trình điều khiển hoạt động học tập của HS nhằm thực hiện các mục tiêu DH. Xuất phát từ một nội dung bài học, cần phát hiện những hoạt động liên hệ với nội dung đó rồi căn cứ vào mục tiêu DH mà chọn ra và cho HS tập luyện một số trong các hoạt động đã phát hiện được. Như vậy, quan điểm hoạt động trong DH hình thành và bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS thể hiện ở các tư tưởng chủ đạo sau:

*a. Cho HS thực hiện và tập luyện các hoạt động BDTH và GTTH tương thích với nội dung và mục tiêu DH.*

*Các hoạt động BDTH gồm:* 1) Hoạt động nhận biết và hiểu được nội dung toán học của các BDTH một cách chính xác, logic, hệ thống (hoạt động giải mã); 2) Hoạt động liên kết, biến đổi hoặc tạo ra các BDTH phù hợp với các tình huống, bối cảnh cụ thể (hoạt động tạo mã); 3) Hoạt động lựa chọn, chuyển đổi các BDTH trong quá trình nhận thức, thực hành, ghi nhớ và GTTH (hoạt động chọn và chuyển mã).

*Các hoạt động GTTH gồm:* 1) Hoạt động giao tiếp tiếp nhận (lĩnh hội) các kiến thức, kĩ năng toán học qua nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép bằng NNTH; 2) Hoạt động giao tiếp tạo lập các ngôn phẩm nói hoặc viết toán trong trình bày các giải pháp, ý tưởng toán học; 3) Hoạt động giao tiếp tương tác khi trao đổi, thảo luận, thuyết phục, giải thích và đánh giá các ý tưởng, giải pháp toán học bằng NNTH trong sự giao lưu với bạn, với thầy.

Các hoạt động BDTH và GTTH có sự độc lập tương đối và có sự gắn kết chặt chẽ, đan xen, hỗ trợ nhau trong quá trình nhận thức và trong thực hành toán học của HS.

*b. Gợi động cơ cho các hoạt động học tập. Chú ý gợi động cơ lúc mở đầu, ở những bước trung gian và thậm chí cả khi kết thúc bài dạy [41, tr.305]*

Vận dụng lí thuyết về “vùng phát triển gần” của L.X Vygôtski, GV sử dụng các câu hỏi, các mô hình, hình ảnh có chứa đựng những vấn đề toán học liên quan để HS lắng nghe, quan sát. Qua đó, GV gợi trí tò mò, tạo hứng thú, sự tự tin, cởi mở để HS tích cực, chủ động tham gia các hoạt động BDTH và GTTH.

*c. Kiến tạo tri thức về BDTH và GTTH bằng NNTH như là phương tiện và kết quả của hoạt động.*

Quá trình tiếp nhận, hiểu và sử dụng NNTH phải được thực hiện thông qua

các hoạt động học tập theo quan điểm “học trong hoạt động và bằng hoạt động”. Đó vừa là mục tiêu, vừa là cách thức để bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH.

Trong quá trình học tập môn toán, HS thực hiện 5 dạng hoạt động học tập chủ yếu: *Nhận dạng và thể hiện; Những hoạt động toán học phức hợp; Những hoạt động trí tuệ phổ biến; Những hoạt động trí tuệ chung; những hoạt động ngôn ngữ* [40]. Để thực hiện hiệu quả các hoạt động học tập nêu trên, không thể không có các hoạt động BDTH và GTTH với vai trò vừa là phương tiện vừa là hoạt động thành phần quan trọng của các hoạt động học tập nói trên.

## **2.2. Nhóm biện pháp 1: Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học**

**2.2.1. Biện pháp 1.1: Tổ chức cho HS các hoạt động nhận biết, hiểu và sử dụng đúng các dạng biểu diễn về các đối tượng, quan hệ và các bước biến đổi toán học.**

### **2.2.1.1. Mục đích của biện pháp**

*Giúp HS hiểu đúng và sử dụng hợp lý các thuật ngữ, kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... trong học toán, qua đó thấy được giá trị, hiệu quả của các biểu diễn trong nhận thức và GTTH.*

### **2.2.1.2. Cơ sở khoa học của biện pháp**

Biện pháp này tác động đến thành tố thứ nhất của năng lực BDTH. Các hình vẽ, sơ đồ, đồ thị, bảng, công thức, kí hiệu,... được xem là các BDTH trực quan có ý nghĩa nhất và được sử dụng rộng rãi nhất trong môn toán. Do đó, trước hết HS cần hiểu đúng và sử dụng hợp lý các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ,...toán học. Điều này có ý nghĩa đặc biệt quan trọng đối với HS các lớp đầu cấp THCS.

### **2.2.1.3. Cách thực hiện biện pháp**

a. Để bồi dưỡng năng lực BDTH cho HS, trước hết, mỗi GV cần phải tự bồi dưỡng năng lực BDTH cho bản thân trong quá trình DH. Không chỉ sử dụng đúng, hợp lý và chuẩn mực các biểu diễn tiêu chuẩn, GV phải biết tạo ra các biểu diễn khác nhau cho cùng một nội dung toán học một cách phù hợp, linh hoạt, sáng tạo.

GV cần nắm chắc, sử dụng đúng và hướng dẫn HS sử dụng đúng các dạng biểu diễn tiêu chuẩn của môn toán đầu cấp THCS như:

(1) Các kí hiệu:

- Các kí hiệu chỉ "quan hệ" thường dùng:  $=$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ,  $\neq$ ,  $\sim$ ,  $\approx$ ,  $\vdots$ ,  $\perp$ ,  $\parallel$

$\Leftrightarrow, \Rightarrow, \mapsto, \rightarrow, \subset, \supset, \in, \notin, \dots$

- Các kí hiệu phép toán:  $+, -, \times, :, \Sigma, \cap, \cup, \sqrt{\quad}$
- Các chữ cái Hy Lạp thường dùng:  $\pi, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \vartheta, \lambda, \omega, \zeta, \mu, \Delta, \Omega, \dots$
- Mũ và chỉ số:  $x^2, x^3, x_1, x_2, \dots$
- Các kí hiệu khác:  $\forall, \exists, \emptyset, \dots$

(2). Các dạng bảng, biểu đồ: Biểu đồ cột, biểu đồ quạt, biểu đồ hình chữ nhật, các dạng bảng,...

(3). Các dạng sơ đồ, hình vẽ: Các hình hình học, sơ đồ Ven, sơ đồ cây (dạng nhị phân hoặc dạng khối), sơ đồ đoạn thẳng, ô vuông, sơ đồ tư duy, sơ đồ chỉ dẫn, ... dùng để hệ thống hóa kiến thức hay chỉ ra mối quan hệ giữa các đối tượng toán học.

Trước mỗi bài lên lớp, GV cần làm rõ những biểu diễn HS đã biết có liên quan và những biểu diễn được giới thiệu trong bài học để thiết kế được các hoạt động liên kết, biến đổi và sử dụng các BDTH một cách phù hợp.

b. Đối với các BDTH theo qui ước, được dạy tường minh như là một nội dung toán học, GV cần thực hiện theo các bước sau:

*Bước 1:* GV giới thiệu một cách ngắn gọn, rõ ràng cách gọi tên, cách viết; cách sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng, ... Mô tả cấu tạo, ý nghĩa của BDTH bằng lời và bằng hình ảnh. Yêu cầu HS quan sát và mô tả lại (bằng lời hoặc bằng cách viết/vẽ ra), liên hệ với các biểu diễn đã biết có liên quan (nếu có)

*Bước 2:* Thực hiện các hoạt động nhận dạng và thể hiện các BDTH. Phân tích các kí hiệu, biểu tượng, những ưu điểm, hạn chế (nếu có) của các dạng biểu diễn khác nhau cho cùng một đối tượng hay quan hệ toán học theo từng trường hợp.

*Bước 3:* Vận dụng các BDTH trong các tình huống cụ thể, có tính minh họa. GV gợi ý, định hướng giúp HS sử dụng BDTH một cách hợp lí.

Sau mỗi biểu diễn tiêu chuẩn được giới thiệu, GV nên dành thời gian để cho HS vận dụng biểu diễn trong trình bày, lập luận một cách phù hợp, sáng tạo.

c. Với các BDTH ở dạng mô hình, sơ đồ hướng dẫn, tóm tắt, ... không theo những qui ước chặt chẽ, có tính trực quan, dễ cảm nhận, thường được sử dụng như công cụ để tư duy, ghi nhớ, tóm tắt, tổng kết, hệ thống hóa....



Nếu là những BDTH đơn giản, quen thuộc, GV có thể cho HS tự giải mã. Với các BDTH mới gặp hoặc phức tạp hơn, GV cần có sự gợi ý, định hướng để HS hiểu đúng nội dung toán học mà biểu diễn đó thể hiện. Đối với các công cụ biểu diễn mới, GV cần hướng dẫn cho HS theo từng bước: *Giới thiệu về công cụ biểu diễn, hướng dẫn các thao tác cơ bản để tạo ra các biểu diễn đó; minh họa sử dụng biểu diễn trong toán học và trong thực tiễn; thực hành vận dụng các BDTH từ dễ đến khó, từ nội dung đơn giản đến phức tạp.* Một số công cụ biểu diễn không được DH một cách tường minh trong chương trình (các sơ đồ đoạn thẳng, sơ đồ cây, sơ đồ tư duy, sơ đồ tìm đoán,...) GV cần giúp HS tiếp cận, hiểu và sử dụng bằng cách thông báo nhân quá trình sử dụng và tập luyện cho HS các hoạt động thành phần tương thích với quá trình BDTH, giúp HS có ý thức sử dụng và sử dụng một cách linh hoạt, sáng tạo, hiệu quả trong học tập.

Trong DH hình học, khi một đối tượng hay quan hệ hình học mới được hình thành, GV cần chú trọng đến các hoạt động nhận dạng và thể hiện, như: Đọc hình để trả lời câu hỏi, vẽ hình theo mô tả, điền từ vào chỗ trống, ... Đặc biệt, ở lớp 7, khi DH bài “Định lý”, HS cần phải đọc, hiểu định lý hình học, vẽ hình, ghi giả thiết kết luận và chứng minh. Hình vẽ phải được khai thác, sử dụng như là những công cụ, phương tiện có tính quyết định, hữu ích cho chứng minh. Đây là nội dung quan trọng, cần được hình thành dần dần, theo từng bước chắc chắn để HS hiểu và sử dụng được các BDTH trong DH hình học. Cần phải đảm bảo HS phải biết (và thành thạo) về vẽ hình, ghi giả thiết, kết luận và cách trình bày chứng minh hình học.

Ngoài ra, các phép suy luận có tính chất tìm đoán, chẳng hạn như phép suy ngược tiến, thường được mô tả dưới dạng sơ đồ (tạm gọi là “sơ đồ tìm đoán”). Sơ đồ này cần từng bước giới thiệu cho HS bằng cách thông báo nhân quá trình hoạt động và tập luyện cho HS những hoạt động ăn khớp với phương pháp đó. Bắt đầu từ kết luận (từ cái chưa biết, cái phải tìm), đưa ra một loạt các câu hỏi dẫn dắt, mà HS phải sử dụng những kiến thức, kỹ năng toán học để kết nối đến những điều đã biết, những cái đã cho (giả thiết). Quá trình này được mô tả dưới dạng “sơ đồ tìm đoán” (phép suy ngược tiến). Dần dần GV giúp HS sử dụng “sơ đồ tìm đoán” như một công cụ quan trọng, hỗ trợ tư duy trong quá trình tìm kiếm con đường chứng minh hình học.

Cơ hội thuận lợi để thực hiện biện pháp nói trên nhằm giúp HS hiểu và sử dụng đúng các BDTH là khi DH những khái niệm, định lí, những qui tắc, công thức hay một tri thức phương pháp; khi ôn tập, hệ thống hóa kiến thức,...

#### **2.2.1.4. Những lưu ý khi thực hiện biện pháp**

Để hình thành năng lực BDTH cho HS, cần dạy HS cách sử dụng đúng các *kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng*,... đã được quy ước trong môn toán. Cũng giống như khi học một loại ngôn ngữ, HS cần được tiếp cận chúng trên các phương diện từ vựng, ngữ nghĩa và cú pháp (có tính qui ước) thông qua các hoạt động học tập gắn với một tình huống cụ thể. Tuy nhiên, trong thực tế, “qui tắc ngữ pháp” của một số BDTH chỉ mang tính ước lệ, không quá chặt chẽ và khá linh hoạt (trừ các thuật ngữ, kí hiệu toán học, các hình hình học). Bởi vậy, việc đánh giá tính đúng - sai, phù hợp hay không phù hợp của mỗi một dạng BDTH luôn phải gắn với các tình huống cụ thể, khó đưa ra một quy tắc mang tính tổng quát.

Ba bước của biện pháp nêu trên phần lớn là dành cho các biểu diễn tiêu chuẩn. Các biểu diễn này, về thực chất cũng là những nội dung bài dạy chính thức trong SGK (ví dụ: Kí hiệu về tập hợp, về số, về hình, về các phép toán, các bảng số liệu, sơ đồ Ven, biểu đồ, đồ thị,...). Tuy nhiên, dưới góc độ ngôn ngữ, chúng là các đối tượng mới cả về hình thức (cú pháp) lẫn nội dung (ngữ nghĩa) nên khi tổ chức DH cần lưu ý:

- GV cần phối hợp giữa mô tả bằng lời và bằng hình ảnh (viết, vẽ,...) đảm bảo sự chuẩn mực, tính chính xác, có điểm nhấn để thu hút sự tập trung của HS khi quan sát, nhận diện và làm theo.

- Lựa chọn tình huống, bối cảnh vận dụng đa dạng, phong phú;

- Tạo cơ hội cho HS thể hiện việc luyện tập sử dụng các biểu diễn;

- Việc đánh giá, nhận xét cần được xem xét theo quan điểm của người học.

Hãy đặt ra các câu hỏi (không phán xét) để HS tự lí giải cho sự lựa chọn của mình.

Đây cũng là cơ hội để HS thể hiện sự linh hoạt, sáng tạo trong hoạt động BDTH.

#### **2.2.1.5. Ví dụ**

**Ví dụ 2.1.** DH: *Cách viết. Các kí hiệu về tập hợp* (Toán 6, tập 1, tr.5)

*Bước 1:* GV giới thiệu như trong SGK một cách rõ ràng, rành mạch, kết hợp

giữa lời nói và viết bằng: “Người ta đặt tên tập hợp bằng chữ cái in hoa. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 4, gọi B là tập hợp các chữ cái a, b, c. Ta viết:

$$A = \{0; 1; 2; 3\} \text{ hay } A = \{1; 3; 2; 0\}$$

$$B = \{a, b, c\} \text{ hay } B = \{b, a, c\}$$

Các số 0, 1, 2, 3 là các phần tử của tập hợp A. Các chữ cái a, b, c là các phần tử của tập hợp B

Kí hiệu:  $1 \in A$ , đọc là “1 thuộc A” hoặc “1 là phần tử của A”

$5 \notin A$ , đọc là “5 không thuộc A” hoặc “5 không là phần tử của A”

Yêu cầu HS quan sát, viết các kí hiệu ra vở và đọc các kí hiệu:

$$A = \{0; 1; 2; 3\} \text{ hay } A = \{1; 3; 2; 0\}; B = \{a, b, c\} \text{ hay } B = \{b, a, c\}$$

$$1 \in A; 5 \notin A$$

*Bước 2: Phân tích các kí hiệu, biểu tượng trong từng trường hợp cụ thể.*

Phân tích để HS nắm vững cấu trúc của cách biểu diễn một tập hợp bằng kí hiệu: Các phần tử của một tập hợp được viết trong hai dấu ngoặc nhọn  $\{ \}$ , cách nhau bởi dấu “;” (nếu phần tử là số) hoặc dấu “,”, mỗi phần tử được liệt kê 1 lần, thứ tự liệt kê tùy ý.

*Giới thiệu cách biểu diễn khác:* Để viết tập hợp A, ngoài cách viết liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp đó, ta có thể viết:  $A = \{x \in \mathbf{N} / x < 4\}$ . Cách viết này, đã chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử x của tập hợp A (đó là,  $x \in \mathbf{N}$  và  $x < 4$ )

Ngoài ra, ta còn minh họa tập hợp bằng một vòng kín, mỗi phần tử của tập hợp được biểu diễn bởi một dấu chấm bên trong vòng kín đó (hình 2.1)



Hình 2.1.

*Phân tích, đánh giá những ưu điểm và hạn chế*

Cách 1: Giúp chỉ ra tất cả các phần tử của tập hợp, nhưng sẽ dài dòng nếu tập hợp có quá nhiều phần tử.

Cách 2: Chỉ rõ tính chất đặc trưng của các phần tử của tập hợp, ngắn gọn,

nhưng không phải tập hợp nào cũng mô tả được tính chất đặc trưng cho các phần tử.

Cách 3: Dễ biểu diễn được mối quan hệ của các tập hợp, nhưng công kênh và không khả thi khi biểu diễn tập hợp có nhiều phần tử.

*Bước 3:* HS vận dụng để biểu diễn các tập hợp trong ?1 ; ?2

trong SGK và một số ví dụ thực tế, giúp HS thể hiện khả năng chuyển đổi biểu diễn tập hợp theo các khác nhau trong toán học và trong thực tế.

**Ví dụ 2.2.** Củng cố khái niệm hàm số thông qua các nhiệm vụ:

a. Hãy biểu diễn hàm số  $y = 2x$  theo các cách khác nhau, chỉ ra ưu điểm của mỗi cách biểu diễn (Toán 7, tập 1, tr.70)

b. Hãy nêu ví dụ thực tiễn có thể biểu diễn bằng hàm số  $y = 2x$

**Nhận xét:** Ở nhiệm vụ này, HS có nhiều phương án để đưa ra, chẳng hạn

Dạng công thức	Dạng bảng	Dạng đồ thị																
$y = 2x$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>...</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>y=2x</td> <td>...</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> </table>	x	...	-2	-1	0	1	2	...	y=2x	...	-4	-2	0	2	4	...	
x	...	-2	-1	0	1	2	...											
y=2x	...	-4	-2	0	2	4	...											
<i>Ưu điểm:</i> Ngắn gọn, tổng quát	<i>Ưu điểm:</i> Cụ thể, tường minh, tại một số giá trị của đối số, ta có ngay giá trị của hàm số.	<i>Ưu điểm:</i> Trực quan, dễ xác định các giá trị tương ứng của x và y.																

HS có thể lấy nhiều ví dụ thực tiễn minh họa hàm số  $y = 2x$ , như

- Mỗi quyển vở giá 2 nghìn đồng. Mối quan hệ giữa số vở  $x$  (quyển) mua được và số tiền  $y$  (nghìn đồng) phải trả sẽ là:  $y = 2x$  (nghìn đồng)

- Mỗi ngày bạn Minh chạy bộ 2 km. Số km bạn Minh chạy bộ trong  $x$  ngày là:  $y = 2x$  (km);....

Việc tổ chức cho HS nhận xét, đánh giá các biểu diễn giúp HS hiểu sâu hơn về hàm số và các biểu hiện của nó: biểu diễn đại số, biểu diễn theo thống kê, biểu diễn bằng đồ thị. Từ đó, định hướng phân loại phương pháp giải toán sau này (phương pháp đại số, phương pháp thống kê, phương pháp đồ thị). Việc lấy được

các ví dụ đa dạng về hàm số  $y = 2x$  giúp HS thấy được ý nghĩa toán học trong thực tiễn nói chung và vai trò của BDTH nói riêng cũng như hình thành khả năng chuyển đổi các dạng BDTH cho HS.

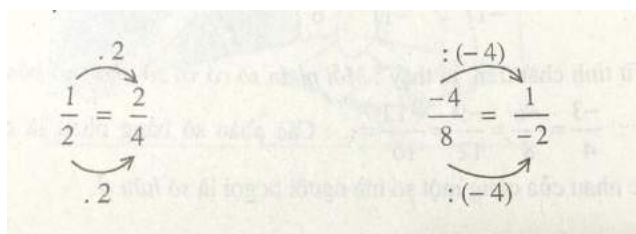
Trong DH môn toán, ngoài các biểu diễn là các kí hiệu, hình vẽ theo qui ước, GV và HS cần tăng cường sử dụng các biểu diễn có tính ước lệ, linh hoạt, sáng tạo để mô tả một qui trình, một cấu trúc hay quá trình tư duy. Chẳng hạn: “Lũy thừa  $\rightarrow$  Nhân và chia  $\rightarrow$  Cộng và trừ”; hay: “ $() \rightarrow [ ] \rightarrow \{ \}$ ” biểu đạt thứ tự thực hiện các phép tính (Toán 6, tập 1, tr.32). Đây là những BDTH gần gũi, quen thuộc nên khá đơn giản, dễ hiểu đối với HS. Với các BDTH mới hoặc phức tạp hơn, GV cần có sự gợi ý, định hướng nhân khi sử dụng hoặc tập luyện cho HS các hoạt động thành phần tương thích với quá trình BDTH để HS có thể hiểu và sử dụng.

**Ví dụ 2.3.** Bài “Tính chất cơ bản của phân số”, SGK trình bày như sau:

“1. Nhận xét: Ta có:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  vì  $1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$  (định nghĩa hai phân số bằng nhau)

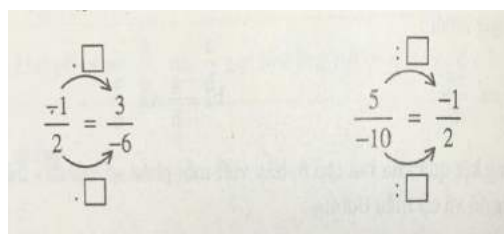
?1. Giải thích vì sao:  $\frac{-1}{2} = \frac{3}{-6}$ ;  $\frac{-4}{8} = \frac{1}{-2}$ ;  $\frac{5}{-10} = \frac{-1}{2}$

. Ta có nhận xét:



Hình 2.2.a

?2. Điền số thích hợp vào ô vuông



Hình 2.2.b

(Toán 6, tập 2, tr.9)

**Nhận xét:** Ở đây, SGK mô tả nhiệm vụ theo sơ đồ trong ?2 là khá tường minh (hình 2.2.b). HS dễ dàng “giải mã” (hiểu nhiệm vụ) và thực hiện. Tuy nhiên, nội dung nhận xét bằng sơ đồ trong hình 2.2.a lại là một câu chuyện khá tinh tế khi HS “giải mã” thông điệp này. HS đã có nhiều cách hiểu rất khác nhau, như: “Nếu nhân cả tử và mẫu của phân số  $\frac{1}{2}$  với 2 ta được phân số  $\frac{2}{4}$ ”; “Phân số  $\frac{1}{2}$  bằng với phân số  $\frac{2}{4}$  vì  $2 = 1 \cdot 2$  và  $4 = 2 \cdot 2$ ”; “Nhân 2 với tử số và mẫu số của phân số  $\frac{1}{2}$  ta

được phân số  $\frac{2}{4}$ ”;.... GV cần hướng dẫn để HS thực hiện hoạt động giải mã các biểu diễn một cách phù hợp. Ở đây, sơ đồ trong hình 2.2.a nhằm hướng HS đến tính chất: “Nếu nhân hay chia cả tử và mẫu của một phân số với một số nguyên khác 0 thì ta được một phân số bằng phân số đã cho”. Bởi vậy có thể nhận xét, chẳng hạn: “khi nhân cả tử và mẫu của phân số  $\frac{1}{2}$  với 2 ta được phân số  $\frac{2}{4}$  bằng với phân số  $\frac{1}{2}$ ”; “khi chia cả tử và mẫu của phân số  $\frac{-4}{8}$  cho (-4) ta được phân số  $\frac{1}{-2}$  bằng với phân số  $\frac{-4}{8}$ ”. Từ đó, HS đi đến biểu diễn tổng quát:  $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$  với  $m \in \mathbf{Z}$  và  $m \neq 0$  và  $\frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m}$  với  $m \in \text{ƯC}(a, b)$ .

Có thể nói, các BDTH hỗ trợ tích cực quá trình nhận thức của HS. Để rèn kỹ năng “giải mã”, làm cơ sở để HS có thể “tạo mã” trong các hoạt động học tập sau này, GV cần chú trọng ngay từ các biểu diễn đơn giản trong mỗi nội dung DH.

**Ví dụ 2.4.** DH qui tắc nhân hai số nguyên âm (SGK Toán 6, tập 1, tr.90)

GV có thể biên tập ?2 (SGK) thành phiếu học tập: “Hãy quan sát kết quả bốn tích đầu và dự đoán kết quả của hai tích cuối (giải thích). Từ đó, rút ra qui tắc nhân hai số nguyên âm?”

- |                  |   |        |
|------------------|---|--------|
| 3. (- 4) = - 12  | } | Tăng 4 |
| 2. (- 4) = - 8   | } | Tăng 4 |
| 1. (- 4) = - 4   | } | Tăng 4 |
| 0. (- 4) = 0     | } | Tăng 4 |
| (-1). (- 4) = ?  |   |        |
| (- 2). (- 4) = ? |   |        |

**Nhận xét:** HS phải quan sát, hiểu và “giải mã” để đi đến dự đoán, chẳng hạn: Từ 4 tích đầu tiên, ta thấy về trái giảm một lần (- 4) thì về phải tăng 4 đơn vị (tăng 1 lần 4) so với tích trước đó. Sự thay đổi này có tính quy luật: Theo đó, ta có:

3. $(-4) = -12$	↪	Tăng 4
2. $(-4) = -8$	↪	Tăng 4
1. $(-4) = -4$	↪	Tăng 4
0. $(-4) = 0$	↪	Tăng 4
$(-1). (-4) = 4$	↪	Tăng 4
$(-2). (-4) = 8$	↪	Tăng 4

Hay:  $(-1). (-4) = 4$  và  $(-2). (-4) = 8$

Dự đoán: Tích của hai số nguyên âm là tích trị tuyệt đối của hai số đó.

Như vậy, qua các hoạt động đa dạng, HS học được cách sử dụng các BDTH, phù hợp trong tìm kiếm các giải pháp cũng như nắm chắc, hiểu sâu các tri thức toán học, đặc biệt là tri thức phương pháp gắn với nội dung toán học cụ thể.

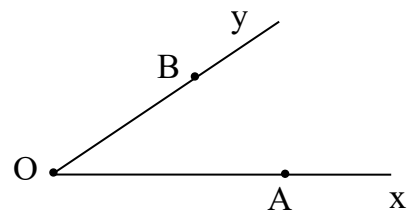
**Ví dụ 2.5.** Đề củng cố về tia, hai tia đối nhau, hai tia trùng nhau (Toán 6, tập 1, tr.112-113), GV cho HS thực hiện các nhiệm vụ sau:

1. *Quan sát hình 2.3 và trả lời*

a. Hai tia Ox và OA trùng nhau, còn tia OB trùng với tia nào?

b. Hai tia Ox và Ax có trùng nhau không? Vì sao?

c. Tại sao hai tia chung gốc Ox, Oy không đối nhau?



Hình 2.3

2. *Điền vào chỗ trống trong các phát biểu sau:*

a. Hình tạo bởi điểm O và một phần đường thẳng bị chia bởi điểm O được gọi là một ...

b. Điểm R bất kì nằm trên đường thẳng xy là góc chung của.....

c. Nếu điểm A nằm giữa hai điểm B và C thì:

Hai tia ..... đối nhau; Hai tia CA và .....trùng nhau; Hai tia BA và BC.....

3. *Cho 2 điểm A và B hãy vẽ:*

a. Đường thẳng AB

b. Tia AB

c. Tia BA

**Nhận xét:** Các bài tập như trên rèn cho HS hiểu và sử dụng đúng các BDTH về tia dưới dạng hình vẽ, kí hiệu và thuật ngữ. Nói chung, trong DH các đối tượng và quan hệ hình học, HS cần phải được luyện tập bằng các dạng bài tập tương tự.

Ở lớp 7, HS bắt đầu làm quen với một dạng toán mới là chứng minh hình học. GV cần chú ý giúp HS hiểu về *định lí* hình học, *giả thiết*, *kết luận* và *chứng minh* hình học, được chính thức giới thiệu cho HS trong bài “Định lí” ở lớp 7. Trước đó, các định lí hình học thường được phát biểu dưới dạng “tính chất”, việc chứng minh hình học được HS thể hiện qua trả lời các câu hỏi và giải thích. HS thường được làm quen với viết giả thiết kết luận bằng cách tóm tắt bài toán hình học dưới dạng: “Cho:....Tìm:....”. Để giúp HS hiểu về định lí, biết vẽ hình, viết giả thiết – kết luận và chứng minh hình học, các ví dụ như sau là quan trọng và cần thiết.

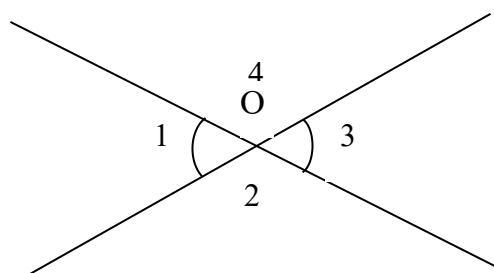
**Ví dụ 2.6.** (Toán 7, tập 1, tr.101)

1. a. Hãy viết tiếp kết luận của định lí: “Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì.....”

b. Vẽ hình minh họa định lí đó và viết giả thiết, kết luận bằng kí hiệu.

2. Xem hình 2.4, điền vào chỗ trống (...) để chứng minh định lí: “Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau”

GT	..... .....
KL	..... .....



Hình 2.4

Chứng minh:

Các khẳng định	Căn cứ của khẳng định
$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^\circ$	Vì.....
$\widehat{O}_3 + \widehat{O}_2 = \dots$	Vì....
$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3$	Căn cứ vào.....
$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3$	Căn cứ vào.....

Tương tự, hãy chứng minh  $\widehat{O}_2 = \widehat{O}_4$



Trong DH chứng minh hình học, GV cần hình thành cho HS các tri thức phương pháp trong chứng minh (qui tắc kết luận logic, phép suy xuôi, suy ngược, qui nạp, phản chứng,...). Để giúp HS sử dụng “sơ đồ tìm đoán” như một công cụ hiệu quả hỗ trợ suy nghĩ tìm câu trả lời cho bài toán hình học nói riêng và bài tập toán nói chung, GV có thể thông báo nhân quá trình hoạt động và tổ chức tập luyện cho HS cách đặt câu hỏi, trả lời các câu hỏi và ghi tóm tắt theo sơ đồ. Chẳng hạn:

**Ví dụ 2.7.** Xem hình 2.5. Tìm số đo góc x? (Toán 7, tập 1, tr.109)

<i>GV gợi ý – HS trả lời</i>	<i>GV ghi bảng- HS quan sát làm theo</i>	<i>Hình vẽ</i>
<p>GV: Từ hình vẽ (giả thiết), ta thấy:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\Delta IKB</math> vuông tại K, nên để tính số đo góc x, ta cần biết gì? (<math>\widehat{BIK} = ?</math>)</li> <li>- Để tính số đo <math>\widehat{BIK}</math> ta cần tính được số đo góc nào? Vì sao? (<math>\widehat{AIH} = ?</math>, vì <math>\widehat{AIH}</math> đối đỉnh với <math>\widehat{BIK}</math>)</li> <li>- Trong <math>\Delta AIH</math>, ta đã biết: <math>\widehat{IAH} = 40^\circ</math> (h.vẽ); <math>\widehat{AHI} = 1v</math> (h.vẽ)</li> </ul> <p>Vậy: <math>\widehat{AIH} = ?</math> Vì sao?</p>	<p>“Sơ đồ tìm đoán” (từ dưới lên trên)</p> $\widehat{IAH} = 40^\circ \text{ (h.vẽ)}$ $\widehat{AHI} = 1v \text{ (h.vẽ)}$ $\uparrow$ $\widehat{AIH} = ?$ $\uparrow$ $\widehat{BIK} = ?$ $\uparrow$ $x = ?$	<p>Hình 2.5</p>

Tiếp đến, HS trình bày lời giải theo tiến trình ngược lại (từ trên xuống dưới):

Từ hình vẽ,  $\Delta AIH$  có:  $\widehat{IAH} = 40^\circ$ ;  $\widehat{AHI} = 1v$  nên:

$$\widehat{AIH} = 90^\circ - \widehat{IAH} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

Ta lại có:  $\widehat{BIK} = \widehat{AIH} = 50^\circ$  (hai góc đối đỉnh)

$\Delta IKB$  vuông tại K nên:  $x = 90^\circ - \widehat{BIK} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ .

Qua một số lần GV hướng dẫn thực hiện, dần dần, tạo cho HS thói quen sử dụng “sơ đồ tìm đoán” để hỗ trợ tìm kiếm hay trình bày các ý tưởng, giải pháp.

**2.2.2. Biện pháp 1.2:** Tổ chức cho HS các hoạt động liên kết, biến đổi hoặc tạo ra BDTH trong quá trình tư duy để biểu diễn và biểu diễn để tư duy.

### **2.2.2.1. Mục đích của biện pháp**

Hình thành cho HS kỹ năng liên kết, biến đổi hoặc tạo ra các kí hiệu, biểu tượng, sơ đồ, hình vẽ, biểu đồ, bảng,.. một cách phù hợp và sử dụng chúng một cách hiệu quả để phân tích, hiểu rõ các nội dung toán học; hỗ trợ tìm kiếm các giải pháp, tạo thuận lợi trong trình bày các ý tưởng cũng như giải quyết các nhiệm vụ đặt ra.

### **2.2.2.2. Cơ sở khoa học của biện pháp**

Biện pháp này tập trung tác động đến thành tố thứ 2 của năng lực BDTH. Việc học tập môn toán, xét cho cùng là nhằm mục đích hình thành cho HS các năng lực trí tuệ và các phẩm chất trí tuệ (linh hoạt, độc lập, sáng tạo). Trong quá trình học tập, BDTH có đóng góp quan trọng trong tìm tòi, khám phá các giải pháp, kết nối các ý tưởng để giải quyết vấn đề toán học. Và ngược lại, BDTH cũng là công cụ biểu đạt, là cách thức trình bày hiệu quả các ý tưởng, giải pháp toán học.

### **2.2.2.3. Cách thực hiện biện pháp**

Để thực hiện hiệu quả biện pháp này, GV cần tạo các cơ hội cho HS thực hiện và luyện tập hai quá trình ngược nhau trong khi BDTH.

(1). *Quá trình tư duy để biểu diễn*: HS cần phải :

- Xác định các yếu tố đã cho, đã biết, cần tìm và mối quan hệ của chúng;
- Suy nghĩ, lựa chọn các BDTH (mô hình, sơ đồ, hình vẽ, ...) để biểu thị chính xác mối quan hệ giữa các yếu tố đó.

- Sản phẩm của quá trình này là các BDTH phản ánh đầy đủ các đối tượng và mối quan hệ toán học được xác định.

(2). *Quá trình biểu diễn để tư duy*

HS cần biết khai thác, sử dụng các BDTH như là công cụ, phương tiện, là điểm tựa để tiến hành các thao tác tư duy như: phân tích, tổng hợp, khái quát hóa, trừu tượng hóa, ... nhằm tìm kiếm giải pháp cho vấn đề đặt ra.

GV nên gợi ý HS về các cách biểu diễn có thể sử dụng, lựa chọn BDTH phù hợp nhất với từng trường hợp cụ thể để tìm ra giải pháp cho tình huống đặt ra.

Hai quá trình trên có thể thực hiện độc lập, có thể lần lượt hoặc đan xen khi giải quyết các nhiệm vụ học tập. GV cần quan tâm đến các vấn đề sau:

- Nghiên cứu kĩ SGK, SGV, SBT.. lựa chọn các nội dung toán học, các bài tập, tình huống có sử dụng các BDTH đa dạng. Khuyến khích HS sử dụng BDTH để bộc lộ sự sáng tạo, thể hiện ý tưởng của mình.

- Tập cho HS có thói quen sử dụng BDTH để hiểu, tóm tắt, ghi nhớ; để xây dựng, tìm kiếm ý tưởng hay giải thích, trình bày giải pháp.

- Rèn kĩ năng sử dụng BDTH trong tất cả các khâu của quá trình học tập:

Trong hình thành kiến thức mới, trong luyện tập, củng cố, trong ôn tập, hệ thống hóa kiến thức, trong giải bài tập toán, v.v...

*Các cơ hội thực hiện:* Trong các tình huống DH điển hình của môn toán ở trường phổ thông, GV đều có các cơ hội để dạy cho HS liên kết, biến đổi hay tạo ra các BDTH. Đặc biệt, trong các giờ luyện tập, thực hành, GV nên chọn một vài bài tập đặc trưng phù hợp để bồi dưỡng năng lực BDTH. Tập trung vào các bài tập yêu cầu bộc lộ khả năng sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... như là một yếu tố quan trọng của lời giải đúng. Qua đó, giúp HS thấy được việc sử dụng các BDTH là một phần không thể tách rời của toán học. GV cần quan tâm, khai thác các sản phẩm học toán của HS có sử dụng BDTH và có thể cho HS giải thích sự lựa chọn của mình; so sánh, đối chiếu, đánh giá các phương án BDTH khác. Bằng cách này, GV có thể thấy sự phát triển các BDTH ở HS, cũng như hiệu quả của các BDTH trong tư duy và giao tiếp toán.

#### **2.2.2.4. Lưu ý khi thực hiện biện pháp**

Cần phải khẳng định rằng, việc HS hiểu và sử dụng đúng các BDTH là tiền đề để HS có kĩ năng tốt trong khai thác và tạo lập các BDTH. Trong DH toán, có nhiều cơ hội để GV vận dụng biện pháp một cách linh hoạt, phù hợp. GV nên bắt đầu bằng những nhiệm vụ đơn giản, dần dần, khi HS quen với việc sử dụng các BDTH và có hứng thú hơn, ta sẽ đưa ra các nhiệm vụ có tính phức hợp, đa dạng.

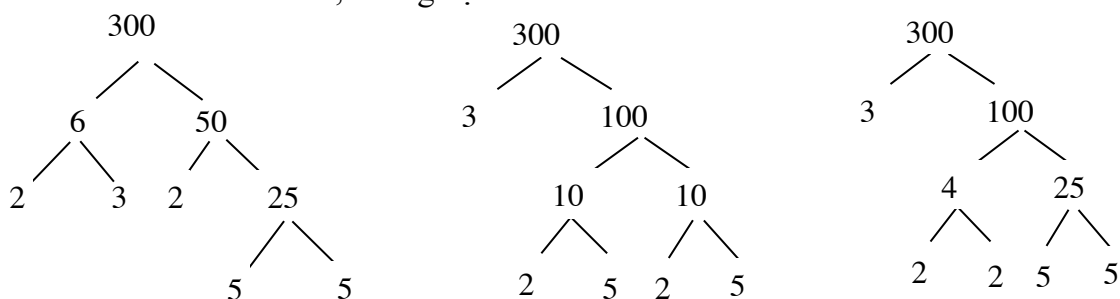
GV cần bám sát mục tiêu bài học để thiết kế các nhiệm vụ học tập, luôn yêu cầu HS có sản phẩm dưới dạng tóm tắt, mô phỏng hay phác thảo, giúp HS bộc lộ khả năng sử dụng các *các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng...* GV nên chuẩn bị

sẵn các gợi ý để giúp HS đỡ lúng túng với kiểu nhiệm vụ này và có thể thao tác được. Hãy để HS tự nhận xét, lựa chọn các BDTH tiêu biểu của 1-2 cá nhân, với cách lí giải hợp lý. Điều này, giúp HS nhận ra điểm mạnh, yếu của mỗi BDTH và quyết định BDTH nào là phù hợp trong mỗi trường hợp... Qua đó học được cách sử dụng hợp lý các BDTH trong từng bối cảnh.

Nên lựa chọn các bài tập toán có thể có nhiều hơn một cách biểu diễn. Những biểu diễn đa dạng do HS tạo ra, sau khi điều chỉnh, bổ sung có thể trở thành nguồn tư liệu cho GV. Trong chương trình toán THCS, có rất nhiều cơ hội để khai thác các bài tập dạng này. Tuy nhiên, trong thực tế, hầu hết GV và HS hài lòng với cách làm như sách hướng dẫn, mà ở đó, thường quá tập trung vào các phép suy luận logic và bỏ lỡ cơ hội bồi dưỡng năng lực BDTH cho HS.

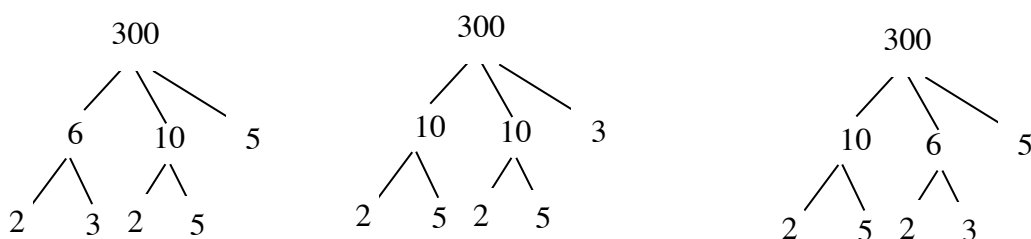
### 2.2.2.5. Ví dụ.

**Ví dụ 2.8.** Viết số 300 dưới dạng một tích của nhiều thừa số lớn hơn 1 (Toán 6, tập 1, tr.48). Ví dụ này minh họa cho việc sử dụng biểu diễn để tìm ra lời giải cho đề bài (*biểu diễn để tư duy*). Cụ thể: Sử dụng sơ đồ cây để phân tích 300 dưới dạng tích hai thừa số lớn hơn 1, chẳng hạn:



Hình 2.6.a

Ngoài ra, HS có thể biến tấu sử dụng theo cách riêng của mình, chẳng hạn:



Hình 2.6.b

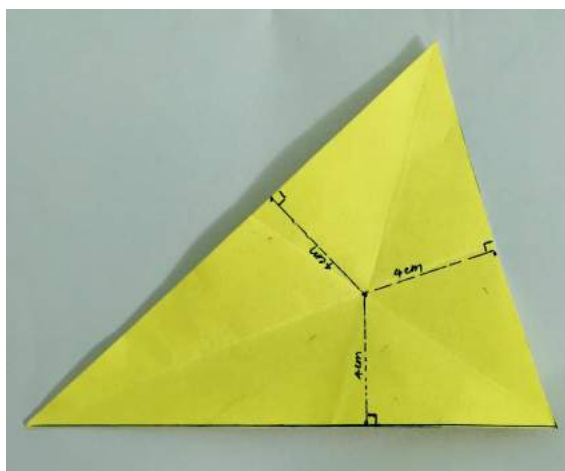
HS sẽ thấy 300 luôn được phân tích thành tích các thừa số nguyên tố: 2, 3, 5.

Từ biểu diễn mà GV (SGK) sử dụng, nên khuyến khích HS biến đổi hay tạo ra BDTH phản ánh được tư duy và nhận thức của mình. Những sơ đồ mô tả một quy trình, một phương pháp hay dùng để tóm tắt, hệ thống hóa kiến thức như: sơ đồ tư duy, sơ đồ cấu trúc cây,...thường được tạo ra theo cách tương tự. Qua đó, HS dần có thói quen sử dụng các sơ đồ, biểu đồ,... để tư duy trong quá trình học tập. Ngoài ra, việc GV chú trọng đến quá trình hình thành giải pháp làm cho hoạt động BDTH thực sự có ý nghĩa hỗ trợ tư duy cho HS.

**Ví dụ 2.9.** Dạy học Định lí: Trong một tam giác, ba đường phân giác cùng đi qua một điểm, điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó. (Toán 7, tập 2, tr.72)  
Có thể tổ chức hoạt động BDTH của HS theo hai quá trình đan xen:

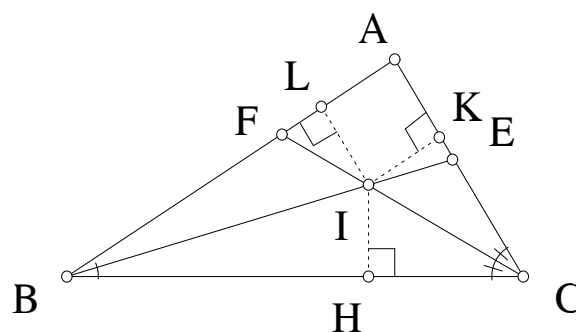
1). *Hình thành định lí: (biểu diễn để tư duy)*

Thực hiện nhiệm vụ: Cắt tam giác, gấp hình xác định 3 đường phân giác của nó và quan sát. Rút ra nhận xét: Ba nếp gấp này cùng đi qua một điểm. Kiểm tra khoảng cách từ điểm đó đến 3 cạnh của tam giác. Dẫn đến định lí: “Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó”



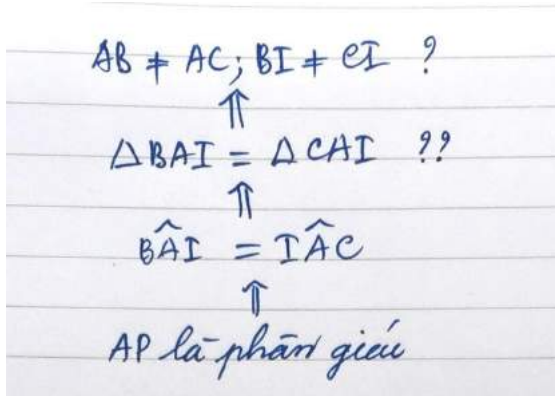
2). *Vẽ hình và ghi GT-KL (tư duy để biểu diễn):* Để chứng minh định lí, HS phải suy nghĩ chuyển các thuật ngữ toán học sang ngôn ngữ hình vẽ, kí hiệu, là điểm tựa cho tìm kiếm giải pháp :

	$\Delta ABC$ : BE là phân giác $\widehat{B}$
GT	CF là phân giác $\widehat{C}$ ; $BE \cap CF = \{I\}$ ; $IH \perp BC$ ; $IK \perp AC$ ; $IL \perp AB$
KL	AI là phân giác $\widehat{A}$ ; $IH = IK = IL$

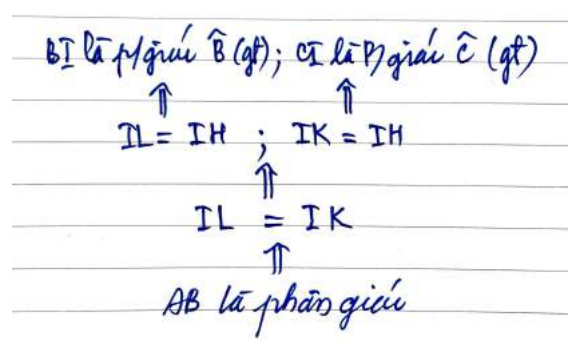


Hình 2.7

3) *Tìm kiếm giải pháp bằng sơ đồ (biểu diễn để tư duy):* HS sử dụng “sơ đồ tìm đoán” để liên kết điều cần chứng minh với những cái đã biết, đã cho trong đề bài.



Sơ đồ 1



Sơ đồ 2

Ở sơ đồ 1, HS đã không tìm được giải pháp khi sử dụng định nghĩa để chứng minh. Điều đó buộc HS phải thay đổi và nghĩ đến việc sử dụng tính chất đường phân giác (sơ đồ 2). Từ đây, những điều kiện đã cho trong đề bài đã trở nên hữu ích và HS tìm được giải pháp cho mình. Sơ đồ này, cùng với hình vẽ minh họa, hỗ trợ tích cực cho HS trong quá trình tư duy.

4) *Trình bày chứng minh (tư duy để biểu diễn)*: Sau khi HS có được “sơ đồ tìm đoán”, HS cần suy nghĩ, sử dụng, sắp xếp hợp lý NNTH và NNTN để trình bày chứng minh một cách rõ ràng, mạch lạc, ngắn gọn, logic. Chẳng hạn:

Ta có:  $IH = IL$  (BI là phân giác  $\hat{B}$ );  $IH = IK$  (CI là phân giác  $\hat{C}$ )

Suy ra:  $IH = IL = IK$  (1) Hay:  $IL = IK \Rightarrow AI$  là phân giác  $\hat{A}$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.

Có thể nói, trong DH hình học, hình vẽ, giả thiết – kết luận và “sơ đồ tìm đoán” là những BDTH quan trọng, có ý nghĩa to lớn trong rèn luyện, bồi dưỡng khả năng phân tích, tổng hợp, chứng minh hình học và phát triển tư duy cho HS.

**Ví dụ 2.10.** (Toán 6). Một cửa hàng bán một số mét vải trong 3 ngày. Ngày thứ nhất bán được  $\frac{3}{5}$  số mét vải; Ngày thứ hai bán  $\frac{2}{7}$  số mét vải còn lại. Ngày thứ ba bán nốt 40 mét vải. Tính tổng số mét vải cửa hàng đã bán.

Yêu cầu: Tóm tắt bài toán, trình bày lời giải.

**Nhận xét:** Khi tóm tắt bài toán, HS phải suy nghĩ, lựa chọn NNTH, các kí hiệu, sơ đồ,... để biểu thị số vải bán được sau mỗi ngày (*tư duy để biểu diễn*). Tùy thuộc vào khả năng lựa chọn, kết hợp các BDTH mà HS có các cách tóm tắt khác nhau (bằng lời, kí hiệu, sơ đồ,...). Từ đó, HS suy nghĩ tìm ra lời giải bài toán.

Sau đây là một số cách tóm tắt và những cách giải khác nhau từ việc khai thác các sơ đồ biểu diễn khác nhau (*biểu diễn để tư duy*)

Tóm tắt 1

Ngày 1: Bán  $\frac{3}{5}$  số mét vải;

Ngày 2: Bán  $\frac{2}{7}$  số vải

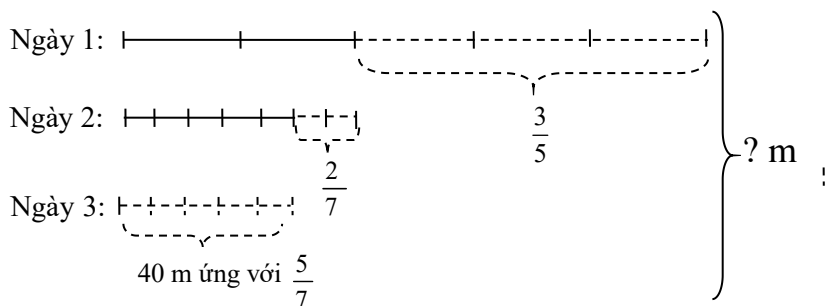
còn lại sau ngày 1;

Ngày 3: Bán nốt 40 mét.

Hỏi: Tổng số mét vải đã bán?

Tóm tắt 2 (hình 2.8.a)

Tóm tắt 3 (hình 2.8.b)



Hình 2.8a

Lời giải: Có nhiều cách lập luận đi đến lời giải, chẳng hạn:

(1) Từ hình 2.8a, có thể đưa ra 2 cách giải:

Cách 1: Ngày thứ 3 có 40 m vải ứng

với  $\frac{5}{7}$  số mét vải của ngày thứ hai.

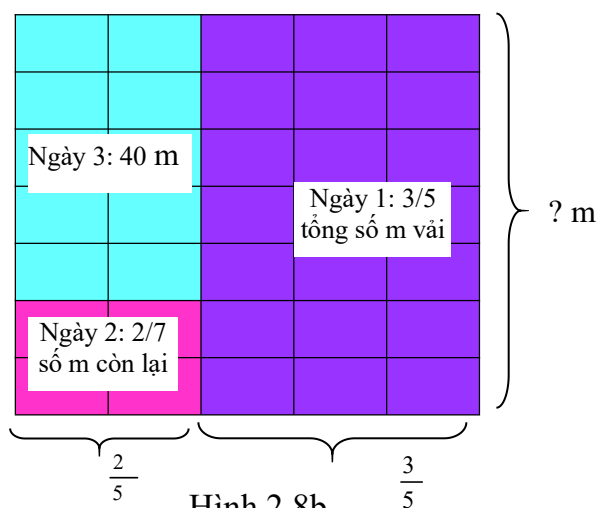
Ngày thứ 2 có số vải là:

$$40 : \frac{5}{7} = 56 \text{ (m);}$$

56 m ứng với  $\frac{2}{5}$  tổng số mét vải.

Vậy tổng số vải là:  $56 : \frac{2}{5} = 140 \text{ (m).}$

Trả lời: Cửa hàng có 140 mét vải



Hình 2.8b

Cách 2: 40 mét vải bán trong ngày thứ 3 ứng với:  $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$  số vải còn lại sau

ngày bán thứ 1, tương ứng với:  $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{7}$  (tổng số mét vải)

Vậy tổng số mét vải là:  $40 : \frac{2}{7} = 140 \text{ (m).}$  Trả lời: Cửa hàng có tổng số 140 mét vải.

(2) Từ hình 2.8b, ta thấy tổng số vải được chia thành 35 phần bằng nhau.

Cách 3: Ngày thứ 3 bán được 40 mét vải ứng với:  $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{35}$  tổng số vải. Vậy tổng

số vải là:  $40 : \frac{10}{35} = 140 \text{ (m).}$  Trả lời: Cửa hàng có tổng số 140 mét vải.

Cách 4: Ban đầu, tổng số mét vải được chia thành 5 phần, sau ngày bán thứ nhất tiếp tục chia thành 7 phần. Như vậy, tổng số mét vải có thể chia thành  $7 \cdot 5 = 35$  phần bằng nhau. Ta có: 40 mét vải bán trong ngày thứ 3 ứng với 10 phần  $\Rightarrow$  mỗi phần

ứng với:  $40:10 = 4$  (m). Vậy tổng số vải là:  $4 \cdot 35 = 140$  (m)

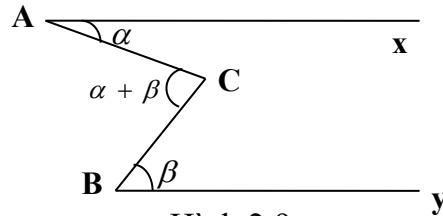
Ví dụ trên cho thấy, cần thiết hình thành cho HS khả năng khai thác BDTH để hiểu sâu hơn về các mối quan hệ toán học, phát triển tư duy, hình thành các phẩm chất trí tuệ: linh hoạt, độc lập, sáng tạo trong quá trình học toán.

**Ví dụ 2.11.** (Toán 7)

Trên hình 2.9a cho biết  $\widehat{xAC} = \alpha$ ;

$\widehat{CBx} = \beta$ ;  $\widehat{ACB} = \alpha + \beta$

Chứng minh rằng  $Ax \parallel By$ .

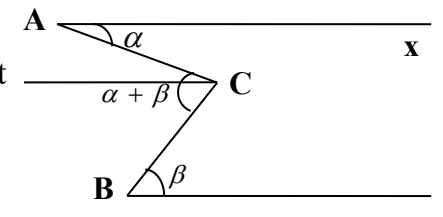


Hình 2.9.a

**Nhận xét:** Bài tập này tạo cơ hội cho HS có cách biểu diễn khác nhau ứng với lời giải khác nhau. Mối quan hệ giữa tư duy và BDTH của HS thể hiện qua các quá trình sau:

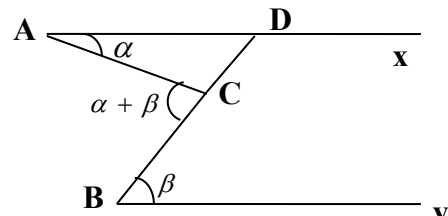
(1). *Tư duy để biểu diễn:* Để chứng minh  $Ax \parallel By$ , HS cần nghĩ đến các điều kiện để 2 đường thẳng song song, xét trong bối cảnh các yếu tố đã cho của đề bài, hướng tới hai con đường:

- Thứ nhất,  $Ax \parallel By$  vì chúng cùng song song với 1 đường thẳng thứ ba. Cách tạo ra đường thẳng thứ ba bằng cách: Qua C kẻ tia Ct:  $\widehat{ACt} = \alpha$  (hình 2.9.b)



Hình 2.9.b

- Thứ hai,  $Ax \parallel By$  khi chúng có cặp góc so le bằng nhau. Cần tạo ra 1 cát tuyến cắt 2 đường thẳng Ax và By, chẳng hạn kéo dài BC cắt Ax tại D (hình 2.9.c)



Hình 2.9.c

(2). *Biểu diễn để tư duy:* Các kết quả biểu diễn ở hình 2.9.b, 2.9.c giúp HS suy nghĩ để chứng minh được bài toán. Cụ thể:

i) Theo hình 2.9.b. Ta có:  $\widehat{ACt} = \widehat{CAx} = \alpha$  nên  $Ax \parallel Ct$  (hai góc so le bằng nhau) (1)

Mặt khác:  $\widehat{BCt} = \widehat{BCA} - \widehat{ACt} = (\alpha + \beta) - \alpha = \beta$  nên:  $\widehat{BCt} = \widehat{CBx} = \beta$

Hay:  $By \parallel Ct$  (hai góc so le trong bằng nhau) (2). Từ (1) và (2) suy ra:  $Ax \parallel By$ .

ii) Theo hình 2.9.c. Xét  $\triangle ACD$  có:  $\widehat{ACD} = 180^\circ - (\widehat{CAx} + \widehat{ADC}) = 180^\circ - (\alpha + \widehat{ADC})$  (1)

Mặt khác:  $\widehat{ACD} = 180^\circ - \widehat{BCA} = 180^\circ - (\alpha + \beta)$  (2).



Từ (1) và (2) suy ra:  $\widehat{ADC} = \beta = \widehat{CBy}$ . Vậy  $Ax \parallel By$  (hai góc so le trong bằng nhau)

Trong cả hai trường hợp, để chứng minh, HS cần xác định và tạo ra các đường phụ, gắn với các yếu tố đã cho và thuận lợi cho giải toán. Việc khai thác các bài toán hình học cần vẽ thêm đường phụ trong chứng minh là một cách hiệu quả để HS rèn luyện khả năng tạo ra các BDTH thuận lợi cho nhận thức, cho tư duy hình học nói riêng và tư duy toán học nói chung.

### **2.3. Nhóm biện pháp 2: Các biện pháp bồi dưỡng năng lực GTTH**

**2.3.1. Biện pháp 2.1:** Tăng cường các hoạt động nghe hiểu, đọc hiểu (các văn bản, mô hình, sơ đồ, hình vẽ,..) và ghi chép (nội dung nghe hiểu, đọc hiểu) bằng NNTH trong DH môn toán

#### **2.3.1.1. Mục đích của biện pháp**

Biện pháp này nhằm trang bị cho HS những kỹ năng khi nghe toán, đọc toán và ghi chép các nội dung toán học dưới nhiều hình thức, nhằm khuyến khích HS trình bày, lắng nghe, đánh giá, nhận xét bằng NNTH. Qua đó, rèn luyện cho HS khả năng nghe hiểu, đọc hiểu, ghi chép và trình bày bằng NNTH một cách ngắn gọn, khoa học, chính xác nhằm đạt được sự hiểu biết chung về NNTH. Đồng thời giúp HS hiểu biết về các yếu tố giao tiếp trong lớp học toán (môi trường giao tiếp, nhân vật giao tiếp, nội dung giao tiếp và mục đích giao tiếp), có tư duy toán học mạch lạc, rõ ràng, tạo tiền đề cho học tập và giao tiếp hiệu quả.

#### **2.3.1.2. Cơ sở khoa học của biện pháp**

Theo Nguyễn Hữu Châu, sự hạn chế của các kỹ năng nói, viết, nghe và đọc là các rào cản giao tiếp [14, tr.154], ảnh hưởng đến hiệu quả giao tiếp. Ở đây, nghe hiểu, đọc hiểu còn cần được xét đến trong khi: nghe/ đọc một yêu cầu nhiệm vụ gắn với những tình huống học tập cụ thể, nghe/ đọc phần trình bày, giải thích, lập luận, chứng minh của bạn, của thầy,... để trao đổi, thảo luận, để luyện tập, thực hành,... Như vậy, dưới góc độ giao tiếp, có thể xem nghe hiểu, đọc hiểu, quan sát và ghi chép vừa là các hành động giao tiếp, vừa là biện pháp hình thành các kỹ năng giao tiếp góp phần giao tiếp hiệu quả.

Biện pháp này tập trung hình thành và củng cố cho HS thành tố thứ nhất và tạo tiền đề cho các thành tố còn lại của năng lực GTTH.

### **2.3.1.3. Cách tiến hành thực hiện biện pháp**

#### **a. Tổ chức luyện tập các hoạt động thực hành nghe hiểu và ghi chép**

Ở Tiểu học, HS bước đầu đã có kỹ năng nghe và ghi chép nhưng ở phạm vi và mức độ đơn giản. Phần lớn nội dung cần ghi, GV sẽ đọc chậm cho HS ghi hoặc nhìn theo chữ viết của GV trên bảng. Ở THCS, yêu cầu học tập đặt ra cho HS cần có kỹ năng nghe hiểu và ghi chép một cách thành thạo, cần được thực hành, luyện tập một cách có ý thức, trở thành một kỹ năng cơ bản để học tập.

Ở giai đoạn đầu thực hành nghe hiểu và ghi chép, GV nên đưa ra những thông báo ngắn, các thông tin toán học khá tường minh, cô đọng, dễ hiểu với HS, bằng lời nói rõ ràng, mạch lạc. GV yêu cầu HS tập trung để lắng nghe, suy nghĩ đến những điều nghe được, ghi lại những ý quan trọng, cần thiết. Dần dần, độ dài và độ khó của vấn đề được nâng lên, đòi hỏi HS phải tập trung nghe và phát hiện ra các “từ khóa” để tóm tắt được ý chính, xử lý thông tin để ghi chép hoặc đưa ra câu trả lời phù hợp. HS cần có thói quen đặt ra câu hỏi nhằm làm rõ nghĩa khi “nghe toán”, hạn chế khả năng hiểu nhầm, hiểu sai những gì nghe được. GV cũng luôn đưa ra câu hỏi: “Có em nào hỏi gì nữa không? Có còn ý nào cần làm rõ?” sau mỗi thông điệp của mình. Khi HS biết cách nghe hiểu và ghi chép, HS cũng có kỹ năng hiểu được ý tưởng của người khác, kỹ năng hỏi, thảo luận để tìm ra tiếng nói chung, tìm ra chân lý.

Việc thực hành nghe hiểu và ghi chép được thực hiện trên lớp học, trong tất cả các khâu của quá trình học tập như: Tạo tiền đề xuất phát, hướng đích, làm việc với nội dung mới, củng cố, luyện tập,...

#### **b. Tổ chức luyện tập những hoạt động thực hành đọc hiểu và ghi chép**

Thực hành đọc hiểu và ghi chép cũng cần được thực hiện từ đơn giản, đến phức tạp. *Ban đầu*, tập cho HS cách đọc hiểu một nội dung đơn giản khi nhận dạng và thể hiện khái niệm. *Tiếp theo*, luyện tập cho HS cách đọc hiểu một nội dung nhiệm vụ, một yêu cầu của bài tập, ghi chép dưới dạng tóm tắt và lí giải sản phẩm “tóm tắt” của mình. GV yêu cầu HS đọc và giải thích các bước biến đổi của lời giải bài tập toán, của một chứng minh hay một quy tắc, phương pháp (nâng dần từ các văn bản ngắn, các biến đổi đơn giản đến những lời giải dài, biến đổi phức

tạp). GV cần quan tâm hình thành cho HS kỹ năng đọc hiểu một tri thức phương pháp để tự mình rút ra một qui tắc, phương pháp hay một nhận định, đánh giá có tính khái quát hóa, có tính qui luật. Khi kỹ năng đọc hiểu và ghi chép đạt đến một mức độ thành thạo nhất định, GV có thể yêu cầu HS đọc hiểu một chuyên đề, một cụm bài,... hình thành khả năng tự học, tự lực tiếp cận kiến thức cho HS, hướng tới mục tiêu học tập suốt đời.

Việc luyện tập kỹ năng đọc hiểu và ghi chép có thể yêu cầu HS thực hiện ở nhà, trong quá trình tự học. Ở trên lớp, GV tập trung vào kiểm tra, chỉnh sửa, hướng dẫn và giúp đỡ HS dựa trên các báo cáo kết quả, sản phẩm của HS.

***c. Tổ chức các hoạt động học tập hình thành cho HS kỹ năng trình bày (nói và viết) bằng NNTH một cách chính xác, hiệu quả.***

Trong thực tế, những kỹ năng *nghe hiểu và ghi chép, đọc hiểu và ghi chép* luôn thống nhất với nhau, hòa quyện và hỗ trợ nhau, trở thành kỹ năng nền tảng cho khả năng GTTH một cách chính xác, hiệu quả cho HS.

Kỹ năng trình bày (nói và viết) bằng NNTH được hình thành và phát triển khi HS thực hiện những nhiệm vụ học tập tổng hợp (theo nghĩa cần phối hợp các kỹ năng trên) và cũng cần được luyện tập theo các mức độ nâng dần từ đơn giản đến phức tạp.

Ngay trong quá trình hình thành và luyện tập các kỹ năng *nghe hiểu và ghi chép, đọc hiểu và ghi chép*, khi GV yêu cầu HS giải thích cho những điều HS rút ra từ nghe, từ đọc đã là những cơ hội hình thành và rèn luyện cho HS kỹ năng “nói toán”. Việc được nhận xét, điều chỉnh, bổ sung cho các bản “ghi chép” sau khi nghe, đọc về toán cũng là quá trình hiệu quả để cho HS có kỹ năng “viết toán” chính xác, rõ ràng.

Có nhiều cơ hội để GV rèn luyện khả năng trình bày (nói và viết) cho HS như: thông qua những yêu cầu trình bày ngắn, khi HS lên bảng giải bài tập, qua kiểm tra miệng hàng ngày, trong những bài kiểm tra 10-15 phút nhằm hình thành kỹ năng “nói toán” cho HS. GV có thể lựa chọn các vấn đề có một, hai bước biến đổi ngắn. Nhiệm vụ nên đưa ra ở dạng tóm tắt, sơ đồ, hình vẽ,.. sao cho các yếu tố đã cho, đã biết và phải tìm tương đối tường minh. Cần dành cho HS ít phút suy nghĩ

để trả lời miệng.

Ngoài ra, các câu hỏi ngắn, phản hồi tức thì về kiến thức lí thuyết hay các bài tập vận dụng đơn giản, các bài toán đố, xét tính đúng, sai... có tác dụng tập luyện cho HS sự nhanh trí, linh hoạt trong tư duy và ngôn ngữ, là cơ hội để rèn HS nói toán lưu loát, mạch lạc.

#### **2.3.1.4. Những lưu ý khi thực hiện biện pháp**

Quá trình hình thành và luyện tập các kĩ năng nói trên cho HS cần được thực hiện một cách liên tục, vững chắc, không vội vàng, nôn nóng, đốt cháy giai đoạn, đồng thời cũng không buông lỏng, chủ quan mà không giám sát, hướng dẫn, uốn nắn thường xuyên. Bởi cùng với quá trình học tập, sự mở rộng các khái niệm luôn đi kèm với sự mở rộng vốn từ cũng như mở rộng phạm vi và đối tượng áp dụng những kiến thức, kĩ năng toán học trong học tập, trong cuộc sống. Việc sử dụng NNTH trong nói và viết một cách chính xác, ngắn gọn, tự bản thân nó, cũng đặt ra những yêu cầu ngày càng cao đối với người học. Do đó, việc học, luyện tập, thực hành vận dụng luôn là một chu trình liên tục, khép kín theo hướng ngày càng sâu sắc, phong phú hơn.

Trong DH nói chung và dạy học GTTH nói riêng, đòi hỏi GV phải kiên nhẫn, tập trung, vận dụng linh hoạt và mềm dẻo các phương pháp và kĩ thuật DH. Đặc biệt, lời nói, chữ viết của GV cũng cần luôn chính xác, rõ ràng, mạch lạc, ngắn gọn, súc tích, truyền cảm, đạt tới những chuẩn mực để HS noi theo.

Qua các hoạt động rèn kĩ năng nghe, đọc, viết trong lớp học toán, GV cũng ngầm hình thành ở HS sự hiểu biết về mỗi nhân vật giao tiếp (GV và các HS), về môi trường giao tiếp, về thói quen, những điểm mạnh, điểm yếu trong sử dụng ngôn ngữ (nói và viết) của từng HS để phát huy hay sửa đổi.

GV cũng cần hiểu sâu sắc chương trình, SGK môn toán, khai thác triệt để các nhiệm vụ, tình huống trong SGK. Đây có thể xem là nguồn ngữ liệu phong phú, kết tinh các giá trị cả về nội dung và phương pháp, giúp GV DH hiệu quả, đặc biệt là trong quá trình hình thành khả năng trình bày bằng NNTH cho HS.

#### **2.3.1.5. Ví dụ**

a) Tổ chức luyện tập các hoạt động thực hành nghe hiểu và ghi chép

Trong tổ chức rèn luyện cho HS các kỹ năng GTTH, đôi khi cần tập trung vào những hoạt động có tính cô lập để rèn một kỹ năng cụ thể.

Trong các giờ học kiến thức mới có nhiều cơ hội rèn kỹ năng nghe hiểu và ghi chép, GV nên lựa chọn một nội dung toán học tương đối đơn giản để tổ chức DH thông qua nghe hiểu và ghi chép cho HS

**Ví dụ 2.12.** DH quy tắc chia hai lũy thừa cùng cơ số (Toán 6, tập 1, tr29)

Khi hình thành quy tắc chia hai lũy thừa cùng cơ số, GV có thể luyện tập kỹ năng nghe hiểu và ghi chép bằng cách yêu cầu HS chú ý lắng nghe, trả lời các câu hỏi và ghi lại những nội dung chính. GV cần hỏi mạch lạc, rõ ràng, nhấn giọng có chủ ý để hướng sự tập trung của HS vào các yếu tố quan trọng. GV ghi tóm tắt các câu trả lời đúng của HS tạo thành nội dung ghi bảng, ngầm xem như một thao tác mẫu cho HS về nghe và ghi chép.

GV	HS	Nội dung ghi bảng
(1) Hãy nêu quy tắc nhân hai lũy thừa cùng cơ số; Áp dụng tính: $5^4 \cdot 5^3 = ?$	“Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ”; $5^4 \cdot 5^3 = 5^7$ .	Ghi ra góc bảng: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ( $a \neq 0$ ) $5^4 \cdot 5^3 = 5^7$ .
(2) Xét các ví dụ: a. Ta đã biết: $5^4 \cdot 5^3 = 5^7$ , hãy suy ra: $5^7 : 5^4 = ?$ ; $5^7 : 5^3 = ?$ .	$5^7 : 5^4 = 5^4$ ; $5^7 : 5^3 = 5^3$	Ví dụ: a. Từ: $5^4 \cdot 5^3 = 5^7$ Suy ra: $5^7 : 5^4 = 5^4$ ; $5^7 : 5^3 = 5^3$
b. Tương tự, ta đã biết: $a^4 \cdot a^5 = a^9$ với $a \neq 0$ . Suy ra: $a^9 : a^5 = ?$ $a^9 : a^4 = ?$	$a^9 : a^5 = a^4$ ; $a^9 : a^4 = a^5$ ( $a \neq 0$ )	b. Từ: $a^4 \cdot a^5 = a^9$ với $a \neq 0$ . Suy ra: $a^9 : a^5 = a^4$ ; $a^9 : a^4 = a^5$ ( $a \neq 0$ )
(3) Dự đoán: Với $m > n$ : $a^m$ chia cho $a^n$ bằng bao nhiêu? Điều kiện cho cơ số $a$ là gì?	Với $m > n$ : $a^m : a^n = a^{m-n}$ ( $a \neq 0$ )	Tổng quát: Với $m > n$ : $a^m : a^n = a^{m-n}$ ( $a \neq 0$ )
(4) Khi $m = n$ : $a^m$ chia cho $a^n$ bằng bao nhiêu?	Khi $m = n$ : $a^m : a^n = a^m : a^m = 1$ ( $a \neq 0$ ) $a^m : a^m = a^{m-m} =$	Qui ước: $a^0 = 1$ ( $a \neq 0$ )

	$a^0(a \neq 0)$	
(5) Nêu qui tắc tổng quát $a^m : a^n = ?$ ( Lưu ý điều kiện cho cơ số và số mũ)	$a^m : a^n = a^{m-n}$ ( $a \neq 0; m \geq n$ )	Tổng quát: $a^m : a^n = a^{m-n}$ ( $a \neq 0; m \geq n$ )
(6) Muốn chia hai lũy thừa cùng cơ số ta làm thế nào?	Muốn chia hai lũy thừa cùng cơ số (khác 0) ta giữ nguyên cơ số, và trừ các số mũ	Chú ý: (SGK)

Kết thúc quá trình trên, GV cần quan sát một lượt cách HS đã nghe và ghi vở để chỉnh sửa, bổ sung, khen ngợi và rút kinh nghiệm. Quá trình này nếu được GV sử dụng hợp lí trong mỗi giờ lên lớp, HS sẽ sớm học được kĩ năng nghe hiểu và ghi chép các nội dung toán học.

Trong luyện tập, củng cố, GV nên tăng cường đặt câu hỏi, bài tập ngắn, yêu cầu HS lắng nghe và trả lời (bằng nói hay viết). Bằng cách này, GV vừa nhận được phản hồi nhanh, vừa kiểm tra được nhiều đối tượng, đồng thời tạo thói quen cho HS tập trung, tích cực lắng nghe trong lớp học toán.

**Ví dụ 2.13.** DH luyện tập về dấu hiệu chia hết cho 3, cho 9 (Toán 6, tập 1, tr.39). GV đọc và yêu cầu HS nghe và xác định các câu sau đúng hay sai

- Một số chia hết cho 9 thì chia hết cho 3
- Một số chia hết cho 3 thì chia hết cho 9
- Một số chia hết cho 15 thì chia hết cho 3
- Một số chia hết cho 45 thì chia hết cho 9

Tùy theo đối tượng HS, GV có thể đọc và cho HS trả lời theo từng ý hoặc đọc cả 4 ý để HS nghe và trả lời. Dần dần, ta có thể nâng dần độ khó của việc nghe toán. Chẳng hạn, không chỉ dừng lại ở câu trả lời đúng/sai, có/không mà HS còn phải lập luận, giải thích cho câu trả lời của mình.

**Ví dụ 2.14.** Hãy vận dụng quy tắc  $a^m : a^n = a^{m-n}$  ( $a \neq 0; m \geq n$ ) để giải thích cho quy ước:  $a^0 = 1$  ( $a \neq 0$ ) ?.

Ở ví dụ này, HS cần lí giải bằng suy luận toán học:

Khi  $m = n$ , theo qui tắc chia hai lũy thừa cùng cơ số, ta có:  $a^m : a^n = a^{m-n} = a^0$ .

Mặt khác: Vì  $m = n$  nên  $a^m : a^n = a^m : a^m = 1$ . Vậy:  $a^0 = 1$  ( $a \neq 0$ )”

GV cũng có thể khai thác các bài tập tìm sai lầm trong lời giải để rèn HS kỹ năng nghe hiểu toán một cách tự nhiên, gần gũi.

**Ví dụ 2.15.**

a. “Một con chuột nặng 30g còn một con voi nặng 5 tấn. Tỉ số giữa khối lượng của chuột và khối lượng của voi là  $\frac{30}{5} = 6$ , nghĩa là một con chuột nặng bằng 6 con voi! Em có tin như vậy không? Sai lầm là ở chỗ nào?” (Toán 6, tập 1, tr.58)

b. Bạn Nam nói: “Có thể vẽ được một tam giác có trọng tâm ở bên ngoài tam giác” bạn Nam nói đúng hay sai? Tại sao? (Toán 7, tập 2, tr.87).

**Nhận xét:** HS cần lắng nghe, tìm ra mâu thuẫn và nguyên nhân của nó. Qua đó, rèn cho HS khả năng tập trung và suy nghĩ khi nghe, vận dụng kiến thức có liên quan để đối chiếu, lập luận, giải thích.

*Một số lưu ý khi GV tổ chức các hoạt động DH qua nghe hiểu và ghi chép*

Trước mỗi hoạt động nghe hiểu và ghi chép, GV cần nêu rõ yêu cầu để HS chủ động lắng nghe, ghi chép, suy nghĩ và phản hồi. Mỗi HS cần tự ghi tóm tắt các nội dung quan trọng vào giấy nháp (GV có thể kiểm tra và sửa lỗi). GV chính xác hóa kiến thức bằng lời nói và chữ viết trên bảng; HS kết hợp nghe, đọc và ghi lại vào vở học của mình.

*b. Tổ chức cho HS luyện tập những hoạt động thực hành đọc hiểu và ghi chép*

Trong quá trình DH môn toán, có nhiều cơ hội để tổ chức các hoạt động rèn luyện cho HS kỹ năng đọc hiểu và ghi chép tóm tắt những điều đã đọc được.

Trong SGK toán lớp 6, lớp 7, có nhiều nội dung được thiết kế cho HS hoàn toàn có thể đọc hiểu và thực hiện theo các chỉ dẫn để hình thành kiến thức mới cũng như củng cố, luyện tập. GV cần tận dụng các cơ hội này để rèn cho HS kỹ năng đọc hiểu và ghi chép, không chỉ nhằm hình thành năng lực GTTH mà còn tạo nên thói quen đọc sách để tìm hiểu toán, là tiền đề hình thành, phát triển năng lực tự học cho HS.

**Ví dụ 2.16.** DH qui tắc cộng hai phân số cùng mẫu (Toán 6, tập 2, tr.25).

GV tổ chức cho HS thực hiện các nhiệm vụ sau:

a. Hãy **đọc** và **nhận xét** về cách thực hiện phép tính sau:

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}; \quad \frac{-3}{8} + \frac{-2}{8} = \frac{(-3)+(-2)}{8} = \frac{-5}{8}; \quad \frac{-3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{-3+1}{5} = \frac{-2}{5}$$

b. **Qui tắc:** Muốn cộng hai phân số cùng mẫu, ta cộng các tử và giữ nguyên

mẫu.  $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$

c. Áp dụng thực hiện cộng các phân số sau:

$$\frac{5}{14} + \frac{3}{14}; \quad \frac{1}{7} + \frac{-4}{7}; \quad \frac{-7}{24} + \frac{-15}{24}; \quad \frac{-2}{13} + \frac{7}{13}; \quad \frac{2}{33} + \frac{7}{-33};$$

d. Tại sao ta có thể nói: Cộng hai số nguyên là trường hợp riêng của cộng hai phân số? Cho ví dụ.

**Nhận xét:** Cần lưu ý tính vừa sức trong mỗi nhiệm vụ đọc hiểu. Ở đây, nội dung nhiệm vụ khá quen thuộc với kiến thức đã biết ở tiểu học nên HS hoàn toàn có thể đọc hiểu và hoàn thành nhiệm vụ. Mặc dù hình thức của qui tắc không thay đổi, nhưng nội dung đã có sự mở rộng (tử và mẫu của phân số là các số nguyên). Do đó, cần lưu ý sự khác biệt khi vận dụng thực hành trong các trường hợp cụ thể.

Trong DH hình học, có rất nhiều bài tập dạng đọc hình, xem hình để trả lời câu hỏi. Cần tận dụng các bài tập dạng này để hình thành cho HS khả năng nhận dạng và thể hiện các đối tượng và quan hệ hình học.

**Ví dụ 2.17.** Sử dụng 2 mảnh bìa như nhau. Trên mỗi mảnh bìa có vẽ cùng 1 đoạn thẳng AB (bằng nhau) sao cho chỉ một hình có điểm M thuộc AB, điểm K và H không thuộc AB.

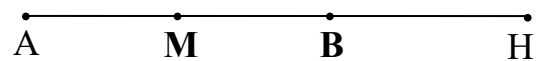
Nhóm 1 có mảnh bìa có hình vẽ đoạn thẳng AB, các điểm M, H, K (hình 2.10a);

Nhóm 2 có mảnh bìa chỉ có đoạn thẳng AB, không có điểm M, H, K (hình 2.10b)

**Yêu cầu:** Nhóm 1 viết một thông báo gửi

cho nhóm 2. Theo thông báo này, nhóm 2 có thể xác định đúng vị trí của điểm M, H, K trên mảnh bìa, sao cho khi chồng khít 2 mảnh bìa lên nhau thì 3 điểm M, H, K tương ứng trùng nhau.

K•



Hình 2.10a



Hình 2.10b



**Nhận xét:** Ở bài tập này, HS phải đọc hình, sử dụng NNTH để mô tả chính xác vị trí của các điểm trên hình dưới dạng một văn bản. Văn bản này phải chính xác, đầy đủ, chặt chẽ và đơn nghĩa. Cả 2 nhóm đều phải thể hiện kỹ năng “đọc hiểu và ghi chép” nội dung toán học (“ghi chép” những điều đã đọc hiểu dưới các dạng khác nhau của NNTH). HS không chỉ “đọc” theo nghĩa thông thường mà phải sử dụng các kiến thức, kỹ năng toán học đã biết (các kiến thức về quan hệ giữa các điểm thuộc và không thuộc một đoạn thẳng, kỹ năng đo, xác định khoảng cách giữa các điểm,...) để ra thông báo (nhóm 1) hoặc thực hiện theo thông báo (nhóm 2).

Trong luyện tập thực hành có nhiều cơ hội để hình thành và phát triển khả năng đọc hiểu và ghi chép cho HS. Khai thác tốt các hợp đồng học tập, các nhiệm vụ có hướng dẫn,... là biện pháp hiệu quả để HS rèn luyện kỹ năng đọc hiểu và ghi chép.

**Ví dụ 2.18.** Hợp đồng: Luyện tập: Phép chia hai lũy thừa cùng cơ số (Toán 6)

*Nhiệm vụ 1.* Hoàn thiện các công thức: a)  $a^0 = \dots$ ; b)  $a^m : a^n = \dots$

*Nhiệm vụ 2.* Viết kết quả phép tính dưới dạng một lũy thừa

a)  $10^7 : 10^2 = \dots$       b)  $7^4 : 7^4 = \dots$       c)  $a^5 : a = \dots$       ( $a \neq 0$ )

*Nhiệm vụ 3.* Tính bằng 2 cách:

a)  $2^{10} : 2^8 = \dots$

b)  $4^6 : 4^3 = \dots$

*Nhiệm vụ 4.*

4.1. Điền Đ (đúng) hoặc S (sai) vào :

a)  $3^3 \cdot 3^4$  bằng:  $3^{12}$   ;  $9^{12}$   ;  $3^7$   ;  $6^7$

b)  $5^5 : 5$  bằng:  $5^5$   ;  $5^4$   ;  $5^3$   ;  $1^4$

c)  $2^3 \cdot 4^2$  bằng:  $8^6$   ;  $6^5$   ;  $2^7$   ;  $2^6$

4.2. Theo em, nguyên nhân nào dẫn đến mỗi kết quả sai trên ?

*Nhiệm vụ 5.* Viết theo mẫu:  $987 = 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$ .

a)  $2564 = \dots$ ;      b)  $\overline{abcde} = \dots$

*Nhiệm vụ 6.* Với mọi  $n \in \mathbf{N}^*$ , tìm c biết: a)  $c^n = 1$ ;      b)  $c^n = 0$

*Nhiệm vụ 7.* Trong hộp có nhiều thẻ giấy màu. Trên các thẻ giấy ghi 1 số, 1 chữ cái, 1 từ, 1 cụm từ hoặc các dấu phép tính. Hãy nhanh tay tìm và ghép chúng lại để được một biểu thức hoặc một phát biểu đúng.

Lưu ý: Các thẻ giấy trong nhiệm vụ 7 liên quan đến kiến thức về phép chia hai lũy thừa cùng cơ số (có thể là công thức, các tính chất, phép tính,...dưới dạng các kí hiệu, thuật ngữ toán học)

Trên cơ sở các nhiệm vụ được lựa chọn theo mục tiêu và nội dung DH, GV tổ chức cho HS thực hiện hợp đồng, cần tính đến các yếu tố về thời gian hoàn thành, thời điểm đưa ra hợp đồng, đối tượng HS, các cơ hội cho HS lựa chọn, sự hỗ trợ của GV cũng như những gợi ý, hướng dẫn (nếu cần).

Trong hợp đồng, trật tự các kí hiệu đã được thiết lập, thống nhất về cách đọc hiểu NNTH, HS phải diễn tả mỗi bước biến đổi, giải thích được căn cứ của chúng (bằng lời) và sử dụng đúng các kí hiệu toán học để mô tả chúng (bằng viết). Đây là cơ hội tốt để rèn khả năng sử dụng NNTH cho HS.

Có thể nói, hợp đồng học tập có nhiều cơ hội để HS bộc lộ và rèn luyện khả năng đọc hiểu và sử dụng NNTH. Khi HS đã quen dần với các hợp đồng học tập, việc hiểu và biểu đạt các nội dung thông qua các kí hiệu và biểu tượng cũng được HS tiếp nhận nhanh chóng, dần thành thạo và hứng thú hơn trong học tập. Khi những hoạt động GTTH được chú trọng đúng mức và được thực hiện thường xuyên, sẽ góp phần nâng cao chất lượng học tập của HS, không chỉ thông qua học theo hợp đồng mà ngay cả trong các hoạt động DH thông thường.

*Những lưu ý khi cho GV khi tổ chức dạy học qua đọc hiểu và ghi chép*

Mỗi khi kết thúc nhiệm vụ học tập, GV nên yêu cầu một vài HS nêu tóm tắt kết quả. GV ghi lại cho mọi HS quan sát như một lần tư duy để sắp xếp, ghi nhớ. GV chính xác hóa kiến thức bằng lời nói và chữ viết trên bảng, HS vừa nghe, đọc và ghi vào vở học của mình.

*c. Tổ chức các hoạt động hình thành cho HS kĩ năng trình bày (nói và viết) bằng NNTH một cách chính xác, hiệu quả.*

Kĩ năng trình bày toán được hình thành trong mỗi khâu của quá trình DH, là kết quả của các hoạt động nói trên. Những bài tập ngắn, lên bảng trình bày hay kiểm tra viết trong 10-15 phút là những cơ hội để rèn cho HS kĩ năng trình bày bằng NNTH. Ngoài ra, GV cần quan tâm khai thác các “bài tập giải miệng”, đây là “những câu hỏi hoặc những bài toán đơn giản, đòi hỏi HS phải trả lời miệng sau một thời gian suy nghĩ tương đối ngắn” [13, tr.160]. Đối với HS THCS, đặc biệt là HS các lớp đầu cấp, “bài tập miệng” có một vị trí quan trọng trong DH toán.

**Ví dụ 2.19.** Liệt kê và tính tổng tất cả các số nguyên x thỏa mãn (*Toán 6, tập 2, tr.99*):

a)  $-8 < x < 8$

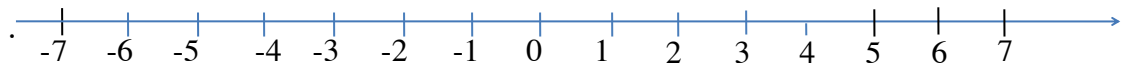
b)  $-6 < x < 4$

Giải: HS có thể vận dụng cách bài toán cộng 100 số tự nhiên đầu tiên ở Tiểu học để nhóm đôi một các số bé nhất cộng với số lớn nhất:

a.  $(-7) + (-6) + \dots + 6 + 7 = (-7+7) + (-6+6) + \dots = 0$

b.  $(-5) + (-4) + \dots + 2 + 3 = (-5) + (-4) + (-3 + 3) + (-2 + 2) + (-1 + 1) = -9$

Hoặc GV vẽ 1 trục số biểu diễn các số nguyên x để HS quan sát, tìm ra câu trả lời miệng (hình 2.11)



Hình 2.11

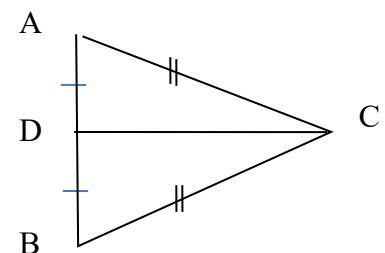
**Ví dụ 2.20.** (*Toán 7*)

Cho hình 2.12, biết D là trung điểm của AB,  $AC = BC$ . Chứng minh:  $\triangle ADC = \triangle BDC$ .

Ở bài tập này, HS có thể giải miệng theo nhiều cách. Chẳng hạn: HS quan sát hình vẽ nhận ra:

$\triangle ADC$  và  $\triangle BDC$  có:  $AD = BD$  (gt); Vì  $AC = BC$  (gt); DC chung.

Vậy:  $\triangle ADC = \triangle BDC$  (c.c.c)



Hình 2.12

**Ví dụ 2.21.** Hạnh và Vân định làm mứt dẻo từ 2,5 kg dâu. Theo công thức cứ 2 kg dâu thì cần 3 kg đường. Hạnh bảo cần 3,75 kg đường còn Vân bảo cần 3,25 kg.

Theo bạn, ai đúng và vì sao? (*Toán 7, tập 1, tr56*)

GV: Yêu cầu HS đọc đề bài, tóm tắt và nêu mối quan hệ giữa các đại lượng?

HS: Tóm tắt: 2 kg dâu cần: 3 kg đường.

2,5 kg dâu cần: x kg đường.

Khối lượng dâu và khối lượng đường có quan hệ tỉ lệ thuận với nhau

GV: Hãy tìm câu trả lời cho bài toán?

HS: Gọi x (kg) là lượng đường cần cho 2, 5 kg dâu

Vì khối lượng dâu và đường là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có:

$$\frac{2}{2,5} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 2,5}{2} = 3,75 \text{ (kg)}. \text{ Trả lời: Bạn Hạnh nói đúng.}$$

Tóm lại, bài tập giải miệng nên được sử dụng thường xuyên trong mỗi giờ học toán. Qua việc trả lời miệng của HS, GV nắm được phản hồi về nội dung bài học, rèn cho HS phản ứng giao tiếp nhanh, ngắn gọn, rõ ràng, hình thành khả năng nói toán lưu loát, diễn đạt mạch lạc, biết tự điều chỉnh ngay trong quá trình GTTH.

**2.3.2. Biện pháp 2.2.** *Hướng dẫn HS tạo lập các ngôn phẩm nói hoặc viết toán trong DH khái niệm, định lí, qui tắc và phương pháp toán học.*

### **2.3.2.1. Mục đích của biện pháp**

Nhằm giúp HS hình thành được văn bản nói và viết toán, hiểu đúng nghĩa của các từ, các kí hiệu toán học, nắm vững từ vựng, cú pháp, ngữ nghĩa của NNTH trong mối quan hệ mật thiết với NNTN, biết sử dụng NNTH một cách chính xác, chặt chẽ, logic, hướng tới sự diễn đạt rõ ràng, ngắn gọn, dễ hiểu.

### **2.3.2.2. Cơ sở khoa học của biện pháp**

Trong DH môn toán, trước hết cần quan tâm đến việc hình thành và tập luyện việc sử dụng NNTH trong quá trình DH khái niệm bằng các hoạt động GTTH. Từ đó, tạo tiền đề về NNTH cho HS theo cả hai hướng: sự gia tăng vốn từ và chính xác hóa vốn từ vựng, làm cho vốn từ tăng lên cả về ý nghĩa và số lượng thông qua các tình huống DH điển hình trong môn toán. Biện pháp này hình thành cho HS thành tố thứ hai của năng lực GTTH.

### 2.3.2.3. Cách tiến hành thực hiện biện pháp

(1) Hình thành vốn từ và khả năng làm chủ vốn từ vựng toán học trong mối quan hệ chặt chẽ với NNTN cho HS khi DH khái niệm toán học.

Việc nắm vững các thuật ngữ và kí hiệu toán học không thể xem là việc học thuộc một cách đơn giản các thuật ngữ và kí hiệu đó, mà là điều kiện quan trọng của sự khái quát hóa đúng đắn, của sự nắm vững các khái niệm toán học, phát triển tư duy và ngôn ngữ chính xác [13, tr.129, tr.33]. Bởi vậy, GV cần chú ý:

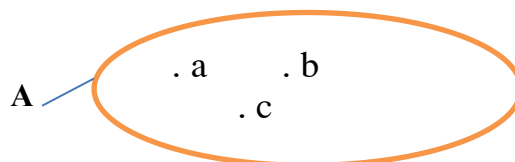
a. Trước hết, GV cần phải hiểu rõ vốn từ vựng, vốn kí hiệu toán học của HS. Trước mỗi giờ học, GV cần xác định những thuật ngữ và kí hiệu mới trong bài.

**Ví dụ 2.22.** DH bài “Tập hợp” (Toán 6, tập 1, tr.4)

*Thuật ngữ mới:* Tập hợp, phần tử của tập hợp; thuộc; không thuộc

*Kí hiệu mới:*  $A = \{ a, b, c \}$ ;  $a \in A$ ;  $d \notin A$

*Biểu đồ mới:* “một vòng kín” (hình 2.13)



Hình 2.13

b. Chú trọng hoạt động GTTH trong các bước của DH khái niệm:

*Bước 1:* GV cần tạo ra ngữ cảnh (mô tả bằng lời, bằng hình ảnh, sơ đồ, biểu tượng,...). Yêu cầu HS quan sát, so sánh, đối chiếu các đặc điểm của đối tượng, quan hệ toán học cần được quan tâm. Gợi ý, định hướng để HS cảm nhận, có ý niệm về các đối tượng, quan hệ toán học mới được hình thành, hiểu được ý nghĩa của chúng và lựa chọn ngôn ngữ để diễn đạt.

*Bước 2:* Gợi ý, định hướng để HS nhận ra những đặc điểm đặc trưng của các đối tượng, quan hệ toán học mới. Giới thiệu từ vựng toán học mới, phát biểu, mô tả bằng nhiều cách khác nhau, tổ chức để HS nhận ra ý nghĩa tương đồng hay khác biệt của NNTN với NNTH và chính xác hóa bằng NNTH.

*Bước 3:* Củng cố, hoàn thiện từ vựng mới trong các tình huống nhận dạng và thể hiện khái niệm, sử dụng chính xác từ vựng toán học trong một hệ thống. Chú trọng hình thành khả năng diễn ngôn toán học lưu loát cho HS trong giờ học toán

Cụ thể, HS được thực hiện các hoạt động GTTH sau: (i) Quan sát, lắng nghe hình thành ngữ nghĩa (ý) của khái niệm toán học. Đưa ra những phát biểu mô tả về đối tượng trong các trường hợp cụ thể; (ii) So sánh, đối chiếu (cả về

ngữ nghĩa và từ) trong những phát biểu về các trường hợp riêng để nêu được những điểm chung, đặc trưng cho một loại đối tượng, quan hệ toán học mới. Gọi tên chung cho đối tượng hay quan hệ toán học mới đó bằng NNTH (thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng). (iii) Phát biểu bằng các cách khác nhau nhưng không làm thay đổi nghĩa của khái niệm. Chú ý tập cho HS sử dụng các từ và cụm từ “là..”, “gọi là..”, “gọi là...nếu”, “Nếu...thì ta nói...” trong các phát biểu của mình; nêu được các đối tượng thuộc khái niệm vừa định nghĩa và giải thích dựa vào các đặc điểm đặc trưng của khái niệm một cách chính xác, rành mạch, rõ ràng. Vận dụng từ vựng, kí hiệu toán học mới khi xây dựng các định lí, qui tắc, phương pháp giải toán và trong thực tiễn.

*(2) Rèn luyện khả năng tạo lập các ngôn phẩm qua quan sát, phân tích các đối tượng, quan hệ, các phép biến đổi trong DH định lí, qui tắc hay phương pháp*

Trong DH các định lí, qui tắc, phương pháp toán học, GV cần khai thác cơ hội cho HS được quan sát, phân tích, suy nghĩ để bày tỏ quan điểm bằng nói và viết, khuyến khích HS tích cực, chủ động tham gia giao tiếp trong quá trình hình thành kiến thức, kĩ năng.

Đưa HS vào tình huống phải quan sát, suy nghĩ, thử nghiệm,.. để nêu được nhận xét, phát biểu của bản thân về các ý tưởng, giải pháp toán học và từ đó hình thành định lí, qui tắc, phương pháp,...

Chẳng hạn, để trả lời câu hỏi: “ Khi nào thì  $MA + MB = AB$ ?” HS phải tiến hành đo khoảng cách MA, MB và AB trong trường hợp M thuộc và không thuộc đoạn AB; tính tổng  $(AM + MB)$  và so sánh với AB; quan sát kết quả, rút ra nhận xét: “Khi  $M \in AB$  thì  $MA + MB = AB$ ”.

Nghe, phân tích, nhận xét, đánh giá các phần trình bày của bạn

Khái quát thành các định lí, qui tắc, phương pháp và thực hành vận dụng theo cách của mình.

#### **2.3.2.4. Lưu ý khi thực hiện biện pháp**

NNTH luôn có những quy tắc ngữ pháp của riêng mình, những quy tắc đó được xác định trong quá trình định nghĩa khái niệm và vận dụng, thực hành.... Tuy nhiên, nghĩa của từ, cách sử dụng từ lại luôn có tính linh hoạt, uyển chuyển. Gắn với những bối cảnh khác nhau có thể có những cách biểu đạt khác nhau, GV cần lưu

ý khai thác phương diện NNTH, xác định được phạm vi và ý nghĩa của NNTH trong mỗi tình huống. Trong thực tế, những quan hệ, đối tượng toán học trừu tượng có thể chuyển sang cách nói, cách diễn giải khác nhau trong tiếng Việt. HS có thể sẽ dễ dàng hơn trong giải quyết vấn đề nếu có cách diễn giải giản dị, dễ hiểu. GV cần chú ý khai thác những tình huống học tập để HS thực hành NNTH trong mối quan hệ gắn kết với NNTN.

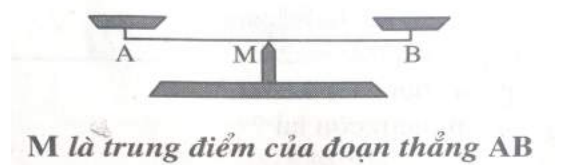
DH khái niệm là trọng tâm để hình thành và phát triển vốn từ cho HS. Bởi vậy, GV cần nắm vững các khâu trong quá trình DH khái niệm, đặc biệt cũng cần xác định rõ mức độ, yêu cầu khi DH các khái niệm (được định nghĩa và không được định nghĩa). Việc nắm vững, hiểu chắc các con đường hình thành khái niệm toán học (*con đường quy nạp, con đường suy diễn, con đường kiến thiết* [41, tr.238-241]) ở môn toán THCS là hết sức quan trọng để khai thác GTTH trong quá trình hình thành khái niệm một cách hợp lí.

### 2.3.2.5. Ví dụ

(1) *Hình thành vốn từ và khả năng làm chủ vốn từ vựng toán học trong mối quan hệ chặt chẽ với NNTN cho HS khi DH khái niệm toán học.*

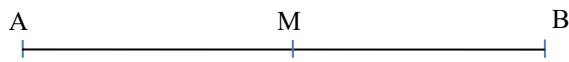
**Ví dụ 2.23.** DH Khái niệm *Trung điểm của đoạn thẳng* (Toán 6, tập 1, tr.124)

*Bước 1:* Cho HS quan sát hình vẽ và yêu cầu: Nhận xét vị trí của M so với hai điểm A, B? Tiếp tục quan sát hình 2.14, nhận xét: Về vị trí của M so với A và B? Về khoảng cách từ M tới A, tới B?



M là trung điểm của đoạn thẳng AB

*Bước 2:* Điểm M trong các trường hợp trên là trung điểm của đoạn thẳng AB.



Hình 2.14

Vậy, trung điểm M của đoạn thẳng AB có đặc điểm gì? (Điểm M *nằm giữa* và *cách đều* A, B). Hay: Thế nào là trung điểm M của đoạn thẳng AB?

Yêu cầu HS sử dụng ngôn ngữ kí hiệu toán học để mô tả đặc điểm “*nằm giữa*”, “*cách đều*” ( $M \in [AB]$  và  $MA = MB$ )

So sánh quan niệm “*nằm giữa*” trong toán học với cách nói “*nằm giữa*” trong cuộc sống đời thường ? HS có thể chỉ ra sự giống nhau (cùng chỉ vị trí ở trong

khoảng giữa hai vị trí nào đó một cách tương đối) và khác nhau (trong toán học, điểm nằm giữa phải cùng nằm trên một đường thẳng với hai điểm còn lại). Từ “ở giữa” trong thực tế nhiều khi được hiểu là ở vị trí chính giữa, nhưng trong toán học thì “ở giữa” chỉ điểm nằm trong khoảng giữa 2 điểm đã cho.

*Bước 3:* Các hoạt động GTTH cần tập trung vào việc HS

- Phát biểu lại khái niệm, sử dụng các kí hiệu khác đi. Chẳng hạn: “N là trung điểm của EF nếu  $N \in EF$  và  $EN = NF$ ”

- Mô tả cách xác định một điểm là trung điểm của một đoạn thẳng?. Ta cần kiểm tra : Tính thẳng hàng; tính nằm giữa, tính cách đều (Chẳng hạn: Điểm đó có thẳng hàng với hai điểm còn lại? Điểm đó có nằm giữa hai điểm còn lại không? Điểm đó có cách đều hai điểm còn lại không?)

- Nêu cách tạo ra một điểm là trung điểm của đoạn thẳng? Chẳng hạn: cần có một đoạn thẳng, trên đó có 3 điểm, điểm ở giữa cách đều 2 điểm còn lại,...

Như vậy, xuất phát từ hình ảnh thực tế có tính chất liên tưởng ban đầu, HS quan sát, so sánh, nhận xét, lắng nghe GV chính xác hóa bằng lời, luyện tập, vận dụng thực hành nói và viết, do đó các thuật ngữ, kí hiệu mới được thấm thấu một cách tự nhiên và đầy đủ. Việc cho HS tập luyện các quá trình như trên, sẽ giúp HS hiểu vững chắc từ vựng, ngữ nghĩa và cú pháp của NNTH trong môi quan hệ gắn bó với NNTN. Đồng thời là cơ sở để hình thành cho HS khả năng chuyển đổi linh hoạt từ NNTN sang NNTH và ngược lại, vận dụng hiệu quả trong học tập cũng như trong cuộc sống.

*Ví dụ 2.24.* DH Khái niệm *Đơn thức* (toán 7, tập 2, tr.30).

Trong trường hợp này, thay vì quan sát các biểu tượng, mô hình thực tế mô phỏng đối tượng hay các quan hệ toán học cần định nghĩa, HS được quan sát các biểu thức đại số để có cảm nhận ban đầu về khái niệm đơn thức, cụ thể:

*Bước 1:* GV đưa ?1 (SGK) lên bảng phụ

Cho các biểu thức đại số:  $4xy^2$  ;  $3 - 2y$  ;  $-\frac{3}{5}x^2y^3x$  ;  $10x + y$  ;  $5(x + y)$  ;

$2x^2(-\frac{1}{2})y^3x$  ;  $2x^2y$  ;  $-2y$  ;  $9$  ;  $\frac{3}{5}$  ;  $x$  ;  $y$ .



Hãy sắp xếp chúng thành hai nhóm :

Nhóm 1 : Những biểu thức có chứa phép cộng, phép trừ

Nhóm 2 : Các biểu thức còn lại

*Bước 2:* Nhận xét về đặc điểm của các biểu thức ở nhóm 2? (HS có thể nhận thấy các biểu thức này không có phép tính cộng, trừ; hoặc chỉ có phép tính nhân, lũy thừa; 1 số, 1 biến,...)

- Giới thiệu: Các biểu thức ở nhóm 2 là các ví dụ về đơn thức
- Vậy thế nào là đơn thức ? HS trả lời theo ý hiểu của mình
- HS phát biểu khái niệm đơn thức trong SGK

*Bước 3:* Nêu 1 số ví dụ về các biểu thức là đơn thức, không phải là đơn thức? Vận dụng nhận dạng đơn thức qua trả lời miệng bài tập 10, 11 (SGK Toán 7, tập1, tr.65)

- *Lưu ý:* GV cần phải sử dụng NNTH một cách chính xác, khoa học. Ngôn ngữ nói của GV cần rõ ràng, ngắn gọn và dễ hiểu. GV cần lựa chọn chất liệu quan sát thích đáng, có sự kết hợp cân bằng giữa cái quen thuộc và cái mới lạ. Các quan sát cần có mối liên hệ tới sự khám phá. “Sự quan sát cần phải phân biệt với sự nhận ra... Sự nhận ra đem quy chiếu về cái đã biết, còn sự quan sát liên quan đến việc thu tóm cái chưa biết” [19, tr.318].

(2) *Rèn luyện khả năng tạo lập các ngôn phẩm qua quan sát, phân tích các đối tượng, quan hệ, các phép biến đổi trong DH định lí, qui tắc hay phương pháp.*

**Ví dụ 2.25.** DH qui tắc “ Lũy thừa của một tích”

Bước 1: HS lên bảng tính và so sánh:

a.  $(2.5)^2$  và  $2^2.5^2$

b.  $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right)^3$  và  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$

Bước 2: Nhận xét: Muốn tìm lũy thừa của một tích ta có thể làm thế nào.

Bước 3: Từ đó, phát biểu công thức tổng quát:  $(x.y)^n = \dots$

Bước 4: Chứng minh.

**Nhận xét:** Các hoạt động tạo lập văn bản toán học của HS được rèn luyện và hình thành dần dần, từ dễ đến khó, từ đơn giản, đến phức tạp. Cụ thể:

*Bước 1:* HS tạo lập các văn bản toán học để trình bày việc thực hiện tính và so sánh từ các trường hợp cụ thể, quen thuộc.

*Bước 2:* HS quan sát, so sánh, phân tích đặc điểm chung về thành phần và kết quả của hai phép tính, để rút ra nhận xét theo ý hiểu và ngôn ngữ diễn đạt của từng HS, chẳng hạn: “*Muốn tìm lũy thừa của một tích ta có thể nâng từng thừa số lên lũy thừa rồi nhân các kết quả tìm được*”; “*Muốn tính lũy thừa của một tích, ta tính tích các thừa số rồi nâng lên lũy thừa*”;...

*Bước 3:* HS tạo lập công thức tổng quát bằng ngôn ngữ kí hiệu:  $(x.y)^n = x^n.y^n$  và phát biểu bằng thuật ngữ toán học: “*Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa*”

*Bước 4:* HS suy nghĩ dựa vào định nghĩa để thực hiện các bước biến đổi, trình bày logic, lập luận chặt chẽ, căn cứ chính xác trong chứng minh. Cụ thể:

$$\begin{aligned} \text{Với } x, y \in \mathbb{Q}; n \in \mathbb{N}, n > 1 \quad \text{Ta có: } (x.y)^n &= \underbrace{(x.y).(x.y)\dots(x.y)}_{n \text{ lần}} \text{ (theo định nghĩa)} \\ &= \underbrace{(x.x\dots x)}_{n \text{ lần}}.\underbrace{(y.y\dots y)}_{n \text{ lần}} \text{ (tính chất phép nhân)} \\ &= x^n.y^n \text{ (theo định nghĩa)} \end{aligned}$$

Như vậy, việc rèn luyện cho HS tạo lập các ngôn phẩm trong quá trình DH khái niệm, định lí, qui tắc và phương pháp toán học có ý nghĩa quan trọng cả về phát triển tư duy và khả năng ngôn ngữ.

**Ví dụ 2.26:** DH tìm ước chung lớn nhất bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố. (Toán 6, tập 1, tr.55)

*Bước 1.* GV tổ chức cho HS luyện tập các hoạt động thành phần ăn khớp với các bước theo qui tắc này qua một trường hợp cụ thể: Tìm ƯCLN (36, 84, 168).

- Phân tích 3 số đã cho ra thừa số nguyên tố:

$$36 = 2^2. 3^2; 84 = 2^2. 3. 7; 168 = 2^3. 3. 7$$

- Chọn ra thừa số chung với số mũ nhỏ nhất:  $2^2$  và 3;

- Lập tích các thừa số đã chọn (các thừa số nguyên tố với số mũ nhỏ nhất) ta được:  $\text{ƯCLN}(36, 84, 168) = 2^2. 3$

*Bước 2:* Hướng dẫn HS quan sát và tóm tắt quá trình trên thành các bước tìm ƯCLN của hai hay nhiều số lớn hơn 1.

*Bước 3:* GV chính xác hóa thành qui tắc và hướng dẫn HS thực hành, vận dụng.

Ở bài này, HS không quá khó khăn khi tiếp nhận kiến thức toán học qua những bài tập cụ thể. Tuy nhiên, về mặt ngôn ngữ, đối với HS lớp 6, các từ là hoàn toàn mới và khá xa lạ với ngôn ngữ thông thường. Bởi vậy, việc phát biểu và thực hành (nói, viết, tính toán) theo các bước trên cần được GV quan tâm cả về kiến thức toán học và cả về phương diện NNTH.

#### **2.4. Nhóm biện pháp 3: Bồi dưỡng đồng thời cả hai năng lực BDTH và GTTH**

BDTH và GTTH là hai năng lực có mối quan hệ chặt chẽ, cả hai cùng thuộc nhóm năng lực “hiểu và sử dụng NNTH và các công cụ toán học” nên trong quá trình học tập môn toán, có thể đồng thời bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS. Trên cơ sở các định hướng xây dựng biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH, chúng tôi đề xuất ba biện pháp: Biện pháp thứ nhất liên quan đến nội dung toán học (các tình huống toán học hóa) (định hướng 2.1.1); Biện pháp thứ hai và thứ ba liên quan đến hoạt động tổng hợp trong DH toán thông qua học tập hợp tác (định hướng 2.1.3). Đồng thời quán triệt vận dụng DH tương tác phát triển trên 4 nguyên lý cơ bản, nền tảng theo quan điểm của L.X Vygôtski: 1) *Người học tự xây dựng kiến thức thông qua tương tác với người dạy*; 2) *DH không thể tách rời bối cảnh thực của xã hội cụ thể*; 3) *Học tập đem tới sự phát triển*; 4) *Ngôn ngữ đóng vai trò trung tâm trong DH và trong sự phát triển của người học* [53, tr.235]. Cho thấy ba biện pháp đề xuất dưới đây có nhiều lợi thế để đồng thời bồi dưỡng cả hai năng lực BDTH và GTTH cho HS trong quá trình DH môn toán.

**2.4.1. Biện pháp 3.1. Xây dựng, lựa chọn và tổ chức cho HS thực hiện các hoạt động BDTH và GTTH trong quá trình giải quyết các tình huống toán học hóa.**

##### **2.4.1.1. Mục đích của biện pháp**

Tạo cơ hội cho HS được thực hiện các hoạt động BDTH và GTTH trong quá trình giải quyết các tình huống toán học hóa, qua đó đồng thời bồi dưỡng cho HS phát triển cả hai năng lực này.

##### **2.4.1.2. Cơ sở khoa học của biện pháp**

Hiện nay, DH theo hướng phát triển năng lực đặt ra yêu cầu cần vận dụng các kiến thức, kĩ năng để giải quyết một vấn đề toán học gắn với bối cảnh có ý nghĩa. Biện pháp này được xây dựng theo định hướng 2.1.1. Trên cơ sở các nghiên cứu của Trần Vui, Phan Anh, Nguyễn Danh Nam và Nguyễn Thị Tân An về các vấn đề liên quan đến tình huống toán học hóa ([3], [72], [52], [1]), chúng tôi xem tình huống toán học hóa là tình huống ứng với mô hình hay bối cảnh thực tế có thể sử dụng những kiến thức toán học để giải quyết. Nói cách khác, đây là tình huống chứa đựng những yếu tố trong thế giới thực, nhưng đã được đơn giản hóa, đặc biệt hóa, cụ thể hóa, thêm các điều kiện, giả thiết phù hợp, hạn chế những yếu tố không cần thiết, cho phép người học có thể tiếp cận và giải quyết bằng công cụ toán học theo ý đồ của mình, tuy vẫn phản ánh một phần tình huống trong thế giới thực [1, tr.66].

Một trong những đặc trưng nổi bật của DH tương tác phát triển là: Đặt các hoạt động học tập trong hoàn cảnh hoặc tình huống thực tiễn, gắn liền với đặc điểm văn hoá – xã hội của HS [53, tr.236]. Bởi vậy, khi xây dựng các tình huống toán học hóa, nên gắn với một bối cảnh thực, quen thuộc, gần gũi với HS. Các tình huống cần tạo nhu cầu bên trong cho các hoạt động BDTH, GTTH của HS, mà ở đó, BDTH được khai thác như là các mô hình nhận thức và GTTH thúc đẩy hình thành hiểu biết toán của HS một cách hiệu quả, nhằm bồi dưỡng cho HS các biểu hiện của thành tố thứ 2 và 3 của năng lực BDTH và năng lực GTTH.

#### ***2.4.1.3. Cách tiến hành khi thực hiện biện pháp***

##### *a. Xây dựng, lựa chọn tình huống toán học hóa*

Để thuận lợi trong việc tổ chức các hoạt động GTTH, BDTH trong quá trình giải quyết các tình huống toán học hóa, trên cơ sở những kiến thức toán học, GV cần lựa chọn bối cảnh thực tiễn gần gũi với HS, xây dựng thành tình huống toán học hóa, ưu tiên những tình huống có thể tiếp cận theo nhiều cách, có nhiều phương án giải hoặc bài toán mở để rèn cho HS kĩ năng sử dụng BDTH trong lập luận, chứng minh, trình bày, giải thích, chia sẻ và đánh giá các ý tưởng, giải pháp.

Khi xây dựng các tình huống toán học hóa cần đảm bảo:

- Tình huống đưa ra gần gũi, gắn với bối cảnh thực. Mỗi tình huống có thể có một hoặc một số câu hỏi liên quan, nhưng cần đảm bảo có các phương án giải đa dạng.

- Tăng cường các câu hỏi mở, phát huy được sự linh hoạt, sáng tạo
- Tình huống gần gũi, thu hút được sự quan tâm, hứng thú của HS

*b. Tổ chức các hoạt động BDTH và GTTH:*

Với mục đích bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS thông qua tình huống toán học hóa, trong quá trình tổ chức giải quyết các tình huống toán học hóa, GV tập trung cho HS phối hợp sử dụng ngôn ngữ thông thường; ngôn ngữ kí hiệu; biểu tượng;... để thực hiện các hoạt động sau (có thể thực hiện chuyên biệt, đan xen hoặc theo một trình tự): *Hoạt động tóm tắt bài toán; Hoạt động xây dựng giải pháp; Hoạt động trình bày giải pháp; Hoạt động trao đổi, chia sẻ; Hoạt động nhận xét, đánh giá;...*

Qua đó, HS biết cách thể hiện suy nghĩ toán học của mình một cách tự tin, thuyết phục, đồng thời hiểu ý tưởng toán học của người khác, hướng tới việc tiếp thu, học hỏi và điều chỉnh, hoàn thiện tri thức toán học của bản thân.

Trong chương trình toán lớp 6, lớp 7, các bài toán không quá phức tạp, thường vận dụng trực tiếp kiến thức lí thuyết là có thể tìm được phương án giải. Về hình học, bước đầu giúp HS hiểu được thế nào là chứng minh hình học, biết ghi giả thiết, kết luận, biết vẽ hình theo đề bài đã cho, nhiều bài tập đã có sẵn cả hình vẽ. Trên nền kiến thức ấy, việc xây dựng các tình huống toán học hóa gắn với kiến thức, kĩ năng trong chương trình toán 6, toán 7 khá thuận lợi, có tính đa dạng và phù hợp với hiểu biết thực tế của HS. GV có nhiều cơ hội tốt để chú trọng rèn luyện và phát triển năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS.

Biện pháp này thường được tổ chức trong các giờ luyện tập, ôn tập, các giờ học giải toán theo chuyên đề. Nếu khai thác tốt các tình huống toán học hóa, HS không những được bồi dưỡng những năng lực toán học mà còn tạo sự linh hoạt, sáng tạo, khơi dậy niềm đam mê, hứng thú với bộ môn, tạo niềm tin vào ý nghĩa, vai trò to lớn của toán học trong thực tiễn đời sống.

**2.4.1.4. Những lưu ý khi thực hiện biện pháp**

Trong quá trình giải quyết tình huống toán học hóa, GV cần luôn nắm vững các biểu hiện của hoạt động BDTH và GTTH và tập trung hướng HS vào các hoạt động cụ thể như: Hoạt động giải mã, kí mã, hoạt động lựa chọn và chuyển mã trong

BDTH; Các hoạt động tiếp nhận và tạo lập các ngôn phẩm trong trao đổi, trình bày, giải thích... khi GTTH.

Trong giải quyết tình huống toán học hóa, HS tham gia các hoạt động, gồm: Các hoạt động BDTH khi lựa chọn, chuyển đổi, “phiên dịch” các biểu diễn và mô hình hóa toán học, tìm kiếm giải pháp; Các hoạt động GTTH được chú trọng trong trình bày giải pháp, giải thích, nhận xét, đánh giá và phản hồi.

### 2.3.4.5. Ví dụ

**Ví dụ 2.27.** (Lớp 7) Tình huống “*Áo ấm tặng bạn*”

Hưởng ứng phong trào “*Áo ấm tặng bạn*” do trường THCS Kim Tân phát động, ba lớp 7A, 7B, 7C quyên góp được một số áo ấm. Biết  $\frac{2}{3}$  số áo ấm của lớp 7A bằng  $\frac{3}{4}$  số áo ấm của lớp 7B và bằng  $\frac{1}{2}$  số áo ấm của lớp 7C và số áo ấm lớp 7A quyên góp được ít hơn tổng số áo của hai lớp 7B và 7C là 55 chiếc.

- Số áo quyên góp được thuộc tập hợp số nào? Vì sao?
- Tìm số áo mỗi lớp quyên góp được.

*Phân tích một số kết quả của tình huống “Áo ấm tặng bạn”*

**Nhận xét:** Câu a. Có nhiều câu trả lời như: Số áo quyên góp được thuộc tập hợp số  $N^*$  (thuộc tập  $Z$ , tập  $Q$ , tập  $R$  hay thuộc tất cả các tập  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $R$ ). Việc HS phải giải thích “vì sao” bộc lộ khả năng GTTH, phản ánh sự hiểu biết của HS về các tập hợp số đã học, cho ta thấy năng lực toán học khác nhau ở mỗi HS.

Câu b. Có 3 dạng lời giải được chia sẻ:

7A: a

(1). **Bạn Mai:** Khi sử dụng đoạn thẳng để tóm tắt bài toán (hình 2.15) đã nhận ra

mối quan hệ:  $\frac{2}{3}a = \frac{3}{4}b = \frac{1}{2}c$  (1)

Hình 2.15

(với  $a, b, c \in N^*$ , lần lượt là số áo quyên góp được của 3 lớp 7A, 7B, 7C).

Biến đổi (1), ta có:  $\frac{2}{3}a = \frac{3}{4}b = \frac{1}{2}c \Leftrightarrow \frac{6a}{9} = \frac{6b}{8} = \frac{6c}{12} \Leftrightarrow \frac{a}{9} = \frac{b}{8} = \frac{c}{12}$

Và:  $(b + c) - a = 55$ . Áp dụng tính chất của dãy các tỉ số bằng nhau, ta có:

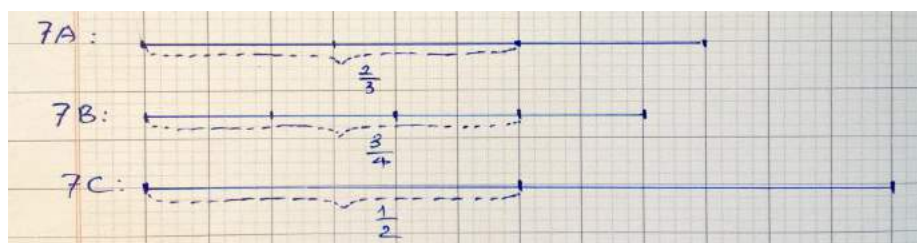
$$\frac{a}{9} = \frac{b}{8} = \frac{c}{12} = \frac{(b+c)-a}{(8+12)-9} = \frac{55}{11} = 5$$

Vậy: Số áo lớp 7A quyên góp là:  $a = 5.9 = 45$  (áo);

Số áo lớp 7B quyên góp là:  $b = 5.8 = 40$  (áo);

Số áo lớp 7C quyên góp là:  $c = 5.12 = 60$  (áo)

(2) **Bạn Vinh:** 1. Tóm tắt:



2. Giải: Nhận xét:  $(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2})$  tỉ lệ với  $(\frac{6}{9}, \frac{6}{8}, \frac{6}{12}) \Rightarrow$  số áo của 7A, 7B, 7C tỉ lệ với: 9, 8,

12 (hình vẽ). Gọi  $a, b, c$  là số áo quyên góp được của lớp 7A, 7B, 7C ( $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ ).

Ta có:  $\frac{6a}{9} = \frac{6b}{8} = \frac{6c}{12}$ . Theo bài ra:  $(b+c) - a = 55$ . Áp dụng tính chất của dãy tỉ số

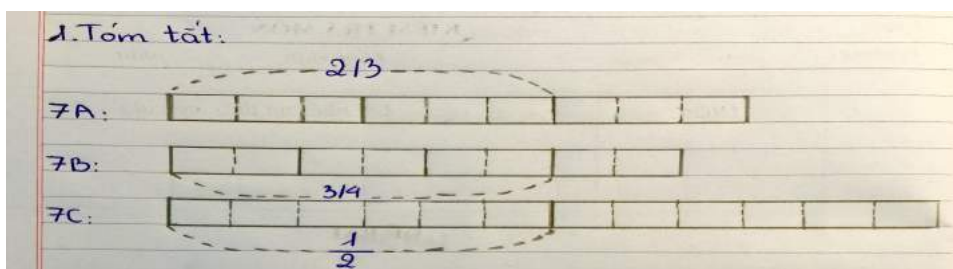
bằng nhau, ta có:  $\frac{a}{9} = \frac{b}{8} = \frac{c}{12} = \frac{(b+c)-a}{(8+12)-9} = \frac{55}{11} = 5$

Vậy: Số áo lớp 7A quyên góp là:  $a = 5.9 = 45$  (áo);

Số áo lớp 7B quyên góp là:  $b = 5.8 = 40$  (áo);

Số áo lớp 7C quyên góp là:  $c = 5.12 = 60$  (áo).

(3). **Bạn Linh**



Theo bài ra:  $\frac{2}{3}$  số áo 7A bằng  $\frac{3}{4}$  số áo 7B và bằng  $\frac{1}{2}$  số áo 7C nên số áo của lớp 7A, 7B, 7C có thể lần lượt chia thành 9, 8, 12 phần bằng nhau (hình vẽ).

Lớp 7A có số phần ít hơn tổng số phần của lớp 7B và 7C là:  $(8+12) - 9 = 11$  (phần). Giá trị của mỗi phần là:  $55 : 11 = 5$ .

Vậy:

Số áo lớp 7A quyên góp là:  $5.9 = 45$  (áo);

Số áo lớp 7B quyên góp là:  $5.8 = 40$  (áo);

Số áo lớp 7C quyên góp là:  $5.12 = 60$  (áo).

Rõ ràng, 3 sơ đồ trên thuộc cùng một dạng BDTH, nhưng cách khai thác khác nhau dẫn đến các giải pháp khác nhau, thể hiện sự linh hoạt, độc lập, sáng tạo của HS trong học tập.

**Ví dụ 2.28.** Tình huống “*Chuyến đi trải nghiệm*”.

Trường THCS Hoàng Hoa Thám tổ chức cho HS khối 6 đi trải nghiệm tại xã Tả Van, Huyện Sa Pa. Tổng số HS của khối 6 đi trải nghiệm nếu xếp lên xe 24 chỗ hoặc xe 36 chỗ thì đều dư 12 em. Biết số HS của khối 6 nằm trong khoảng từ 100 đến 200 em.

Câu a. Tính số HS khối 6 đi trải nghiệm

Câu b. Nếu chỉ dùng cùng 1 loại xe 24 chỗ hoặc 36 chỗ thì cần thuê bao nhiêu chiếc mỗi loại.

Câu c. Biết giá thuê xe 24 chỗ là 2.500.000đ/1 xe; giá thuê xe 36 chỗ là 3.300.000 đ/1xe. Tìm phương án thuê xe rẻ nhất cho chuyến trải nghiệm này.

**Nhận xét:** Kết quả giải quyết tình huống “*Chuyến đi trải nghiệm*”

a. Một số nhóm HS tìm a (tổng số HS khối 6) bằng cách thử sai các số trong khoảng (100, 200), chia hết cho 24 và 36 nhưng đều dư 12. Một nhóm sử dụng khá tốt kĩ hiệu toán học để biểu diễn  $a = BC(24,36) + 12$ . Và a nằm trong khoảng (100, 200), như:

a. Gọi tổng số HS khối 6 là a:  $a \in \mathbb{N}^*$ . Ta có:

$$\begin{cases} a = BC(24, 36) + 12 \\ 100 < a < 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \{ 72 + 12; 144 + 12; 216 + 12; \dots \\ 100 < a < 200 \end{cases}$$

$\Rightarrow a = 144 + 12 = 156$

b. Hầu hết các nhóm đều tìm được kết quả cần 7 xe 24 chỗ và 5 xe 36 chỗ bằng cách lấy tổng số HS khối 6 chia cho 24 hoặc 36 và thêm 1 xe cho số HS dư.

c. Có nhiều cách để xác định phương án thuê xe rẻ nhất. Một số nhóm chỉ so sánh số tiền chi phí thuê 5 xe 36 chỗ (16.500.000 đ) với 7 xe 24 chỗ (17.500.000đ) và kết luận phương án thuê 5 xe 36 chỗ là rẻ nhất. Tuy nhiên, nhóm của Quỳnh đã đưa ra phương án trên cơ sở lập bảng so sánh:



Xe 24 chỗ (chiếc)	0	1	2	3	4	5	6	7	
Xe 36 chỗ (chiếc)	5	4	3	3	2	1	1	0	
Số tiền thuê (nghìn đồng)	16500	15700	14900	17400	16600	15800	18300	17500	

Trả lời: Nếu thuê 2 xe 24 chỗ và 3 xe 36 chỗ thì số tiền phải trả thuê xe rẻ nhất, là 14.900.000 đồng.

Việc sử dụng bảng để biểu diễn tương quan giữa số xe và số tiền phải trả đã hỗ trợ hiệu quả cho HS trong việc tìm kiếm câu trả lời và trình bày, giải thích.

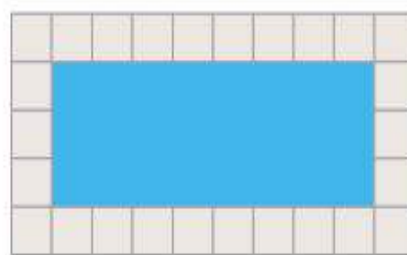
**Ví dụ 2.29.** (Toán 6) **Tình huống “Bể bơi”**

Nhà văn hóa phường Kim Tân dự định lát đường viền bao quanh một bể bơi hình chữ nhật bằng 1 dãy đá gồm hình vuông có cạnh bằng 1 đơn vị dài (hình 2.16). Tính số lượng đá lát đường viền theo chiều dài, chiều rộng của bể bơi”. ([96], tr.286)

**Nhận xét:** Phân tích hoạt động BDTH, GTTH trong tình huống “ Bể bơi”. Cụ thể:

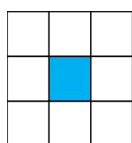
\*) Các hoạt động BDTH:

(1) Vẽ hình minh họa cho các trường hợp cụ thể (hình 2.17.a-d) khái quát hóa để dự đoán được mối quan hệ giữa chiều dài, chiều rộng của bể với số lượng viên đá lát đường viền.

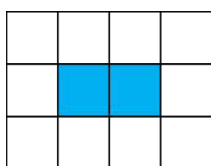


Hình 2.16

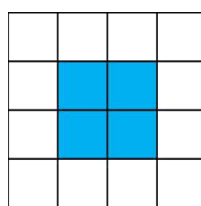
(2) Lập bảng để liệt kê các số liệu tương ứng về chiều dài, rộng, số viên đá lát cần có (bảng 2.1).



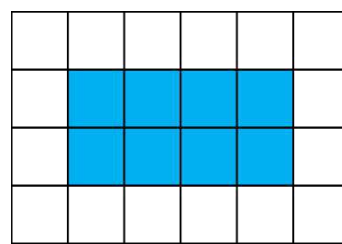
Hình 2.17a



Hình 2.17b



Hình 2.17c



Hình 2.17d

(3) Quan sát các hình (2.17a,b,c,d) hoặc tìm mối liên hệ của các con số trong bảng 2.1 để xác định công thức cần tìm.

(4) HS có thể biểu diễn như hình 2.18 để suy ra công thức tổng quát;...

(5). Biểu diễn kí hiệu:  $2(a+2) + 2b$ ;  $4 + 2a+2b$ ;  $2(a+2)+2b$ ; hay  $(a + 2)(b+2)- ab$ ,...

\*) Các hoạt động GTTH:

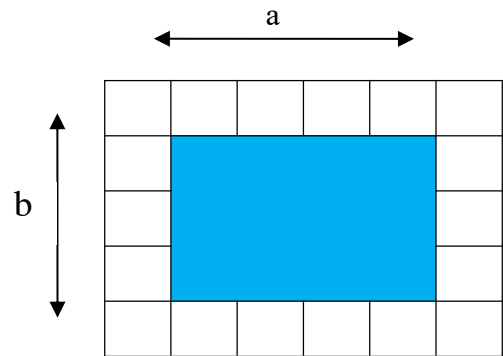
Các kết quả khác nhau cần được HS lí giải dựa trên cách mà HS xem xét các yếu tố từ các mô hình trực quan khác nhau. Chẳng hạn: các công thức:  $2(a+2) + 2b$ ;  $4 + 2a + 2b$ ;  $2(a+2) + 2b$  liên quan đến cách tính chu vi của hình chữ nhật lớn (bao gồm đường viền và bề bơi) với cách phân tích, khai thác chu vi khác nhau. Ngoài ra, đáp án thứ tư:

Dài ( $a$ )	Rộng ( $b$ )	Số đá lát
1	1	8
2	1	10
2	2	12
3	2	14
4	3	18
...	...	...
$a$	$b$	$2(a + b) + 4$

Bảng 2.1

$(a + 2)(b+2) - ab, \dots$  liên quan đến diện tích (diện tích đường viền bằng hiệu diện tích của hình chữ nhật lớn và bề bơi).

Việc quan sát, so sánh giúp HS hiểu được sự tương đương của các biểu thức khi biểu thị cùng một mối quan hệ. Việc cộng hai lần chiều dài với hai lần chiều rộng ( $2a + 2b$ ) tương tự như cộng chiều dài với chiều rộng rồi nhân đôi:  $2(a + b)$  và nhận ra các cách biểu diễn về tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng.



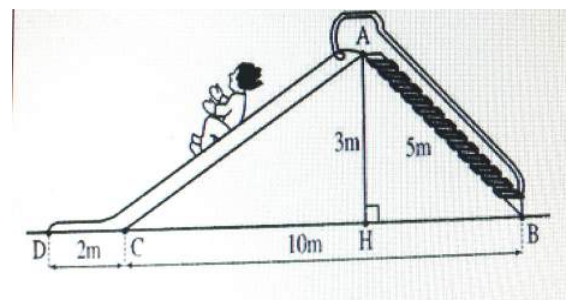
Hình 2.18

Bằng cách này, GV có thể phát triển cho HS cách tiếp cận với các biến đổi kí hiệu đại số có ý nghĩa.

**Ví dụ 2.30.** (Toán 7)

**Tình huống “Cầu thang”**

“Tại siêu thị Đức Huy (Bắc Cường-Lào Cai), người ta bố trí hai loại cầu thang: cầu thang cuốn (băng tải có tổng đường trượt gồm DC và CA) và cầu thang dành cho người đi bộ (BA) (Hình 2.19)



Hình 2.19

**Câu 1.** Tính độ dài cầu thang cuốn.

**Câu 2.** Cầu thang cuốn dài gấp mấy lần cầu thang bộ?

**Nhận xét:** Ở Tình huống “Cầu thang”, HS cần biết đọc hình, mô tả, lập luận để tìm phương án giải, chẳng hạn: Muốn tính độ dài cầu thang máy cần tính được AC; để tính AC cần tìm HC; để tìm HC ta tính HB; để tính HB cần dựa vào tam giác vuông AHB, áp dụng định lí Pytago và các số đo đã cho trên hình vẽ.

Ở câu 2, khi đã tính được độ dài cầu thang máy ( $\approx 8,7\text{m}$ ) và so với cầu thang bộ ( $5\text{m}$ ), HS có thể có những câu trả lời khác nhau mang tính ước lượng (“gấp gần hai lần” hoặc “gấp hơn 1,5 lần”, “gấp 1,7 lần”, ...)

**Ví dụ 2.31:** (Toán 6) *Tình huống* “Cao tốc Nội Bài - Lào Cai”

Đường cao tốc Nội Bài - Lào Cai có điểm đầu là nút giao thông giữa quốc lộ 2 và đường Bắc Thăng Long - Nội Bài (Hà Nội) và điểm cuối là xã Quang Kim (huyện Bát Xát, tỉnh Lào Cai). Một ô tô đi từ Lào Cai đến Yên Bái hết 2 giờ với vận tốc trung bình  $70\text{km/h}$ . Lúc về trên cùng đoạn đường ấy, ô tô đó đi hết 1 giờ 24 phút.



**Câu 1.** Biển báo giao thông trong bức ảnh trên cho biết:

- A. Xe được đi với vận tốc lớn nhất là  $80\text{ km/h}$  và vận tốc nhỏ nhất là  $60\text{ km/h}$ .
- B. Xe chỉ được đi với vận tốc từ  $60$  đến  $80\text{ km/h}$ .
- C. Xe được đi với vận tốc nhỏ hơn  $60\text{ km/h}$ .
- D. Xe được đi với vận tốc lớn hơn  $80\text{ km/h}$ .

**Câu 2.** Tính vận tốc của ô tô lúc về?

**Câu 3.** Người lái chiếc ô tô trên có vi phạm luật giao thông không? Vì sao?

**Nhận xét:** Các hoạt động BDTH và GTTH diễn ra khi HS giải quyết tình

## huống “Đường cao tốc Nội Bài - Lào Cai”

Câu 1. HS phải vận dụng hiểu biết về toán, kết hợp với kiến thức thực tiễn để hiểu được biển báo (một dạng biểu diễn) để có câu trả lời. Việc có 2 phương án đúng (A và B) cũng buộc HS phải cân nhắc, so sánh và đi đến lựa chọn cuối cùng, giúp bộc lộ khả năng “giải mã” các quan hệ toán học khi được diễn đạt bằng NNTN.

Câu 2: Liên quan đến công thức:  $S = v.t$ . chỉ mối quan hệ của S, t và v trong chuyển động đều. Từ đây, HS không quá khó khăn để tìm được vận tốc lúc về.

Câu 3: HS phải kết hợp kết quả của câu 1, câu 2 để trình bày, lập luận, giải thích cho kết luận đưa ra trong câu 3.

**2.4.2. Biện pháp 3.2:** *Tổ chức các hoạt động học tập tương tác (theo nhóm, theo cặp hoặc thảo luận chung) trong thực hiện các nhiệm vụ học tập đa dạng về lời giải, có yếu tố thực tiễn, có nhiều cách biểu diễn phù hợp với HS trong nhận thức, thực hành, ghi nhớ và GTTH.*

### **2.4.2.1. Mục đích của biện pháp**

Thông qua các hoạt động học tập tương tác nhằm thúc đẩy HS chủ động, tích cực trao đổi, thảo luận, sử dụng các dạng khác nhau của NNTN để GTTH mạch lạc, rõ ràng, hiệu quả. Hình thành khả năng lựa chọn, chuyển đổi các dạng biểu diễn khác nhau, phù hợp với HS, tạo thuận lợi cho nhận thức, ghi nhớ, giao tiếp và phát triển tư duy cho HS.

### **2.4.2.2. Cơ sở khoa học của biện pháp**

Dạy học hình thành và phát triển năng lực toán học hướng đến việc HS có khả năng nhận biết được các quan hệ toán học tiềm ẩn trong các nhiệm vụ đa dạng. Ở môn toán lớp 6, lớp 7 THCS, có nhiều hình thức để biểu diễn mối quan hệ toán học trong thực tiễn: bằng các kí hiệu, hình vẽ, bảng, hàm số, đồ thị, sơ đồ, biểu đồ, biểu tượng,...hay các mô hình ảo trên máy vi tính. Theo quan điểm của DH tương tác phát triển, cần luôn khuyến khích HS nói về những nhiệm vụ học tập, sử dụng ngôn ngữ để mô tả quá trình đi đến sự hiểu biết; học tập qua các hoạt động có tính tương tác, làm việc theo nhóm, hợp tác giải quyết các vấn đề đa dạng của nhiệm vụ, gắn gũi với cuộc sống, chia sẻ hiểu biết của mình với bạn bè, biết chấp nhận các cách nghĩ khác nhau, những quan điểm khác nhau,... Biện pháp này chú trọng tổ chức các hoạt động học tập tương tác thông qua những bài tập sử dụng đa dạng các

BDTH nói trên hướng đến hình thành và phát triển thành tố thứ ba của năng lực BDTH và năng lực GTTH.

### **2.4.2.3. Cách thực hiện biện pháp**

#### *a. Xây dựng nhiệm vụ học tập:*

- Xây dựng, lựa chọn các bài tập, các nhiệm vụ có hướng mở, có nhiều phương án giải mà HS có thể huy động các kiến thức, kỹ năng khác nhau để có những cách giải quyết ở mức độ khác nhau cho cùng một nhiệm vụ;

- Nhiệm vụ tạo nhiều cơ hội để HS giao tiếp, trao đổi, lựa chọn, chuyển đổi các BDTH để tìm kiếm giải pháp, liên kết các dữ kiện, các quan hệ (trong toán học hay trong thực tiễn) bằng NNTH.

#### *b. Tổ chức thực hiện:*

Trước hết, GV cần căn cứ vào mục tiêu và nội dung DH, thiết kế các nhiệm vụ học tập có nhiều phương án giải quyết; phải chia thành nhiều trường hợp hoặc gắn với bối cảnh, tình huống thực tiễn. Tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận, tìm kiếm giải pháp, trình bày giải pháp và đánh giá theo nhóm, theo cặp hoặc chung cả lớp. Cụ thể:

Bước 1: Trước mỗi vấn đề học tập, được đưa ra dưới dạng một bài tập, một tình huống hay một yêu cầu nhiệm vụ, GV cần dành thời gian cho HS đọc (nghe) và tóm tắt vấn đề bằng NNTH (thuật ngữ, kí hiệu, sơ đồ, hình vẽ,..). Qua đó, HS tập trung suy nghĩ và thể hiện bằng ngôn ngữ. Đồng thời GV nắm được suy nghĩ của HS để điều chỉnh, bổ sung kịp thời.

Bước 2: Yêu cầu HS mô tả phương án, giải pháp trước khi trình bày đầy đủ. Khuyến khích HS sử dụng phối hợp NNTN, các thuật ngữ toán học, kí hiệu, sơ đồ, biểu đồ, hình vẽ,... để mô tả quá trình tìm kiếm giải pháp, ý tưởng toán học nhằm tập luyện cho HS diễn ngôn lưu loát trong nói cũng như viết và phát triển tư duy.

Bước 3: Trình bày giải pháp, giải thích, lập luận, chứng minh.: Cần tổ chức cho HS tự khám phá, xây dựng các phương án có sử dụng các BDTH khác nhau; tổ chức báo cáo sản phẩm/ trình bày, thu hút sự tham gia của HS qua những hình thức phong phú, đa dạng (thi/sinh hoạt chuyên đề).

Khuyến khích HS sử dụng CNTT trong quá trình thực hiện và trong báo cáo kết quả, sản phẩm. Bằng cách này, biểu diễn trở thành công cụ dùng để hỗ trợ trong việc giải quyết vấn đề, sự hiểu biết về khái niệm và thuận lợi trong giao tiếp

Bước 4: So sánh, phân tích điểm mạnh, yếu của các giải pháp,

Đối với các lớp đầu cấp THCS, đặc biệt là lớp 6, cần chú ý tập luyện cho HS sử dụng NNTH trong mối quan hệ chặt chẽ với NNTN.

Khi hoạt động tương tác nhóm, HS thể hiện được các kỹ năng: *Đọc/ nghe để hiểu về yêu cầu nhiệm vụ; trao đổi, thảo luận để xây dựng và thống nhất các bước thực hiện; trình bày kết quả thực hiện* bằng nói toán, viết toán hoặc kết hợp cả hai. Những nhiệm vụ kiểu như: hệ thống hóa kiến thức theo chương, theo chủ đề; thực hiện một chuyên đề về toán, thảo luận về phương pháp giải một dạng toán, hay đơn giản là giải một bài toán với các bước biến đổi phức hợp,... là những cơ hội tốt để HS GTTH hiệu quả.

*Các cơ hội thực hiện biện pháp:* Biện pháp này nên thực hiện trong các giờ luyện tập theo chủ đề, theo chương hay phần. Có thể thực hiện trong chương trình chính khóa hoặc các buổi học ngoại khóa cho HS.

#### **2.4.2.4. Những lưu ý khi vận dụng biện pháp**

Trong học tập môn toán, HS đầu cấp THCS cần được quan tâm, giúp đỡ để có thể nhanh chóng thích nghi với môi trường học tập mới, với nội dung, hình thức tổ chức DH có nhiều thay đổi. Để tăng cường tính tích cực, chủ động của HS trong quá trình học tập, những nhiệm vụ học tập nên theo hướng mở, HS có thể cùng tham gia xây dựng các nhiệm vụ, yêu cầu của bài tập. Khuyến khích HS sử dụng một số dạng biểu diễn: bản đồ tư duy, sơ đồ, biểu đồ, mô hình,... khi trình bày, báo cáo kết quả.

GV cần tạo nên các hoạt động có tính chất tương tác, tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm với các nhiệm vụ có độ phức tạp được nâng dần. Đặc biệt, trong môn toán đầu cấp THCS, các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng toán học tăng nhanh cả về số lượng và mức độ trừu tượng. Bởi vậy, GV cần luôn chú trọng vừa dạy mới, ôn cũ, thường xuyên hệ thống hóa. Cần khuyến khích HS nói lên suy nghĩ của mình, sử dụng NNTH và NNTN mô tả quá trình đi đến sự hiểu biết của bản thân và chia sẻ

con đường dẫn đến cách thức giải quyết vấn đề, tiếp nhận và thử sử dụng cách thức của người khác. Đồng thời, quan tâm tạo cơ hội và môi trường giao tiếp thân thiện, tôn trọng, để HS vượt qua trở ngại về tâm lí, mạnh dạn thể hiện quan điểm của mình qua nói và viết toán.

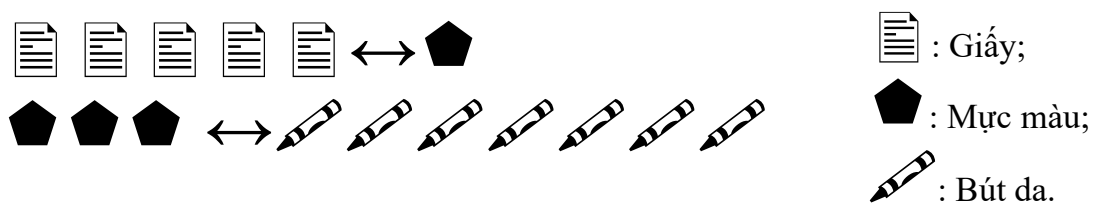
#### 2.4.2.5. Ví dụ

**Ví dụ 2.32** (Toán 7). Văn phòng phẩm dùng chung của lớp 7A gồm : Giấy  $A_0$  ; bút dạ và hộp mực vẽ. Biết rằng cứ 5 tờ  $A_0$  thì dùng hết 1 hộp mực và khi 3 hộp mực được sử dụng hết cũng là lúc lớp dùng hết 7 bút dạ. Trong 1 tháng, lớp 7A dùng hết 30 tờ giấy  $A_0$ . Tìm số bút dạ và hộp mực màu tương ứng đã dùng.

Để giải bài tập này: GV có thể hướng dẫn HS theo nhóm nhỏ như sau

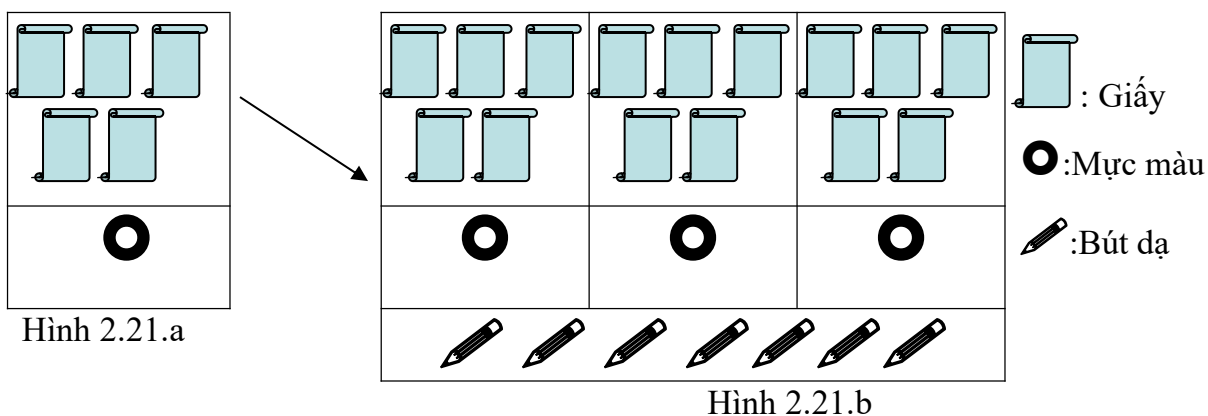
HS cần xác định được các yếu tố cần tìm: *số tờ giấy, hộp mực và bút dạ dùng trong 1 tháng* và mối quan hệ đã cho giữa chúng: “*cứ 5 tờ  $A_0$  thì dùng hết 1 hộp mực*” ; “*khi 3 hộp mực được sử dụng hết cũng là lúc dùng hết 7 bút dạ*” và tìm cách biểu thị cho mối quan hệ của các yếu tố đó.

Sử dụng sơ đồ, mô hình... minh họa để phản ánh đầy đủ được các yếu tố và mối quan hệ giữa chúng. Chẳng hạn:



Hình 2.20

Hoặc liên kết các biểu diễn ở hình 2.21.a,b:



Hình 2.21.a

Hình 2.21.b

Trên cơ sở các biểu diễn ở hình 2.20; 2.21.a,b, HS có điểm tựa để tìm ra giải pháp cho vấn đề đặt ra. Sau đây là một số cách giải của các nhóm HS :

*Cách 1:* (hình 2.21.b) Theo bài ra: Khi dùng hết 7 bút dạ thì hết 3 hộp màu và  $3.5 = 15$  tờ giấy A<sub>0</sub>. Vậy, trong 1 tháng dùng hết 30 tờ giấy A<sub>0</sub> thì sẽ dùng hết  $3.2 = 6$  (hộp màu) và  $7.2 = 14$  (bút dạ)

*Cách 2:* (hình 2.20) Gọi số tờ giấy, hộp màu và bút dạ dùng trong 1 tháng là  $x, y, z$  ( $x, y, z \in \mathbf{N}^*$ ).

Ta có:  $x; y$  tỉ lệ với  $5; 1$  hay:  $\frac{x}{5} = \frac{y}{1}$ ;  $x; z$  tỉ lệ với  $15; 7$ , hay:  $\frac{x}{15} = \frac{z}{7}$

Vậy, với  $x = 30 \Rightarrow y = \frac{30}{5} \cdot 1 = 6$  (hộp màu);  $z = \frac{30}{15} \cdot 7 = 14$  (bút dạ)

*Cách 3:* (Hình 2.21.b). Gọi số tờ giấy, hộp màu và bút dạ dùng trong 1 tháng là  $x, y, z$  ( $x, y, z \in \mathbf{N}^*$ ). Suy ra:  $x; y; z$  tỉ lệ với  $15; 3; 7$ . Hay:  $\frac{x}{15} = \frac{y}{3} = \frac{z}{7}$ .

Với  $x = 30 \Rightarrow y = \frac{30}{15} \cdot 3 = 6$  (hộp màu);  $z = \frac{30}{15} \cdot 7 = 14$  (bút dạ)

**Nhận xét:** Có nhiều cách khác nhau để tạo ra các biểu diễn cho các mối quan hệ toán học trong thực tiễn. Nó tùy thuộc vào sự lựa chọn các biểu tượng và cách thức biểu diễn các đối tượng (ở đây là giấy, bút dạ và hộp màu) cũng như số mô hình cần có để giúp HS trừu tượng hóa, tìm ra lời giải. Ngay cả cách biểu diễn kí hiệu quen thuộc, cũng có những cách khai thác, sử dụng khác nhau (cách 2, cách 3) tạo nên sự đa dạng. Hoạt động biểu diễn như trên còn đem lại cho HS sự hứng thú, tự tin. HS thấy mình được tự do sáng tạo, lựa chọn trong khuôn khổ một tình huống học tập có ý nghĩa.

Qua việc khai thác những bài toán tương tự như trên, HS có được kinh nghiệm về các cách chuyển đổi và “phiên dịch” giữa các biểu diễn trong từng tình huống. Việc quan sát, so sánh giúp HS hiểu được sự tương đương của các biểu diễn khi biểu thị cùng một mối quan hệ.

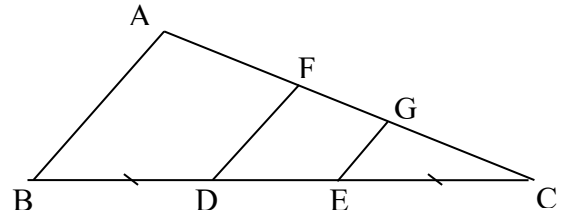
**Ví dụ 2.33** (Toán 7). Trên cạnh BC của tam giác ABC, lấy hai điểm D và E sao cho:  $BD = CE$ . Qua D và E vẽ các đường thẳng song song với AB, cắt cạnh AC ở F và G. Chứng minh rằng  $DF + EG = AB$



Nhiệm vụ: HS thực hiện nhóm đôi theo các nội dung: (1). Tóm tắt bài toán; (2). Nêu phương pháp giải (sử dụng “sơ đồ tìm đoán”); (3). Trình bày chứng minh.

Tóm tắt:

GT	$\Delta ABC: BD = CE$ $DF \parallel AB; EG \parallel AB$
KL	$DF + EG = AB$

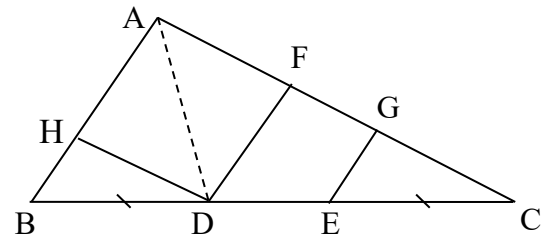


Hình 2.22.a

**Nhận xét:** Có nhiều cách chứng minh tổng hai đoạn thẳng bằng một đoạn thẳng thứ ba. Mỗi cách biểu diễn khác nhau cho ta một phương pháp chứng minh khác nhau.

GV có thể gợi ý, định hướng cho HS

**Cách 1:** Chia đoạn AB thành hai phần, rồi chứng minh một phần bằng DF, phần còn lại bằng EG. Như vậy, ta cần tạo ra một điểm chia hợp lí, bằng cách: Qua D, kẻ  $DH \parallel AF$  cắt AB tại H (hình 2.22.b)



Hình 2.22.b

Lập “sơ đồ tìm đoán”:

$$\begin{array}{ll}
 \widehat{HAD} = \widehat{ADF} \text{ (so le trong)} & \widehat{HBD} = \widehat{GEC} \text{ (đồng vị);} \\
 \widehat{ADH} = \widehat{DAF} \text{ (so le trong)} & \widehat{BDH} = \widehat{ECG} \text{ (đồng vị)} \\
 AD \text{ chung (h.vẽ)} & BD = EC \text{ (gt)} \\
 \uparrow & \uparrow \\
 \Delta AHD = \Delta DFA; & \Delta BHD = \Delta EGC \\
 \uparrow & \uparrow \\
 DF = AH; & EG = HB \\
 & \uparrow \\
 & DF + EG = AB
 \end{array}$$

**Chứng minh:** HS trình bày theo trình tự ngược lại trong “sơ đồ tìm đoán”

**Cách 2:** Vẽ một đoạn thẳng bằng tổng  $DF + EG$ , rồi chứng minh đoạn thẳng

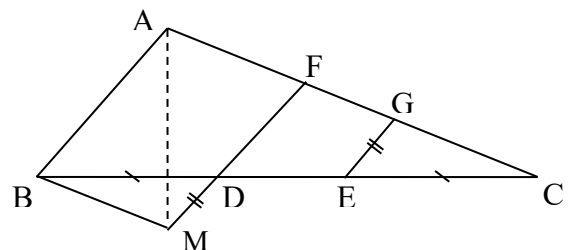
này bằng AB. Chẳng hạn: Trên tia đối

của tia DF, lấy điểm M:  $DM = EG$ ,

ta có  $MF = DF + DM$ ,

cần chứng minh:  $AB = FM$  (hình 2.22.c)

Lập “sơ đồ tìm đoán”:



Hình 2.22.c

$$\widehat{BDM} = \widehat{FDE} \text{ (đối đỉnh); } \widehat{FDE} = \widehat{CEG} \text{ (đồng vị)}$$

↑↑

$$\widehat{BDM} = \widehat{CEG}$$

↑↑

$$\Delta DBM = \Delta ECG$$

↑↑

$$\widehat{MBD} = \widehat{GCE}$$

↑↑

$$BM // AC$$

↑↑

$$\Delta ABM = \Delta MFA$$

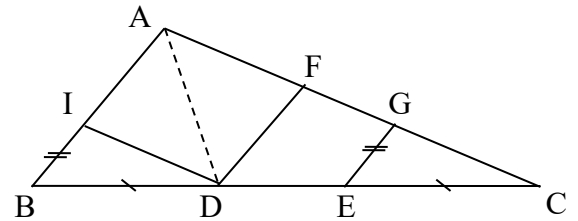
↑↑

$$AB = FM$$

*Chứng minh:* HS trình bày theo trình tự ngược lại trong “sơ đồ tìm đoán”

Tương tự, cũng có thể vẽ thêm điểm N trên tia đối của tia EG sao cho EN = DF.

*Cách 3:* Vẽ một đoạn thẳng bằng hiệu của AB và một trong hai đoạn thẳng DF (hay EG) rồi chứng minh đoạn thẳng mới bằng đoạn còn lại (EG hay DF). Chẳng hạn: Trên AB lấy điểm I: BI = EG Cần chứng minh: AI = DF (hình 2.22d).



Hình 2.22.d

*Lập “sơ đồ tìm đoán”:* IB = GE (h.vẽ); BD = EC (gt);  $\widehat{IBD} = \widehat{GEC}$  (đồng vị)

↑↑

$$\Delta DBI = \Delta CEG$$

↑↑

$$\widehat{IDB} = \widehat{GCE}$$

↑↑

$$ID // AF$$

↑↑

$$\Delta AID = \Delta DFA$$

↑↑

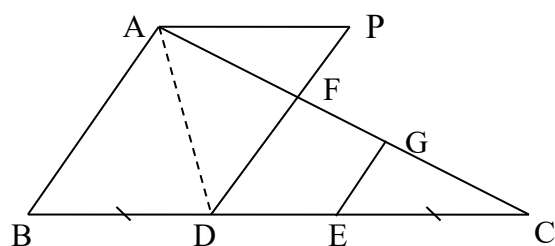
$$AI = DF$$

*Chứng minh:* HS trình bày theo trình tự ngược lại trong “sơ đồ tìm đoán”

Tương tự, cũng có thể vẽ thêm điểm J trên cạnh AB: BJ = DF.

*Cách 4:* Vẽ “bù thêm” một đoạn thẳng trên đoạn DF (hoặc EG) một cách thích hợp,

chứng minh đoạn thẳng mới này bằng AB và phần bù thêm bằng EG (hoặc DF).  
 Chẳng hạn: Vẽ  $AP \parallel BD$ ; ( $P \in DF$ ). Chứng tỏ  $DP = AB$  và  $FP = EG$  (hình 2.22.e).



Hình 2.22.e

Lập “sơ đồ tìm đoán”

$$\begin{array}{l}
 \widehat{BAD} = \widehat{PDA} \text{ (so le trong)} \\
 \widehat{ADB} = \widehat{DAP} \text{ (so le trong)} \\
 AD \text{ chung (h.vẽ)} \\
 \uparrow \\
 \Delta ABD = \Delta DPA; \\
 \uparrow \\
 DP = AB; \\
 \uparrow \\
 AB = DF + EG
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \widehat{FAP} = \widehat{GCE} \text{ (so le trong)} \\
 \widehat{FPA} = \widehat{GEC} \text{ (cùng bằng } \widehat{FDE} \text{)} \\
 EC = AP \text{ (cùng bằng } BD \text{)} \\
 \uparrow \\
 \Delta APF = \Delta CEG \\
 \uparrow \\
 FP = GE
 \end{array}$$

*Chứng minh:* HS trình bày theo trình tự ngược lại trong “sơ đồ tìm đoán”

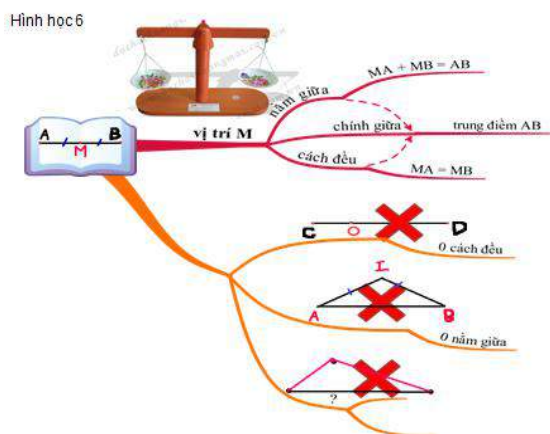
Tương tự, ta có thể vẽ  $AQ \parallel BC$ , ( $Q \in EG$ ), chứng minh được:  $AB = DF + EG$

Trong ví dụ này, HS được hình thành và rèn luyện khả năng vẽ hình, xây dựng “sơ đồ tìm đoán” và chứng minh hình học một cách đa dạng, phong phú. Giúp HS hiểu rõ các mối quan hệ hình học, cách khai thác, lựa chọn các kí hiệu, sơ đồ, hình vẽ để biểu đạt một cách chính xác, khoa học, lập luận logic, chặt chẽ.

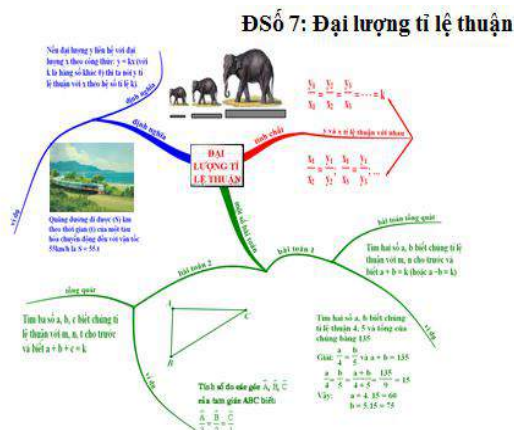
Cùng với sự lập luận bằng các ngôn từ, DH toán cần hình thành cho HS tư duy hình ảnh. Muốn vậy, GV phải biết tạo ra và hướng dẫn HS tạo ra các sơ đồ, mô hình, biểu đồ,... cần thiết cho việc hiểu và ghi nhớ các nội dung học tập. Cần cho HS cơ hội sử dụng các BDTH đa dạng để tư duy, ghi nhớ, tóm tắt, tổng kết hay trao đổi nội dung toán học. Trong các dịp có thể, GV tạo thói quen “sơ đồ hóa” cho HS. Dần dần, HS có kĩ năng, kĩ xảo trong việc sử dụng BDTH để hiểu và ghi nhớ toán học, để học tập các môn học khác và vận dụng trong cuộc sống.

Bản đồ tư duy là một công cụ biểu diễn hiệu quả, đặc biệt khi ta sử dụng để phân chia hoặc hệ thống hóa các khái niệm, tính chất, qui tắc hay phương pháp,... GV cần mô tả các yêu cầu cơ bản của bản đồ tư duy, tập cho HS nắm vững và sử dụng hiệu quả bản đồ tư duy giúp làm rõ các đặc điểm hay tính chất đặc trưng của một đối tượng hay quan hệ toán học.

**Ví dụ 2.34.** Củng cố khái niệm “Trung điểm của đoạn thẳng” (lớp 6) hay hệ thống hóa các nội dung về “Đại lượng tỉ lệ thuận” (lớp 7) bằng bản đồ tư duy (hình 2.23.a,b)



Hình 2.23.a (Nguồn:[12])



Hình 2.23.b (Nguồn:[12])

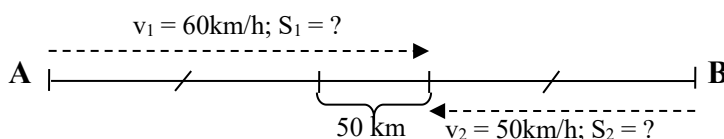
Có thể nói, việc GV tạo ra và hướng dẫn HS sử dụng các biểu diễn khác nhau trong quá trình học toán có tác động lớn đến nhận thức và hành vi của HS về BDTH. GV cần giúp HS tập trung khai thác các BDTH để hỗ trợ tư duy, trình bày và giao tiếp. Đây là cách thức hiệu quả hình thành và bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH. Khi tạo ra và sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, đồ thị, biểu đồ, bảng,... khác nhau, GV cần quan tâm sử dụng theo đúng quy ước được thống nhất. Các BDTH cần đảm bảo tính khoa học, tính thực tiễn và tính giáo dục.

**Ví dụ 2.35.** (Toán 7) Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm A và B, đi ngược chiều nhau. Khi gặp nhau, ô tô đi từ A đi được quãng đường dài hơn quãng đường ô tô đi từ B là 50 km. Biết vận tốc của xe ô tô đi từ A là 60km/h; vận tốc của ô tô đi từ B là 50km/h. Tính quãng đường mỗi ô tô đã đi được (đến khi 2 xe gặp nhau).

Nhiệm vụ: 1.Tóm tắt bài toán; 2. Nêu phương pháp giải; 3. Trình bày lời giải

**Nhận xét:** GV tổ chức cho HS nhận xét, đánh giá trên 3 nội dung: *Tóm tắt; Nêu phương pháp giải; Trình bày lời giải.* Chẳng hạn:

1. Tóm tắt:



2. *Phương pháp*: Ta có:  $S = v.t$ . Trong cùng khoảng thời gian  $t$ :  $\frac{S_1}{v_1} = \frac{S_2}{v_2}$  mà

ta đã biết  $v_1, v_2$  và  $S_1 - S_2 \Rightarrow$  nhờ tính chất tỉ lệ thức bằng nhau để tìm ra kết quả

3. *Trình bày*: Gọi  $S_1, v_1$  là quãng đường và vận tốc của xe khởi hành từ A;  $S_2, v_2$  là quãng đường đi được và vận tốc của xe ô tô đi từ B. ( $S_1, S_2, v_1, v_2 > 0$ ).

Ta có:  $S_1 = v_1.t$ ;  $S_2 = v_2.t \Rightarrow t = \frac{S_1}{v_1} = \frac{S_2}{v_2}$  và  $S_1 - S_2 = 50$

Hay:  $\frac{S_1}{v_1} = \frac{S_2}{v_2} = \frac{S_1 - S_2}{v_1 - v_2} = \frac{50}{60 - 50} = \frac{50}{10} = 5$ .

Vậy:  $S_1 = 5 \cdot 60 = 300$  (km);  $S_2 = 5 \cdot 50 = 250$  (km).

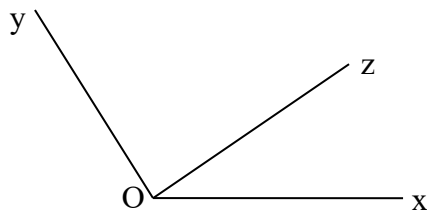
Trả lời: Quãng đường ô tô đi từ A là 300 km, ô tô đi từ B là 250 km

Qua đó, HS được học cách chuyển đổi ngôn ngữ, diễn đạt hiệu quả, biết khái quát vấn đề, giải thích, mô tả, trình bày và đánh giá giải pháp.

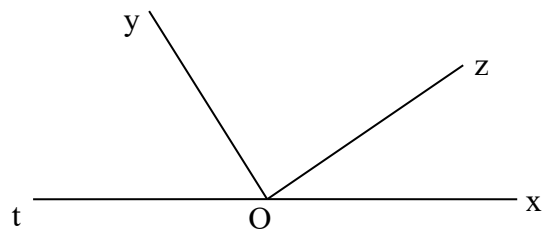
**Ví dụ 2.36.** (Toán 6) HS làm theo nhóm đôi

Vẽ  $\widehat{xOy} = 120^\circ$ , vẽ tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy. Hãy tìm cách đo 1 lần mà xác định được số đo hai góc xOz, zOy. Có bao nhiêu cách đo như vậy?

**Nhận xét**: Nếu khai thác tính chất “Nếu tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy thì  $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy}$ ” cho ta cách giải 1, 2. Thêm tính chất: Hai góc kề bù có tổng số đo bằng  $180^\circ$  cho ta cách giải 3, 4 và 5. Bài tập này tạo cho HS có cơ hội thực hành giao tiếp khi thảo luận, trao đổi, chia sẻ các cách giải khác nhau. Cụ thể:



Hình 2.24.a



Hình 2.24.b

Xem hình 2.24.a, ta có:

Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy, nên:  $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy} = 120^\circ$

*Cách 1*: Đo góc xOz, tính hiệu:  $120^\circ - \widehat{xOz}$  được số đo góc yOz

*Cách 2*: Đo góc yOz, tính hiệu:  $120^\circ - \widehat{yOz}$  được số đo góc xOz

Xem hình 1.24.b: Hai góc kề bù có tổng số đo bằng  $180^0$ , ta có thể vẽ thêm tia Ot là tia đối của tia Ox (hoặc tia Oy hoặc tia Oz). Khi đó:

*Cách 3:* Đo góc zOt, tính hiệu  $180^0 - \widehat{zOt}$ , tìm được số đo  $\widehat{xOz}$ . Tính tiếp:  $120^0 - \widehat{xOz}$  được số đo góc yOz

*Cách 4 và cách 5* thực hiện tương tự như *cách 3* bằng cách vẽ thêm tia Ou; Ov lần lượt là tia đối của tia Oy, Oz.

Ngoài ra, GV có thể cho HS khai thác thêm bài tập sau: *Vẽ góc nhọn xOy. Vẽ tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy. Làm thế nào chỉ đo hai lần mà biết được số đo ba góc xOy, xOz, yOz.*

Tổ chức cho HS nhận xét, đánh giá về cách thực hiện. Cần tập cho HS mô tả, trình bày giải pháp trên sơ đồ, hình vẽ (đặc biệt là trong giải toán hình học).

**Ví dụ 2.37.** (Toán 7) Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng được tính theo đơn vị m, tỷ lệ chiều dài và chiều rộng là 5:3. Diện tích mảnh vườn là 375 mét vuông. Hỏi chiều dài và chiều rộng của khu vườn này là bao nhiêu?

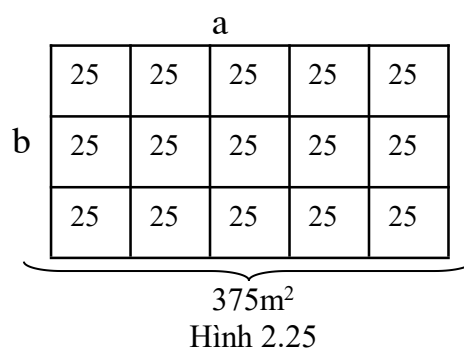
Nhận xét: Một trong các cách giải quyết hiệu quả là HS biết sử dụng phối hợp các hình thức ngôn ngữ trong quá trình thực hiện, chẳng hạn:

1. *Tóm tắt:* (a;b) tỉ lệ với (5;3)

a.  $b = 375$  (hình 2.25). Tính: a ?, b ?

2. *Phương pháp:* Chia khu vườn thành

$3.5 = 15$  mảnh vuông, mỗi mảnh có diện tích là:  $375 : 15 = 25$  ( $m^2$ ). Vậy mỗi mảnh vuông có cạnh là 5. Từ đó tìm ra câu trả lời.



3. *Trình bày/ giải thích:* Chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn tỉ lệ với (5; 3) nên mảnh vườn sẽ gồm  $3.5 = 15$  mảnh nhỏ hình vuông có diện tích:  $375 : 15 = 25$  ( $m^2$ ). Vậy mỗi mảnh vuông có cạnh là 5m. Suy ra: Khu vườn có chiều dài là:  $a = 5.5 = 25$  (m); chiều rộng:  $b = 3.5 = 15$  (m)

Ngoài ra, bài toán còn có thể giải bằng ngôn ngữ đại số (biểu diễn kí hiệu), HS phải lập luận về căn cứ của các phép biến đổi để tìm ra lời giải. Chẳng hạn:

Ta giả sử:  $\frac{a}{5} = \frac{b}{3} = k \Rightarrow a = 3k$  và  $b = 5k$ . Mặt khác:  $a.b = 375$  hay:  $3k.5k = 375 \Rightarrow k^2 = 25 \Rightarrow k = 5 \Rightarrow a = 15$  (m) và  $b = 25$ (m)

*Tóm lại*, Trong DH toán THCS, có nhiều cơ hội để tổ chức thực hiện các biện pháp nêu trên để bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS. Cần tăng cường tổ chức cho HS tương tác trong học tập với các nhiệm vụ có yếu tố thực tiễn, có nhiều cách tiếp cận và việc trình bày, giải thích có thể dựa trên các kiến thức cũng như mối quan hệ toán học đa dạng.

**2.4.3. Biện pháp 3.3.** *Xây dựng và tổ chức Học theo dự án theo hướng tăng cường các hoạt động BDTH và GTTH trong từng bước thực hiện dự án.*

#### **2.4.3.1. Mục đích của biện pháp**

Khai thác các yếu tố tích cực của học theo dự án, tạo cơ hội tập luyện các hoạt động BDTH và GTTH cho HS khi học theo dự án. Qua đó, hình thành và phát triển khả năng BDTH và GTTH cho HS.

#### **2.4.3.2. Cơ sở khoa học của biện pháp**

Học theo dự án là hoạt động học tập nhằm tạo cơ hội cho HS tổng hợp kiến thức từ nhiều lĩnh vực học tập và áp dụng một cách sáng tạo vào thực tế cuộc sống [9, tr.124]. Quá trình học theo dự án giúp HS củng cố kiến thức, hình thành các kỹ năng hợp tác, giao tiếp và học tập độc lập, chuẩn bị hành trang cho các em học tập suốt đời và đối mặt với các thử thách trong cuộc sống. Học theo dự án tạo cơ hội hình thành và phát triển cho HS năng lực BDTH và GTTH.

Biện pháp này được xây dựng theo định hướng 2.1.3, tập trung vào các hoạt động học tập tổng hợp để bồi dưỡng cho HS các biểu hiện của thành tố thứ 2 và 3 của năng lực BDTH và năng lực GTTH.

#### **2.4.3.3. Cách tiến hành khi thực hiện biện pháp**

Học theo dự án có thể được thiết kế linh hoạt theo nhu cầu hoặc điều kiện cụ thể. HS không chỉ áp dụng kiến thức toán học vào giải quyết một nhiệm vụ trong thực tế mà còn học được cách thức tổ chức một quá trình như vậy. Trước hết, GV cần hướng dẫn cho HS học theo dự án: Hướng dẫn HS lập nhóm, chọn đề tài và xây dựng ý tưởng (sử dụng sơ đồ tư duy hoặc sơ đồ KWL [9]), biết hợp tác và phân chia nhiệm vụ trong nhóm, rà soát nhiệm vụ, xác định vấn đề và lên kế hoạch giải quyết;

thu thập, ghi chép thông tin từ nhiều nguồn, phân tích và tổng hợp thông tin và cuối cùng là xây dựng và trưng bày sản phẩm của dự án.

GV cần nghiên cứu lựa chọn nội dung toán học trong chương trình môn toán lớp 6, lớp 7 để có thể thiết kế thành nhiệm vụ gắn với thực tiễn. Ví dụ: chủ đề về thống kê, chủ đề về các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông (xác định khoảng cách giữa hai điểm A, B trong thực tế); chủ đề về các đường đồng quy trong tam giác; khai thác mối quan hệ tỉ lệ thuận, tỉ lệ nghịch của các đại lượng trong cuộc sống thực tiễn; những chủ đề liên quan đến diện tích, tam giác,... Điều quan trọng của học theo dự án là đặt ra một vấn đề mà HS phải sử dụng kiến thức toán học để giải quyết, kiểm nghiệm thực tế và biết rút ra nhận xét, nhận định của mình.

Sau khi xác định chủ đề, GV cần cân nhắc đến không gian, địa điểm tổ chức học theo dự án, thời gian DH theo dự án trong chương trình môn toán và các điều kiện hỗ trợ,... Trên cơ sở đó, hướng dẫn HS học theo dự án theo qui trình 3 bước:

*Bước 1: Lập kế hoạch.* GV cần tổ chức cho HS cùng tham gia xác định: Lựa chọn chủ đề; xác định mục tiêu, nhiệm vụ cần làm và phân công các thành viên, thời gian, phương tiện, dự kiến sản phẩm,... GV hướng dẫn, góp ý để HS chỉnh sửa, hoàn thiện kế hoạch.

*Bước 2: Thực hiện dự án.* Triển khai thực hiện các nhiệm vụ theo kế hoạch (thu thập thông tin, xử lý thông tin, sản phẩm,...)

*Bước 3: Tổng hợp kết quả.* Xây dựng báo cáo; trình bày báo cáo; đánh giá, rút kinh nghiệm [9, tr.128-150].

Chủ đề của dự án cần hướng đến các hoạt động học tập mà ở đó, BDTH và GTTH được bộc lộ, hình thành và phát triển. Trong tất cả các khâu của học theo dự án, các kỹ năng BDTH và GTTH được huy động như: khả năng sử dụng sơ đồ tư duy, biểu đồ để xây dựng ý tưởng, lập kế hoạch, mô hình hóa, thiết kế báo cáo,... khả năng sử dụng các công cụ, phương tiện của môn toán trong giải quyết vấn đề; khả năng thuyết phục, trao đổi, thảo luận, trình bày,... trong quá trình học theo dự án.

#### **2.4.3.4. Những lưu ý khi thực hiện biện pháp**

Do đặc điểm của môn toán có tính trừu tượng cao độ và tính thực tiễn phổ dụng nên việc xây dựng nội dung các dự án học tập cần phải linh hoạt về phạm vi



và mức độ. Nội dung dự án có thể trong phạm vi môn toán hoặc liên môn, nằm trong phân phối chương trình hoặc là hoạt động ngoài giờ lên lớp,...

Trong DH môn toán hiện nay, việc tổ chức DH theo dự án còn gặp nhiều khó khăn do những yêu cầu chặt chẽ về thời gian, mục tiêu, nội dung chương trình và điều kiện DH,... Tuy nhiên, với những lợi ích đem lại từ học theo dự án, GV cần linh hoạt, sáng tạo, tận dụng thời gian và cơ hội để tổ chức cho HS học theo dự án.

**2.4.3.5. Ví dụ:** Sau khi học về Thống kê (Toán7), GV tổ chức cho HS vận dụng các kiến thức, kĩ năng về thống kê để thực hiện một dự án học tập, qua đó rèn luyện khả năng sử dụng BDTH, khả năng giao tiếp, trình bày về quá trình và kết quả của học theo dự án trong các bối cảnh, tình huống thực tiễn.

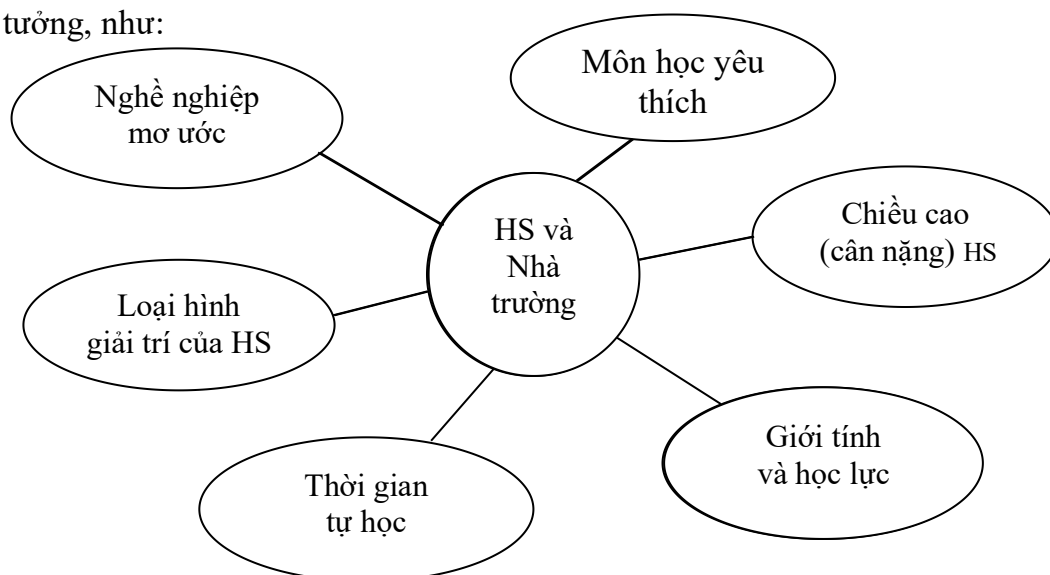
**Ví dụ 2.38 (Lớp 7). Dự án : “Trường học”** (Thực hiện theo nhóm 6-8 HS)

*Vận dụng những kiến thức đã học về thống kê, hãy tìm hiểu một vấn đề liên quan đến học sinh và nhà trường, xây dựng bảng số liệu, biểu đồ minh họa và rút ra nhận xét.*

Mỗi nhóm có từ 7- 10 ngày để tổ chức thực hiện dự án.

**Bước 1: Lập kế hoạch.** Dự án học tập này có tính mở. Mỗi nhóm HS cần phải xác định, lựa chọn một chủ đề cụ thể (xây dựng tiêu chủ đề) có liên quan đến HS và nhà trường để thực hiện nghiên cứu. Chẳng hạn,

(i). Xác định tiêu chủ đề: - Sử dụng bản đồ tư duy, mỗi HS trong nhóm đưa ra một ý tưởng, như:



- Cả nhóm thảo luận để lựa chọn 1 chủ đề nghiên cứu, chẳng hạn: *Giới tính và học lực*.

- Nội dung: Tìm hiểu ý kiến của mọi người về nhận định: “ Ở các lớp dưới, các bạn nữ học giỏi hơn các bạn nam; ở các lớp trên các bạn nam học giỏi hơn các bạn nữ” và kiểm chứng bằng kết quả học tập học kì I của HS lớp 6 và lớp 9 trong trường.

(ii) Lập kế hoạch cho các nhiệm vụ học tập

Liệt kê nhiệm vụ (có thể sử dụng sơ đồ tư duy để phát huy ý tưởng, mỗi thành viên về các nhiệm vụ phải làm):

- + Xác định các đối tượng cần tham khảo ý kiến: GV, HS, phụ huynh HS.
- + Xây dựng câu hỏi và thực hiện điều tra, phỏng vấn
- + Tra cứu hồ sơ: Bảng điểm HKI của khối 6; khối 9 : 200 HS
- + Tìm hiểu thông tin trên mạng internet
- + Chụp ảnh, ghi hình minh họa cho việc thực hiện các nhiệm vụ.
- + Xử lí, phân tích thông tin
- + Báo cáo tổng hợp, trình bày

(iii). Phân công, lập kế hoạch:

Họ và tên	Nhiệm vụ	Thời gian
Hà	Chụp ảnh tư liệu	
Nam, An	Xây dựng phiếu hỏi	1 buổi
Bình, Mai	Phỏng vấn 10 GV, 10 phụ huynh HS	2 buổi
Cường, An	Phỏng vấn 20 HS	2 buổi
Nam, Hà	Tra thông tin trên internet; tra bảng điểm HKI của 200 HS khối 6 và khối 9 của trường trên mạng edu.vn	2 buổi
Bình, Cường	Xử lí số liệu điều tra	1 buổi
An, Mai	Xử lí số liệu bảng điểm HKI của khối 6 và khối 9	1 buổi
Nam, Cường, Mai	Phân tích thông tin và viết báo cáo	3 buổi
Cả nhóm	Báo cáo thử, chỉnh sửa	2 buổi
Mai	Trình bày.	

**Bước 2: Thực hiện dự án.** Triển khai thực hiện các nhiệm vụ theo kế hoạch.

(i) Nội dung phiếu hỏi: Xin hãy cho biết:

(1). Nhận định: “ Ở các lớp dưới: Các bạn nữ học giỏi hơn các bạn nam; ở các lớp trên các bạn nam học giỏi hơn các bạn nữ” là đúng hay sai?

a. Đúng :                               b. Sai:

(2). Hãy giải thích vì sao?.....

(ii) Thực hiện các nhiệm vụ phỏng vấn, thu thập thông tin theo kế hoạch.

(iii) Xử lí số liệu điều tra:

- Lập bảng tần số về tỉ lệ người đồng ý/ không đồng ý với nhận định đưa ra;
- Lập bảng tần số về tỉ lệ HS nam, nữ xếp loại học lực giỏi, khá, trung bình, yếu trong học kì 1 của 100 HS khối 6 và 100 HS khối 9;
- Vẽ biểu đồ mô tả các bảng số liệu trên.

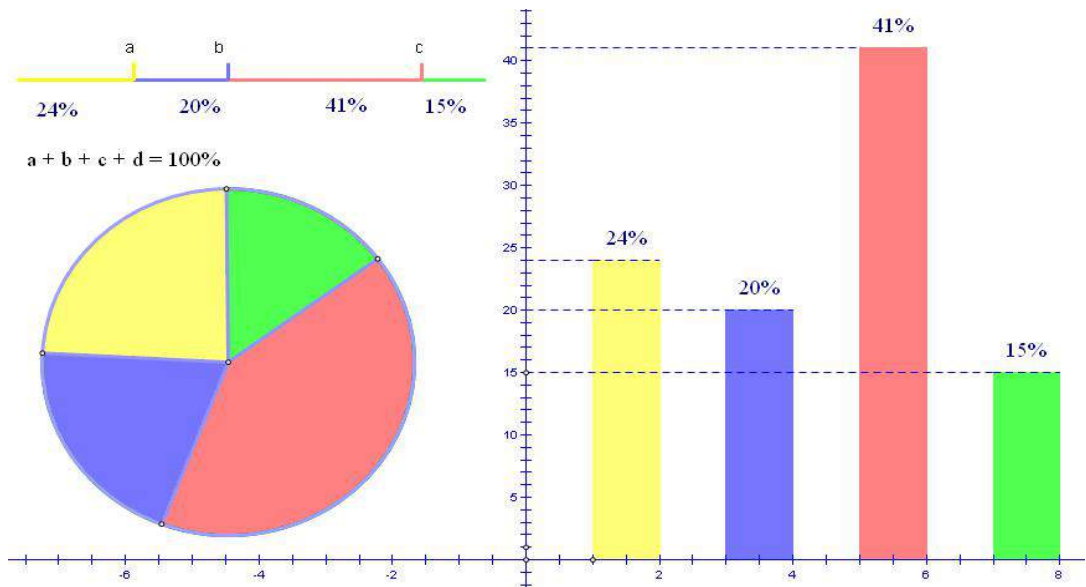
**Bước 3: Tổng hợp kết quả**

Xây dựng báo cáo; trình bày báo cáo; nhận xét, đánh giá, rút kinh nghiệm;

Lưu ý: GV cần hỗ trợ HS ở bước 1: lập kế hoạch, bao gồm: Lựa chọn chủ đề; xác định mục tiêu, nhiệm vụ cần làm và phân công các thành viên, thời gian, phương tiện, dự kiến sản phẩm,..GV hướng dẫn, góp ý để HS chỉnh sửa, hoàn thiện kế hoạch.

GV cũng cần quan tâm, giám sát bước 2: thực hiện dự án, đảm bảo HS triển khai đúng kế hoạch và có sản phẩm báo cáo đúng hạn.

Thông qua dự án học tập này, giúp HS hiểu rõ hơn về ứng dụng của toán học trong thực tiễn đời sống. HS có cơ hội để tạo ra và khai thác các cách biểu diễn khác nhau nhằm mô tả các quan hệ toán học. Những nhận xét, những bài học rút ra từ việc thực hiện dự án cho HS thấy rõ hơn ý nghĩa của bộ môn. Ngoài ra, học theo dự án giúp HS linh hoạt, sáng tạo và phát huy khả năng khai thác các phần mềm toán học phục vụ cho quá trình thống kê, xử lí và biểu diễn số liệu như: Các phần mềm toán học để có được những biểu diễn động của phân số, tỷ lệ phần trăm (ví dụ như Sketchpad của Geometer). Chẳng hạn, mô hình biểu diễn cho mối quan hệ giữa phân số, tỷ lệ phần trăm và biểu đồ cột cùng một lúc trên màn hình với các giá trị tự động thay đổi khi chúng ta kéo a, b, hoặc c (hình 2.26).



Hình 2.26. Biểu diễn phân số, tỷ lệ phần trăm và biểu đồ cột (nguồn [116])

**Ví dụ 2.39** (Lớp 7). **Dự án: Công viên** (thực hiện theo nhóm 10-12 HS)

*Công viên Nhạc Sơn (đường Hoàng Liên, Thành phố Lào Cai) là một công viên nhỏ nhưng có kiến trúc độc đáo, hài hòa. Với hồ nước như một dải khăn lụa uốn lượn bao quanh (ảnh). Một sự kiện dự kiến được tổ chức tại đây với sân khấu hình chữ nhật nổi trên mặt hồ, sao cho chiều rộng của sân khấu tính theo chiều rộng của hồ và khoảng cách từ bờ hồ đến cạnh ngoài của sân khấu tối thiểu là 3 mét. Hãy xác định địa điểm phù hợp và tính chiều rộng của sân khấu đó.*



**Nhận xét:** Trong nhiệm vụ này, mỗi nhóm HS cần có sự hiểu biết nhất định về thực tiễn cuộc sống để lựa chọn một vị trí “phù hợp” cho việc thiết kế sân khấu.

Tiếp đến, vận dụng kiến thức về các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông và kỹ năng sử dụng các dụng cụ đo như giác kế, cọc tiêu, thước đo độ dài,... để thực hành đo khoảng cách giữa hai điểm A và B (thuộc hai bên bờ hồ).

Tiến trình và cách thức tổ chức Học theo Dự án tương tự như ví dụ 2.38.

Trong dự án này, các hoạt động BDTH được khai thác ở các khía cạnh sau:

- Khảo sát thực địa, HS phải lựa chọn được khu vực mặt hồ dự kiến tổ chức sự kiện và phác thảo mô hình đó trên bản vẽ: Mô tả vị trí bờ hồ, sân khấu hình chữ nhật, .... Từ đó, xác định vị trí các điểm cần đo, tổ chức đo đạc, tính toán để tìm ra bề rộng của sân khấu.

- Xây dựng báo cáo, HS phải mô hình hóa các yếu tố thực tiễn bằng hình hình học. Mô tả quá trình thực hiện việc đo đạc và tính toán trên mô hình đó và chứng minh phép đo gián tiếp cho ta khoảng cách cần đo (trên mô hình)

- Dựa trên số liệu đo được, điều kiện của đề bài và mô hình hình học, thực hiện tính toán xác định chiều rộng của sân khấu.

Hoạt động GTTH tập trung vào các nội dung: Đọc hiểu yêu cầu nhiệm vụ, thảo luận xây dựng phương án giải quyết, diễn đạt thuyết phục, giải thích hợp lý về khu vực mặt hồ được lựa chọn (tính “phù hợp”), trình bày mạch lạc, lập luận khoa học, hợp lý quá trình thực hiện đo đạc và tính toán để đi đến kết quả cuối cùng.

**Ví dụ 2.40** (Lớp 7). **Dự án: Nước giải khát** (thực hiện theo nhóm 6-8 HS)

*Chuẩn bị cho chuyến dã ngoại cuối tuần, mỗi nhóm HS trong lớp hãy tìm hiểu về công thức làm đồ uống ưa thích cho cả lớp từ một loại quả. Với 400.000 đồng hãy lựa chọn phương án để chế biến 1 loại nước giải khát phù hợp nhất cho 40 bạn trong lớp tham gia chuyến dã ngoại.*

Dự án này hướng HS quan tâm đến mối quan hệ toán học của các yếu tố trong thành phần công thức nước giải khát với chất lượng đồ uống và giá thành. Ở đó có những quan hệ tỷ lệ thuận, tỉ lệ nghịch (chẳng hạn, nếu là nước cam, số lượng cam càng nhiều thì chất lượng nước giải khát pha được càng tốt, chất lượng càng tốt thì giá thành càng cao, giá thành càng cao thì số lượng đồ uống pha được càng ít với số tiền cố định đã cho,...). HS phải tính toán, đưa ra sự lựa chọn của mình, giải thích, thuyết phục để chứng tỏ đây là phương án tốt nhất có thể trong điều kiện thực tế. Trên cơ sở sản phẩm của các nhóm báo cáo và những nhận xét, phản hồi để tập thể

lớp lựa chọn được phương án tối ưu (sự hợp lí được tính đến trên cả phương diện toán học cũng thực tế cuộc sống, chẳng hạn: sở thích, xu hướng, trào lưu chung,...).

Hiệu quả tích cực của việc thực hiện các dự án như trên đối với HS, có thể nói, hơn cả mục tiêu mong đợi về kiến thức, kĩ năng toán học, nó có ý nghĩa quan trọng trong giáo dục và DH. Bởi vậy, mặc dù việc tổ chức DH theo dự án còn gặp nhiều trở ngại nhưng những lợi ích to lớn của học theo dự án trong việc hình thành và phát triển năng lực BDTH, GTTH nói riêng và phát triển những năng lực toán học, hướng đến năng lực chung cốt lõi cho HS là không thể phủ nhận.

## **Kết luận chương 2**

Trên cơ sở các nghiên cứu về lí luận và thực tiễn đã trình bày ở chương 1, chúng tôi tập trung nghiên cứu và đề xuất các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7, theo hướng: (1) *Đảm bảo sự phù hợp với mục tiêu, nội dung và chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình môn toán;* (2) *Chú trọng đặc điểm, vai trò, vị trí của NNTH trong mối quan hệ mật thiết với NNTN khi tổ chức các hoạt động BDTH và GTTH;* (3) *Quán triệt quan điểm hoạt động trong DH hình thành và phát triển năng lực BDTH và GTTH.*

Dựa trên các biểu hiện đặc trưng trong từng thành tố của năng lực BDTH và GTTH, chúng tôi đã xây dựng các biện pháp để bồi dưỡng và phát triển các năng lực này cho HS, gồm 7 biện pháp cụ thể thuộc 3 nhóm biện pháp: 1) *Nhóm biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH (2 biện pháp);* 2) *Nhóm biện pháp bồi dưỡng năng lực GTTH (2 biện pháp);* 3) *Nhóm biện pháp bồi dưỡng đồng cả hai năng lực BDTH và GTTH (3 biện pháp).*

Trong từng biện pháp, chúng tôi quan tâm hướng dẫn GV tổ chức các hoạt động cho HS trong quá trình DH các nội dung môn toán lớp 6, lớp 7, nhằm tác động lên các biểu hiện cụ thể trong từng thành tố của năng lực BDTH hoặc GTTH; chỉ rõ các cơ hội và điều kiện tổ chức thực hiện các biện pháp trong bối cảnh hạn hẹp về thời gian, cùng với những yêu cầu chặt chẽ về mục tiêu, nội dung, chương trình dạy học. Các biện pháp đề xuất cũng luôn cân nhắc để đảm bảo tính khoa học, tính thực tiễn, tính vừa sức đối với HS lớp 6, 7 THCS.

## Chương 3

### THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

#### 3.1. Mục đích và yêu cầu thực nghiệm

**3.1.1. Mục đích:** Thực nghiệm sư phạm được tiến hành nhằm kiểm nghiệm giả thuyết khoa học. Bước đầu khẳng định tính khả thi và tính hiệu quả của các biện pháp sư phạm được đề xuất trong chương 2 qua thực tiễn DH. Cụ thể:

+ Các biện pháp mà Luận án đề xuất có thể thực hiện trong quá trình DH môn toán lớp 6, lớp 7 THCS hay không?

+ Thực hiện các biện pháp có thực sự nâng cao được năng lực GTTH và năng lực BDTH cho HS THCS hay không?

**3.1.2. Yêu cầu:** Thực nghiệm sư phạm phải đảm bảo tính trung thực, khách quan và phù hợp với đối tượng HS lớp 6, lớp 7, sát với thực tế DH.

#### 3.2. Nhiệm vụ

- Biên soạn tài liệu thực nghiệm, hướng dẫn GV cách chuẩn bị và thực hiện các tiết DH bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS và tiến hành dạy thực nghiệm các biện pháp sư phạm đã đề xuất trong chương 2.

- Quan sát, thu thập các thông tin phản ánh quá trình và kết quả thực nghiệm liên quan đến tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp đã đề xuất.

- Phân tích, xử lý số liệu thực nghiệm bằng phương pháp thống kê các kết quả đánh giá năng lực BDTH và năng lực GTTH của HS.

- Đánh giá kết quả thực nghiệm theo hai phương diện: tính khả thi và tính hiệu quả của các biện pháp được đề xuất.

#### 3.3. Các nguyên tắc tổ chức thực nghiệm

- Giúp GV và HS hiểu được vai trò, tầm quan trọng của BDTH và GTTH trong DH môn toán lớp 6, lớp 7 THCS.

- Hướng dẫn HS nắm vững những kiến thức, kỹ năng cơ bản về NNTH nhằm hình thành năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS qua DH môn toán lớp 6, lớp 7

- Tổ chức cho HS được thực hiện và luyện tập những hoạt động BDTH và GTTH tương thích với nội dung và mục tiêu bài học nhằm hình thành và phát triển được năng lực BDTH và năng lực GTTH.

- Trong quá trình DH, luôn gợi động cơ, tạo hứng thú, tạo cơ hội để HS tham gia các hoạt động học tập hướng tới hình thành năng lực BDTH và năng lực GTTH; Đảm bảo được mục tiêu DH, góp phần nâng cao kết quả học tập môn toán.

### 3.4. Thời gian, đối tượng thực nghiệm

#### 3.4.1. Thực nghiệm sư phạm lần 1

- Thời gian: Từ 5/ 9/ 2014 đến 25/10/2014

- Đối tượng:

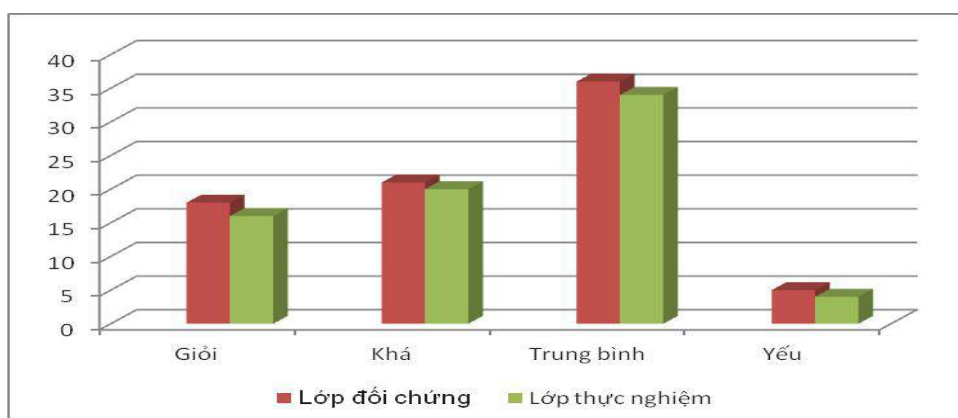
+ Nhóm thực nghiệm: 74 HS ở hai lớp 7C và 7E trường THCS Kim Tân,

+ GV dạy thực nghiệm: Cô giáo Nguyễn Thị Thanh Hương, có kinh nghiệm 10 năm giảng dạy toán THCS;

+ Nhóm đối chứng: 80 HS lớp 7A và 7G trường THCS Kim Tân.

+ GV dạy đối chứng: Cô giáo Dương Thanh Xuân, có kinh nghiệm 12 năm dạy học toán THCS

+ Điều tra sơ bộ cho thấy: Các nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng có kết quả học tập môn toán trước đó là tương đương (sử dụng kết quả học tập năm học lớp 6 để so sánh) (Phụ lục 5).



Biểu đồ 3.1. Kết quả học tập của HS nhóm lớp thực nghiệm và nhóm lớp đối chứng trước khi thực nghiệm sư phạm lần 1



### 3.4.2. Thực nghiệm sư phạm lần 2

- Thời gian: Từ 20/9 đến 28/4/2016

- Đối tượng:

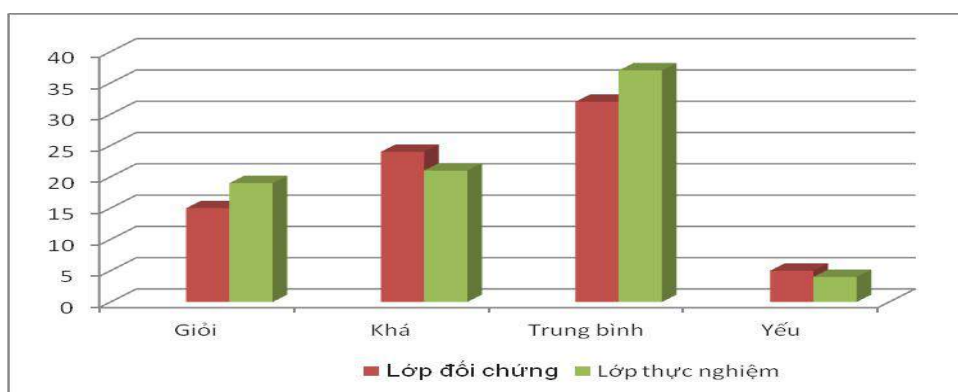
+ Nhóm thực nghiệm: 81 HS lớp 7E và 7G trường THCS Hoàng Hoa Thám,

+ GV dạy thực nghiệm: Cô giáo Đỗ Thị Minh Hương, 13 năm kinh nghiệm giảng toán THCS

+ Nhóm đối chứng: 74 HS ở hai lớp 7B và 7D trường THCS Hoàng Hoa Thám.

+ GV dạy lớp đối chứng: Cô giáo Phạm Kim Phượng, có 15 năm kinh nghiệm giảng dạy toán THCS.

+ Điều tra sơ bộ cho thấy: Các nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trong đợt thực nghiệm lần 2 có kết quả học tập môn toán trước đó là tương đương (sử dụng kết quả học tập năm học lớp 6 để so sánh) (Phụ lục 5).



Biểu đồ 3.2. Kết quả học tập của HS nhóm lớp thực nghiệm và nhóm lớp đối chứng trước khi thực nghiệm sư phạm lần 2

### 3.5. Quy trình tổ chức thực nghiệm

#### 3.5.1. Quy trình thực nghiệm

*Bước 1: Chuẩn bị*

- Xây dựng kế hoạch chi tiết cho đợt thực nghiệm, xác định: Mục đích, đối tượng, nội dung, quy trình, cách thức tiến hành thực nghiệm....

- Lựa chọn và thiết kế bài dạy thực nghiệm theo các biện pháp sư phạm được đề xuất ở chương 2.

- Chọn các lớp thực nghiệm và đối chứng tương đương nhau về trình độ học tập.

- Tìm hiểu kĩ đối tượng thực nghiệm sư phạm: lực học, tâm sinh lí lứa tuổi. Khảo sát sơ bộ về năng lực BDTH và năng lực GTTH của HS hai nhóm.

- Gặp gỡ, trao đổi về ý đồ thực nghiệm với HS và GV toán lớp 7 để họ nắm được trọng tâm của các tiết học thực nghiệm. Các lớp đối chứng dạy theo cách thông thường.

- Thống nhất với GV dạy thực nghiệm về kế hoạch và nội dung thực nghiệm; về các hoạt động DH trong bài soạn được tác giả nghiên cứu xây dựng. Hướng dẫn cho GV dạy thực nghiệm trước khi tổ chức thực nghiệm hai tuần.

#### *Bước 2: Tổ chức dạy thực nghiệm.*

GV dạy thực nghiệm theo thiết kế của Luận án. Chúng tôi dự giờ, quan sát, GV và HS trong các giờ thực nghiệm. Trao đổi với HS và GV sau giờ học để kiểm chứng và rút kinh nghiệm về việc vận dụng các biện pháp của Luận án, bổ sung và sửa đổi giáo án cho phù hợp, đạt hiệu quả cao.

#### *Bước 3: Đánh giá kết quả thực nghiệm*

Tổ chức thảo luận với GV trong tổ bộ môn về những vấn đề mà thực nghiệm quan tâm. Tổ chức cho HS nhóm đối chứng và thực nghiệm làm các bài kiểm tra sau thực nghiệm, phân tích kết quả thu được, xử lí số liệu bài kiểm tra. Xử lí thông tin thu được qua quan sát, trao đổi. Tổng hợp đánh giá tính hiệu quả của các biện pháp tác động đến các biểu hiện năng lực GTTH và BDTH của HS.

### **3.6. Nội dung thực nghiệm**

#### **3.6.1. Nội dung dạy học thực nghiệm**

##### **3.6.1.1. Thực nghiệm lần 1**

###### *a. Về tiết dạy thực nghiệm:*

Lần thực nghiệm thứ nhất, chúng tôi dạy thử nghiệm 6 tiết dạy và 2 buổi chuyên đề (tổng là 10 tiết) để thăm dò về tính khả thi của một số biện pháp sư phạm đã đề xuất, chúng tôi cũng thực hiện kiểm tra trước tác động và sau tác động nhằm có một số kết quả định lượng làm cơ sở tiếp tục điều chỉnh, bổ sung và tổ chức thực nghiệm sâu hơn cho lần 2.

Tổng số tiết dạy thực nghiệm: 10 tiết. Trong đó có 4 tiết chuyên đề và 6 tiết học trong chương trình, phân bố cụ thể như sau:

*Đại số 7: Tiết 20, 21, 23*

*Hình học 7: Tiết 10; Tiết 12; Tiết 13.*

*b. Về các biện pháp sư phạm được thực nghiệm:*

Để thể hiện ý tưởng của Luận án, chúng tôi đã biên soạn bài dạy thử nghiệm một số biện pháp sư phạm được đề xuất trong chương 2 của luận án. Gồm: 4 *biện pháp của nhóm biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH* (nhóm biện pháp 1) và 4 *biện pháp của nhóm các biện pháp bồi dưỡng năng lực GTTH* (nhóm biện pháp 2). Qua quan sát, dự giờ và trao đổi với GV và HS thực nghiệm cùng với kết quả đánh giá qua bài kiểm tra sau thực nghiệm cho chúng tôi những bài học kinh nghiệm để điều chỉnh, hoàn thiện cho phù hợp hơn trong lần thực nghiệm lần 2. Cụ thể như sau:

(1) GV cần có sự hướng dẫn ban đầu cho HS về cách hỏi và trả lời, cách tóm tắt, ghi chép các nội dung toán học. Chẳng hạn: Đầu mỗi giờ học hoặc trước mỗi chủ đề, nội dung,... GV nêu những nội dung cốt lõi cần ghi tóm tắt, những bài tập cần có tóm tắt, cần nêu phương pháp, giải pháp trước khi trình bày đầy đủ, những ví dụ, bài tập cần theo dõi, ghi nhớ.... Cách lập luận và sử dụng các cụm từ: *Vì...nên; có:...vì...; nếu.....thì.....* trong diễn đạt, trình bày.

(2) Quan tâm đến nội dung chuẩn bị ở nhà của HS, trong đó xem việc thực hành BDTH và GTTH như một nhiệm vụ bắt buộc.

(3) Chú trọng đến tất cả các HS khi tổ chức DH, đặc biệt là việc khai thác, điều chỉnh, nhận xét,.. các kết quả sản phẩm của HS (trên vở ghi, vở nháp và trên bảng, trên giấy A<sub>0</sub>,...) để giúp HS nhanh chóng hoàn thiện các kỹ năng BDTH và GTTH.

(4) Ngôn ngữ nói của GV cần ngắn gọn, mạch lạc, dễ hiểu, có sự phối hợp nhịp nhàng với các thao tác làm mẫu (vẽ hình, tạo ra và chỉ dẫn sơ đồ, biểu đồ,...)

(5) Cần nghiên cứu rà soát lại các biện pháp để phối hợp, điều chỉnh, đề xuất nhóm biện pháp bồi dưỡng đồng thời cả hai năng lực BDTH và GTTH bằng NNTH cho HS trong DH môn toán.

### **3.6.1.2. Thực nghiệm lần 2**

*a. Về tiết dạy thực nghiệm:*

Đợt thực nghiệm lần thứ hai chúng tôi dạy 36 tiết (trong đó có 12 tiết dạy chuyên đề), các tiết trong chương trình tập trung vào những chủ đề có tính chất liên

mạch, đảm bảo sự tác động thường xuyên hơn, tập trung hơn để có thể đánh giá chính xác, khách quan hơn về tác động của các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS qua việc tổ chức dạy và quan sát, dự giờ. Chúng tôi cũng thực hiện các bài kiểm tra năng lực BDTH và GTTH trước và sau thực nghiệm để có những kết quả định lượng về tính hiệu quả của các biện pháp đã áp dụng. Trên cơ sở đó, chúng tôi khẳng định tính khả thi và tính hiệu quả của các biện pháp.

Tổng số tiết : 24 tiết trong chương trình và 12 tiết chuyên đề (6 buổi) về các bài tập tổng hợp bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS lớp 7. Trong đó:

Phần Đại số 7: 12 tiết

Chương I: *Số hữu tỉ, số thực* (tiết 20, 21)

Chương II: *Hàm số và đồ thị*, ( tiết 23, 24, 25, 26, 27, 31, 32, 33, 34, 35)

6 tiết chuyên đề về đại số và thống kê.

Phần Hình học 7: 12 tiết

Chương I: Đường thẳng vuông góc, đường thẳng song song (tiết 12, 14),

Chương II: Tam giác (tiết 17, 19, 22, 34, 35, 40)

Chương III: Quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác. Các đường đồng quy của tam giác ( tiết 48, 51, 52, 57); 6 tiết chuyên đề về hình học. (Phụ lục 4).

*a. Về các biện pháp sư phạm được thực nghiệm*

Sau thực nghiệm lần 1, chúng tôi rút kinh nghiệm và đã nghiên cứu, điều chỉnh, đề xuất bổ sung nhóm biện pháp thứ 3, gồm 3 biện pháp bồi dưỡng đồng thời cả hai năng lực BDTH và GTTH. Trong thực nghiệm lần 2, chúng tôi tập trung thử nghiệm 7 biện pháp cụ thể của 3 nhóm biện pháp: *Nhóm biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH (gồm 2 biện pháp); Nhóm biện pháp bồi dưỡng năng lực GTTH (gồm 2 biện pháp) và nhóm biện pháp bồi dưỡng cả hai năng lực này (gồm 3 biện pháp)* cho HS trong DH môn toán lớp 7. Các biện pháp này được tích hợp trong quá trình dạy 36 tiết (12 tiết đại số và 12 tiết hình học và 12 tiết chuyên đề) từ ngày 20 tháng 9 năm 2015 đến ngày 28 tháng 4 năm 2016, tại trường THCS Hoàng Hoa Thám, Thành phố Lào Cai. Cụ thể như sau:

***Nhóm biện pháp 1: Bồi dưỡng năng lực BDTH***

*Biện pháp 1.1 Tổ chức cho HS các hoạt động nhận biết, hiểu và sử dụng đúng các dạng biểu diễn về các đối tượng, quan hệ và các bước biến đổi toán học,*

tập trung vào các hoạt động học tập trong tiết 29: Hàm số, tiết 31: Mặt phẳng tọa độ, tiết 33: Đồ thị hàm số  $y = ax$  ( $a \neq 0$ );

*Biện pháp 1.2: Tổ chức các hoạt động liên kết, biến đổi hoặc tạo ra BDTH trong quá trình tư duy để biểu diễn và biểu diễn để tư duy;*

Thể hiện rõ nét trong các tiết dạy: Tiết 24: Một số bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận, Tiết 25: Luyện tập về đại lượng tỉ lệ thuận, Tiết 27: Một số bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch, ; Tiết 35: Ôn tập chương 2; Tiết 11: Luyện tập từ vuông góc đến song song; Tiết 13: Luyện tập về Định lí, tiết 14, 15: Ôn tập chương 1; Tiết 19: Luyện tập về Tổng ba góc trong một tam giác.

### ***Nhóm biện pháp 2: Bồi dưỡng năng lực GTTH***

*Biện pháp 2.1: Tăng cường các hoạt động nghe hiểu, đọc hiểu (các văn bản, mô hình, sơ đồ, hình vẽ,..) và ghi chép (nội dung nghe hiểu, đọc hiểu) bằng NNTH trong DH môn toán. Thể hiện trong nhiều tiết thực nghiệm, đặc biệt là tiết 23: Đại lượng tỉ lệ thuận, tiết 29: Hàm số, tiết 31: Mặt phẳng tọa độ, tiết 33: Đồ thị hàm số  $y = ax$  ( $a \neq 0$ ),...*

*Biện pháp 2.2. Hướng dẫn HS tạo lập các ngôn phẩm nói hoặc viết toán trong DH khái niệm, định lí, qui tắc và phương pháp toán học. Biện pháp này được tích hợp trong các nội dung DH môn toán ở tất cả các tiết dạy thực nghiệm. GV xây dựng các hoạt động có chủ ý, luôn đặt ra yêu cầu HS đọc và trả lời câu hỏi, nghe và trả lời câu hỏi, giải thích cho phần trình bày của mình, của bạn.*

### ***Nhóm biện pháp 3: Bồi dưỡng đồng thời cả hai năng lực BDTH và GTTH***

*Biện pháp 3.1. Xây dựng, lựa chọn và tổ chức cho HS thực hiện các hoạt động BDTH và GTTH trong quá trình giải quyết tình huống toán học hóa. Tập trung vào 4 buổi học chuyên đề về DH giải quyết các tình huống toán học hóa liên quan đến kiến thức về đại lượng tỉ lệ thuận, đại lượng tỉ lệ nghịch, tính chất của tỉ lệ thức, tam giác, quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác...*

*Biện pháp 3.2: Tổ chức các hoạt động học tập tương tác (theo nhóm, theo cặp hoặc thảo luận chung) trong thực hiện các nhiệm vụ học tập đa dạng về lời giải, có yếu tố thực tiễn, có nhiều cách biểu diễn phù hợp với HS trong nhận thức, thực hành, ghi nhớ và GTTH.*

Biện pháp này được sử dụng nhiều trong các tiết luyện tập, thực hành hay vận dụng, củng cố các kiến thức toán học. Tập trung khai thác các BDTH như một công cụ để tư duy và để giao tiếp hiệu quả, hỗ trợ quá trình nhận thức toán học. Thông qua các hoạt động HS thảo luận để phát biểu lại bài toán, tóm tắt bài toán, tìm giải pháp và trình bày giải pháp, nhận xét, đánh giá các giải pháp. Cụ thể: Tiết 24: Một số bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận; Tiết 25: Luyện tập về đại lượng tỉ lệ thuận, Tiết 27: Một số bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch,... Việc sử dụng biểu diễn như một phương pháp để ghi nhớ và hệ thống kiến thức toán học, được khai thác trong các tiết ôn tập chương và một số tiết dạy khác trong quá trình thực nghiệm. Đặc biệt, Tiết 14, 15: Ôn tập chương 1; Tiết 35: Ôn tập chương II; và một số tiết luyện tập khác, .. qua đó, HS sử dụng được sơ đồ, biểu đồ, bản đồ tư duy để ghi nhớ, hệ thống hóa các tri thức toán học, bước đầu đem lại hiệu quả thiết thực.

*Biện pháp 3.3. Xây dựng và tổ chức học theo dự án theo hướng tăng cường các hoạt động BDTH và GTTH trong từng bước thực hiện dự án.* Tổ chức 2 buổi chuyên đề về học theo dự án liên quan đến kiến thức về thống kê; vận dụng trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để thực hiện đo khoảng cách không tới được (dự án “Trường học”; dự án “Công viên”).

### 3.6.2. Nội dung các bài kiểm tra trước và sau thực nghiệm

#### 3.6.2.1. Bài kiểm tra trước thực nghiệm:

##### a) Mục đích:

Kiểm tra khảo sát đánh giá các biểu hiện cụ thể của năng lực GTTH và BDTH của HS các nhóm đối chứng và nhóm thực nghiệm nhằm:

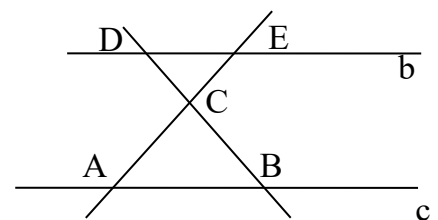
- Đánh giá sơ bộ về năng lực BDTH, GTTH của HS nhóm đối chứng và thực nghiệm nhằm đảm bảo tính khách quan, khoa học trong nghiên cứu.

- Có những nhận định ban đầu về mức độ biểu hiện của HS về các năng lực BDTH, GTTH bằng NNTH.

##### b) Nội dung: Kiểm tra 45 phút.

**Câu 1 .** Cho hình vẽ biết  $b \parallel c$ .

Hãy nêu tên các cặp góc bằng nhau của hai tam giác CAB và CDE. Giải thích vì sao?

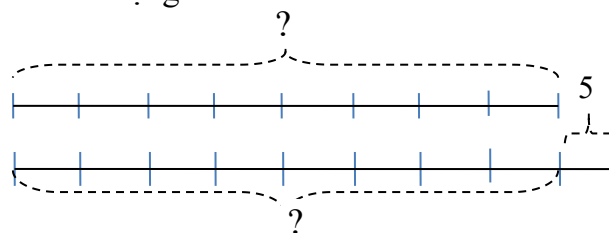


a. Sử dụng kí hiệu hình học, mô tả bài toán dưới dạng “Cho:...Tìm:....”

b. Nêu phương pháp giải

c. Trình bày lời giải.

Lớp 7A:



**Câu 2.** Cho sơ đồ:

Lớp 7B:

a. Đặt đề bài toán theo sơ đồ

b. Nêu phương pháp giải

c. Trình bày lời bài toán vừa nêu.

**Câu 3.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có tỉ số giữa hai cạnh của nó bằng  $\frac{1}{3}$ . Người

ta quyết định chia thành 3 mảnh vườn nhỏ hình vuông bằng nhau và dùng lưới nông nghiệp để rào từng mảnh nhỏ. Biết mỗi mảnh vườn nhỏ có chu vi 16 mét. Tính các kích thước của mảnh vườn ban đầu và số mét lưới nông nghiệp cần mua.

a. Tóm tắt bài toán.

b. Nêu phương pháp giải

c. Trình bày lời giải

### c) Phân tích và hướng dẫn đánh giá

#### c.1. Bảng mức độ năng lực BDTH và GTTH

Vận dụng theo hướng dẫn đánh giá năng lực của HS cuối cấp tiểu học [50]; bảng đánh giá năng lực hiểu biết định lượng (*Quantitative Literacy Rubric*) [105] và các mức độ năng lực BDTH, GTTH đã xác định ở chương 1, chúng tôi xây dựng bảng các mức độ đánh giá năng lực BDTH và GTTH như sau:

Bảng 3.1. Các mức độ đánh giá năng lực BDTH và năng lực GTTH

Mức độ Năng lực	Mức 5	Mức 4	Mức 3	Mức 2	Mức 1
BDTH: <i>khả năng hiểu, sử dụng, lựa chọn, tạo ra và chuyển đổi các BDTH để suy nghĩ, ghi nhớ, mô tả, giải thích, lập luận, kết nối</i>	Vận dụng linh hoạt, sáng tạo các BDTH trong phân tích, tổng hợp, suy luận, khái quát hóa và chứng minh	Sử dụng hiệu quả các BDTH trong tư duy và giao tiếp. Giải thích, đánh giá được các dạng biểu diễn khác	Sử dụng được các biểu diễn toán học để biểu thị các đối tượng và các quan hệ toán học tương đối phù hợp.	Bước đầu sử dụng các BDTH quen thuộc để mô tả, minh họa cho một đối tượng hay quan hệ toán học nhưng chưa chính	Hiểu được nội dung các biểu diễn quen thuộc cho các đối tượng và quan hệ toán học. Còn gặp khó khăn và nhiều sai sót

<i>và trao đổi các ý tưởng trong giải quyết các vấn đề toán học.</i>	toán học. Sử dụng và tạo ra các BDTH phù hợp để mô hình hóa trong giải quyết các vấn đề toán học gắn với bối cảnh thực tiễn.	nhau. Tạo ra hoặc kết nối các biểu diễn để mô hình hóa (ở dạng đơn giản) trong giải quyết vấn đề toán học.		xác, rõ ràng, đầy đủ.	trong việc sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ,...
<i>GTTH: Khả năng hiểu được các vấn đề toán học qua giao tiếp bằng viết, nói, đồ họa; sử dụng hiệu quả NNTH và NNTN để trao đổi, trình bày, giải thích, lập luận, chứng minh toán học một cách chính xác, logic, làm rõ các ý tưởng toán học trong bối cảnh cụ thể.</i>	Trình bày mạch lạc, lập luận chặt chẽ, sử dụng chính xác NNTH trong nói hay viết toán một cách thuyết phục, hiệu quả; Tạo ra các kết nối hoặc chuyển đổi NNTN sang NNTH và ngược lại để biểu thị chính xác các đối tượng, quan hệ toán học hay phương án giải quyết các vấn đề trong bối cảnh cụ thể.	Có khả năng nói hoặc viết về các ý tưởng, giải pháp toán học một cách ngắn gọn, rõ ràng; Phân tích, đánh giá, phản hồi về các vấn đề toán học một cách logic, chính xác với thái độ tự tin, tôn trọng.	Hiểu và sử dụng được NNTH dưới dạng kí hiệu, biểu tượng quen thuộc để tóm tắt, trình bày ý tưởng, giải pháp toán học với bạn, với thầy một cách tương đối chính xác, phù hợp	Bước đầu trình bày, giải thích những nội dung toán học trong tình huống bằng những câu đơn lẻ, rời rạc. Khi nói hay viết một vấn đề toán học còn chưa logic, chặt chẽ, ngắn gọn.	HS bị động, lúng túng trong GTTH, hay nhầm lẫn, thiếu căn cứ khi nói và viết toán. HS chưa có khả năng diễn đạt được ý hiểu của mình bằng NNTH và ngại tham gia giao tiếp.

### **c.2. Phân tích đề kiểm tra và hướng dẫn đánh giá**

Về cấu trúc, đề thi có 3 câu, mỗi câu có 3 ý hỏi. Khi thực hiện giải quyết các bài tập này, HS đồng thời thể hiện nhiều năng lực toán học của mình.



Tuy nhiên, với mục đích đánh giá năng lực BDTH và năng lực GTTH bằng NNTH, chúng tôi dụng ý đưa ra các yêu cầu buộc HS khi thực hiện phải bộc lộ được các biểu hiện cụ thể của các năng lực này trong từng ý hỏi. Như vậy, mỗi ý hỏi tập trung vào một trong hai hoặc đồng thời cả hai năng lực nói trên. Cụ thể:

**Câu 1:**

1.a. Đánh giá khả năng xem hình, nhận ra các quan hệ hình học, biết chuyển từ ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ kí hiệu (biểu hiện của năng lực BDTH).

1.b. Biết đưa ra những khẳng định bằng ngôn ngữ kí hiệu (năng lực BDTH) và giải thích bằng cách nêu được căn cứ của khẳng định (năng lực GTTH)

1.c. Khả năng trình bày lời giải, giải thích, lập luận có căn cứ và biểu diễn bằng NNTH và NNTN. Ở đây HS cần biểu hiện cả hai năng lực BDTH và GTTH.

**Câu 2:** Đánh giá khả năng đọc hiểu BDTH và chuyển đổi từ biểu diễn minh họa sang biểu diễn bằng NNTH và NNTN.

2.a. Biểu hiện năng lực BDTH: Khả năng chuyển đổi biểu diễn dạng mô hình sang biểu diễn bằng ngôn ngữ kí hiệu (NNTN và NNTH)

2.b. Biểu hiện năng lực GTTH: Khả năng mô tả giải pháp một cách thuyết phục, phản ánh được suy nghĩ của bản thân.

2.c. Khả năng BDTH (khi HS sử dụng NNTH và NNTN để trình bày lời giải) và GTTH (khi trong mỗi bước biến đổi, mỗi lập luận đều chặt chẽ, thuyết phục, logic).

**Câu 3:** Đánh giá khả năng đọc hiểu; khả năng sử dụng BDTH để mô hình hóa toán học (năng lực BDTH); Khả năng trình bày, giải thích logic, thuyết phục. (năng lực GTTH). Cụ thể:

3.a. Năng lực BDTH: Khả năng giải mã, khả năng chuyển đổi BDTH theo các cách khác nhau; khả năng sử dụng biểu diễn để mô hình hóa toán học.

3.b. Năng lực GTTH: Khả năng diễn đạt giải pháp, ý tưởng toán học của mình một cách mạch lạc, rõ ràng bằng NNTH

3.c. Trình bày lời giải: Tương tự như các câu trên, ở ý này, đánh giá cả năng lực BDTH và GTTH của HS.

**c.3. Thang điểm:** Mỗi ý hỏi được mã hóa theo 5 mức độ hành vi, ví dụ:

Câu 1.a) Sử dụng kí hiệu hình học, mô tả bài toán dưới dạng “Cho:...Tìm:...”

Câu này nhằm đo lường hành vi “biết chuyển đổi các biểu diễn: từ ngôn ngữ của các thuật ngữ hình học và NNTN sang ngôn ngữ kí hiệu”. Nó sẽ được mã hóa theo hành vi như sau:

Mã 0: Không mô tả được chút nào

Mã 1: Có mô tả nhưng chủ yếu bằng NNTN

Mã 2: Có sử dụng một phần ký hiệu toán học trong mô tả nhưng không đầy đủ, thiếu chính xác;

Mã 3: Mô tả bằng kí hiệu toán học nhưng còn chưa khoa học, ngắn gọn.

Mã 4: Mô tả bằng ký hiệu toán học một cách ngắn gọn, đầy đủ và chính xác

Mỗi ý hỏi, được chấm theo thang điểm 10, theo 5 mức độ mã hóa hành vi tương ứng. Cụ thể: Mã 4: (8;10]; Mã 3: (6;8]; Mã 2: (4;6]; Mã 1: (2;4]; Mã 0: [0;2]

*Tổng điểm tối đa cho từng năng lực: 60 điểm.*

Xét trong toàn bài kiểm tra ta có: 6 ý đánh giá cho năng lực BDTH, tổng tối đa là 60 điểm; 6 ý đánh giá cho năng lực GTTH, tổng tối đa là 60 điểm

Kết quả xếp loại các mức độ năng lực BDTH và GTTH cho mỗi HS theo bảng 3.1 như sau: Mức 1: [0 ; 12]; Mức 2: (12; 24]; Mức 3: (24; 36]; Mức 4: (36;48 ]; Mức 5: (48;60]. (xem thêm trong phụ lục 6)

### **3.6.2.2. Bài kiểm tra sau thực nghiệm:**

**a) Mục đích:** Kiểm tra khảo sát trình độ nhận thức và các biểu hiện cụ thể của năng lực GTTH và BDTH của HS các nhóm đối chứng và nhóm thực nghiệm nhằm:

- Đánh giá tác động của các biện pháp của luận án đối với khả năng GTTH, BDTH và kết quả học tập của HS nhóm đối chứng và thực nghiệm

- Có những nhận định khách quan, khoa học trong đánh giá ban đầu về hiệu quả của các biện pháp theo mức độ biểu hiện của HS về các năng lực GTTH, BDTH

**b) Nội dung: Kiểm tra 80 phút.**

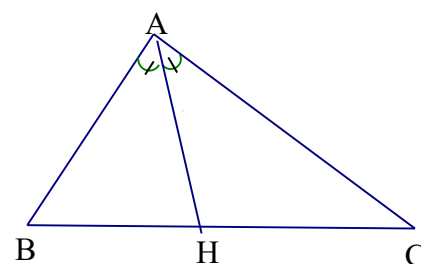
**Câu 1:** Cho hình 3.1

a) Khoanh tròn một chữ cái đứng trước lựa chọn đúng.

Trong  $\Delta ABC$ , AH là:

A. Đường cao.

B. Đường trung tuyến.



Hình 3.1

C. Đường phân giác.      D. Đường trung trực.

b) Thêm điều kiện vào chỗ trống (...) để khẳng định sau là đúng:

Nếu  $\Delta ABC$  có: ..... thì  $\Delta ABH = \Delta AHC$

**Câu 2:** Hãy khoanh tròn một chữ cái đứng trước lựa chọn đúng.

Ba độ dài nào có thể là ba cạnh của một tam giác:

- A. 1; 2; 3      B. 3; 4; 5      C. 2; 2; 4      D. 3; 5; 9

**Câu 3:** Hãy điền vào chỗ trống (...)

Điểm cách đều ba đỉnh của một tam giác là giao điểm của ba đường.....:.....

**Câu 4:** Cho Hình 3.2.

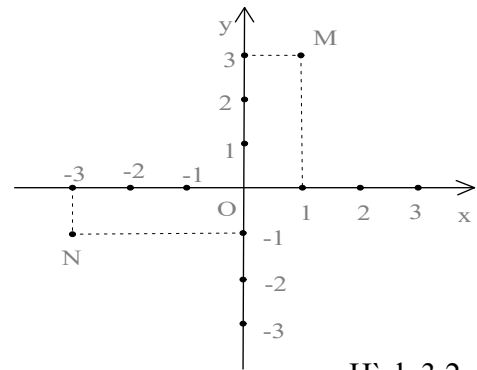
\*) Hãy khoanh tròn một chữ cái đứng trước

lựa chọn đúng.

- a) Tọa độ điểm M là: A. (-1; -3); B. (-3; -1)  
C. (1; 3); D. (3; 1)

b) Điểm M thuộc đồ thị hàm số:

- A.  $y = 2x$ ; B.  $y = -2x$   
C.  $y = 3x$ ; D.  $y = -3x$



Hình 3.2

\*) Hãy điền vào chỗ trống (...)

c) Xác định thêm một điểm E (.....;.....) thuộc đồ thị hàm số đi qua M.

d) Hàm số dạng  $y = ax$  đi qua điểm N là: .....

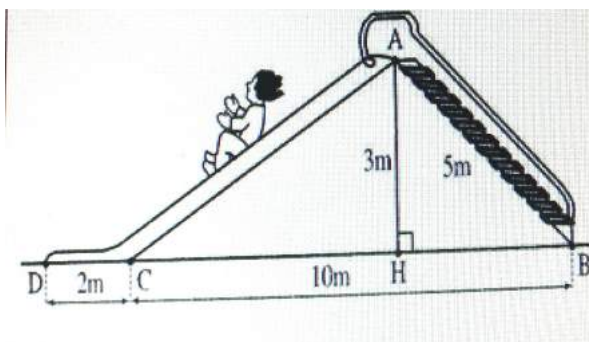
**Câu 5 :** Cho tình huống: “Áo ấm tặng bạn”

“Hưởng ứng phong trào “Áo ấm tặng bạn” do nhà trường phát động, ba lớp 7A, 7B, 7C quyên góp được một số áo ấm. Biết  $\frac{2}{3}$  số áo ấm của lớp 7A bằng  $\frac{3}{4}$  số áo ấm của lớp 7B và bằng  $\frac{1}{2}$  số áo ấm của lớp 7C; Số áo ấm lớp 7A quyên góp được ít hơn tổng số áo của hai lớp 7B và 7C là 55 chiếc.

- a. Tìm số áo mỗi lớp quyên góp được;
- b. Số áo quyên góp được thuộc tập hợp số nào? Vì sao?”
  - 5.1. Tóm tắt bài toán trong tình huống trên;
  - 5.2. Nêu phương pháp giải
  - 5.3. Trình bày lời giải tình huống “Áo ấm tặng bạn”

**Câu 6: Tình huống “Cầu thang cuốn”**

“Tại siêu thị Đức Huy (Bắc Cường-Lào Cai), người ta bố trí hai loại cầu thang: cầu thang cuốn (băng tải có đường trượt tổng cộng gồm DC và CA) và cầu thang dành cho người đi bộ (BA) (Hình 3.3)



Hình 3.3

a. Tính độ dài cầu thang cuốn

b. Cầu thang cuốn dài gấp mấy lần cầu thang bộ?”

6.1. Ghi GT-KL

6.2. Nêu phương pháp giải (có thể dưới dạng sơ đồ)

6.3. Trình bày lời giải.

c) **Phân tích và hướng dẫn đánh giá:**

c.1. **Phân tích và hướng dẫn đánh giá:**

Bài kiểm tra tập trung đánh giá năng lực BDTH và năng lực GTTH của HS qua biểu hiện trong các nội dung cụ thể như sau:

**Câu 1:** Đánh giá năng lực BDTH, với biểu hiện biết đọc hình, biểu diễn quan hệ hình học tương thích với điều kiện cụ thể;

**Câu 2, 3:** Đánh giá năng lực GTTH, thể hiện khả năng đọc hiểu và trả lời bằng chọn đáp án hoặc viết ra.

**Câu 4:**

Ý a, c đánh giá năng lực BDTH, biểu hiện khả năng giải mã và tạo mã các yếu tố cho trên đồ thị.

Ý b, d đánh giá năng lực GTTH, thể hiện khả năng đọc hiểu và trả lời bằng chọn đáp án hoặc viết ra.

**Câu 5.** HS phải biết chuyển đổi biểu diễn, hiểu và sử dụng kí hiệu toán học trong thực hành giải toán. Nhận diện được quan hệ tỉ lệ giữa các đại lượng và vận dụng giải toán. Như vậy, các biểu hiện của năng lực BDTH và GTTH cụ thể như sau:

5.1. Tóm tắt bài toán: năng lực BDTH;

5.2. Nêu phương pháp giải: năng lực GTTH;

5.3. Trình bày giải pháp:

Ý a. Cả hai năng lực BDTH và GTTH.

Ý b. Năng lực GTTH

**Câu 6:** Ở Tình huống “*Cầu thang cuốn*”:

Năng lực BDTH thể hiện khi: HS đọc hình và chuyển về ngôn ngữ kí hiệu để viết được GT- KL; mô tả phương pháp giải bằng kí hiệu hay sơ đồ.

Năng lực GTTH thể hiện: Khi HS trình bày chứng minh; ước lượng và diễn đạt được quan hệ về độ dài của cầu thang cuốn và cầu thang bộ ở câu b. (“gấp gần hai lần” hoặc “gấp hơn 1,5 lần” hay “gấp 1,7 lần”). Cụ thể:

6.1. Viết được GT- KL: Năng lực BDTH

6.2. Mô tả được phương pháp giải bằng kí hiệu, sơ đồ: năng lực BDTH;

6.3.a. Trình bày giải pháp tính độ dài cầu thang cuốn : cả hai năng lực BDTH và GTTH

6.3.b. Diễn đạt được quan hệ về độ dài của cầu thang cuốn và cầu thang bộ: Năng lực GTTH

*c.2. Thang điểm:*

*Mỗi ý hỏi được mã hóa theo 5 mức độ, ví dụ:*

Câu 5.1. Tóm tắt bài toán trong tình huống “Áo ấm tặng bạn”

Câu này nhằm đo lường hành vi biết nhận diện các quan hệ toán học trong tình huống thực tế, “phiên dịch” từ NNTN sang NNTH dưới dạng kí hiệu, mô hình, sơ đồ,... Được mã hóa theo hành vi ( tương ứng với 5 mức độ đánh giá) như sau:

Mã 0: Không tóm tắt, hoặc chỉ tóm tắt bằng cách chép lại đề bài bằng NNTN.

Mã 1: Tóm tắt được nhưng chủ yếu mô tả bằng thuật ngữ toán học và NNTN.

Mã 2: Có sử dụng một phần ký hiệu toán học để tóm tắt nhưng chưa đầy đủ hoặc còn sai sót.

Mã 3: Tóm tắt chủ yếu bằng kí hiệu toán học nhưng chưa khoa học, ngắn gọn.

Mã 4: Kết hợp sơ đồ, hình vẽ và ký hiệu toán học để tóm tắt đầy đủ và chính xác

Mỗi ý hỏi, được chấm theo thang điểm 10, với 5 mức độ mã hóa hành vi tương ứng. Cụ thể: Mã 4: (8;10]; Mã 3: (6;8]; Mã 2: (4;6]; Mã 1: (2;4]; Mã 0: [0;2]

*Tổng điểm tối đa cho từng năng lực: 90 điểm ( tương ứng với 9 ý hỏi)*

Kết quả xếp loại các mức độ năng lực BDTH và GTTH cho mỗi HS theo bảng 3.1 như sau: Mức 1: (0;18]; Mức 2: (18; 36]; Mức 3: (36; 54]; Mức 4: (54; 72]; Mức 5: (72; 90]. (xem thêm phụ lục 6)

### **3.7. Các kết quả trong quá trình thực nghiệm**

#### **3.7.1. Đánh giá định tính**

##### **3.7.1.1. Biện pháp: Quan sát sự phạm**

Để có thêm những thông tin phản ánh hiệu quả của các biện pháp trong quá trình thực nghiệm, chúng tôi thực hiện các quan sát sự phạm thông qua dự giờ, phối hợp trao đổi nhanh với HS và GV sau mỗi tiết dạy, nghiên cứu vở ghi, thực hiện khảo sát nhanh kết quả về một số biểu hiện năng lực BDTH và năng lực GTTH sau một số tiết học của HS các lớp đối chứng và thực nghiệm.

##### **3.7.1.2. Kết quả**

Khi quá trình thực nghiệm mới bắt đầu, xem xét cách thức HS sử dụng NNTH trong nói, viết, trình bày, thảo luận hay suy nghĩ tìm giải pháp.... nhìn chung, cả HS lớp đối chứng và HS lớp thực nghiệm đều có những biểu hiện như sau:

HS có ý thức trong học tập, chăm chú nghe giảng, nghiêm túc trong thực hiện các nhiệm vụ GV yêu cầu như: Trả lời câu hỏi, lên bảng trình bày, thực hiện hoạt động nhóm, tham gia xây dựng bài,... Tuy nhiên, HS thường có thói quen diễn đạt không đủ ý, GV thường phải giải thích, mô tả giúp HS. Việc ghi chép trong vở khá tùy tiện, có nhiều em chỉ ghi được tên đề mục. Phần lớn HS còn gặp khó khăn khi trình bày miệng các ý tưởng, giải pháp của mình, có sự lúng túng, thiếu tự tin, lựa chọn cách diễn đạt chưa phù hợp....

HS có khả năng hiểu được các BDTH quen thuộc dưới dạng kí hiệu, hình vẽ và một số biểu đồ, sơ đồ thông dụng. Tuy nhiên, HS lớp 6, lớp 7 còn nhiều lúng túng trong việc sử dụng BDTH để tư duy, tìm kiếm ý tưởng, trình bày ý tưởng hay ghi nhớ kiến thức. Hầu hết các em chỉ biết thực hiện theo sự hướng dẫn của GV. Trừ các bài tập hình học phải vẽ hình, HS gần như không sử dụng các BDTH để hỗ trợ trong suy nghĩ và mô phỏng các giải pháp. HS chưa có thói quen sử dụng các biểu đồ, sơ đồ như một công cụ để suy nghĩ hiệu quả. Trong giao tiếp, HS thường

sử dụng nhiều NNTN nên diễn đạt dài dòng, thiếu chính xác, mạch lạc. HS chưa thực sự tạo lập được các biểu đồ để lưu trữ và ghi nhớ toán.

HS rất ngại GTTH, nhiều HS có thể hiểu các vấn đề toán học nhưng khó khăn trong diễn đạt bằng NNTH. HS gần như không có thói quen và gặp nhiều khó khăn trong việc nói lên suy nghĩ, chia sẻ sự hiểu biết của bản thân. GV cần giúp HS vượt qua được trở ngại về tâm lí như: sợ sai, sợ bị chê cười hoặc e ngại bộc lộ quan điểm của bản thân trước bạn học... để tích cực tham gia giao tiếp và giao tiếp hiệu quả.

Về phía GV, ở một số nội dung, việc tổ chức các hoạt động cho HS GTTH và BDTH còn chưa nhiều. GV thường quen giải thích giúp HS khi thấy các em khó khăn trong diễn đạt mà ít khi đưa ra các gợi ý để HS diễn đạt hoặc trình bày tốt hơn. GV còn thiếu chủ ý trong hình thành cho HS năng lực GTTH và BDTH. Đôi khi, các câu hỏi đưa ra không thật sự cần thiết và nhiều câu hỏi dạng đúng - sai, có - không, ít câu hỏi yêu cầu HS phải giải thích. Tình trạng GV nói nhiều, nhắc lại câu hỏi của mình cũng phần nào ảnh hưởng đến hiệu quả giao tiếp.

Sau một thời gian dạy thực nghiệm, các dấu hiệu tồn tại nêu trên dần được khắc phục, HS hiểu rõ các nội dung cốt lõi cần ghi lại. Biết đọc hiểu để tóm tắt được ý chính, biết tự đặt ra các câu hỏi và trả lời để tìm hướng chứng minh. Đặc biệt, HS có thể đọc hình, đọc đồ thị, nhận ra các mối quan hệ toán học được phát biểu dưới NNTN.

HS cũng dần mạnh dạn bộc lộ chính kiến và sử dụng sơ đồ cây, biểu đồ tư duy để tóm tắt một nội dung toán học đơn giản đến các biểu diễn với mức độ phức tạp ngày càng tăng.

Do được tăng cường giao tiếp, khuyến khích bộc lộ các ý tưởng, HS các lớp thực nghiệm đã tự tin hơn trong học tập, mạnh dạn đưa ra các ý tưởng và có thói quen, kĩ năng sử dụng sơ đồ, mô hình để tóm tắt hay mô tả ý tưởng, giải pháp trong một bài trình bày nói hoặc viết. Đặc biệt, HS đã sẵn sàng chia sẻ hiểu biết của bản thân và biết cách tiếp nhận những quan điểm, giải pháp khác nhau của bạn học.

Về phía GV cũng dần hoàn thiện các kĩ năng và chủ động trong việc tổ chức các hoạt động ngôn ngữ đa dạng trong mỗi tiết dạy. GV đã thể hiện được khá tốt ý tưởng của các biện pháp được đưa ra. Biết cách khai thác, tận dụng các tình huống

phù hợp cho GTTH và BDTH. Có sự nhạy cảm về ngôn ngữ trong DH, đặc biệt là NNTH được HS sử dụng trong quá trình học tập và biết điều chỉnh kịp thời bằng các tác động hợp lí, hiệu quả.

### 3.7.2. Đánh giá định lượng

**3.7.2.1. Biện pháp:** Tổ chức bài kiểm tra viết đánh giá năng lực BDTH và GTTH của HS. Chấm các bài kiểm tra và cho điểm theo 5 mã xác định của từng ý hỏi trong mỗi câu. Tổng điểm kiểm tra toàn bài được qui đổi và xếp tương ứng với 5 mức độ của năng lực BDTH và năng lực GTTH. Kết quả được xử lí bằng phương pháp thống kê nhằm đánh giá hiệu quả của các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH đã áp dụng tại các lớp thực nghiệm so với các lớp đối chứng. Chúng tôi sử dụng một số công thức sau:

a) Điểm trung bình:  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i X_i$ . Trong đó,  $\bar{X}$  là điểm trung bình;  $X_i$  là

điểm đạt được thứ  $i$ ;  $n_i$  là số bài (số HS) đạt được điểm  $X_i$  tương ứng ở mỗi lần kiểm tra;  $k$  là số nhóm điểm khác nhau;  $n$  là kích thước mẫu (tổng số HS được kiểm tra).

b) Phương sai được tính theo công thức phương sai hiệu chỉnh:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (X_i - \bar{X})^2$$

c) Độ lệch chuẩn tương ứng với phương sai hiệu chỉnh:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (X_i - \bar{X})^2}$$

d) Kiểm định giả thuyết về sự khác nhau giữa các phương sai bằng tiêu

chẩn kiểm định  $F = \frac{S_{TN}^2}{S_{DC}^2}$  nếu  $S_{DC}^2 < S_{TN}^2$  hoặc  $F = \frac{S_{DC}^2}{S_{TN}^2}$  nếu  $S_{TN}^2 < S_{DC}^2$

e) Kiểm định giả thuyết về so sánh hai giá trị trung bình của hai mẫu độc lập

bằng tiêu chuẩn kiểm định:  $T = \frac{|\bar{X}_{TN} - \bar{X}_{DC}|}{\sqrt{\frac{S_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{S_{DC}^2}{n_{DC}}}}$

### 3.7.2.2. Kết quả thực nghiệm



**a) Kết quả kiểm tra trước thực nghiệm lần 1:**

*Bảng 3.1a: Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm lần 1.*

Nhóm	Điểm $x_i$	1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
	Số HS							
Đối chứng	80	14	29	25	9	3	2,48	1,031
	(%)	17,5	36,3	31,3	11,3	3,8		
Thực nghiệm	74	13	28	22	8	3	2,46	1,036
	(%)	17,6	37,8	29,7	10,8	4,1		

*Bảng 3.1b: Phân bố điểm đánh giá năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm lần 1.*

Nhóm	Điểm $x_i$	1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
	Số HS							
Đối chứng	80	15	30	28	5	2	2,4	0,945
	(%)	19,7	39,5	36,8	6,6	2,6		
Thực nghiệm	74	15	28	24	6	1	2,32	0,938
	(%)	20,3	37,8	32,4	8,1	1,4		

**So sánh phương sai của hai nhóm**

Ta tiến hành kiểm định phương sai của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng với giả thiết  $H_0$ : Sự khác nhau giữa phương sai của nhóm thực nghiệm và đối chứng không có ý nghĩa thống kê.

\*) *Năng lực BDTH*: Do  $s_{TN}^2 > s_{DC}^2$  nên ta chọn  $F = \frac{s_{TN}^2}{s_{DC}^2} = \frac{1,036}{1,031} \approx 1,005$ .

Giá trị tới hạn  $F_\alpha$  tra trong bảng phân phối F ứng với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  và với các bậc tự do 73; 79 là  $F_\alpha = 1,4599$ . Ta thấy  $1,4599 > 1,005$  hay  $F < F_\alpha$  (1)

\*) *Năng lực GTTH*: Do  $s_{DC}^2 > s_{TN}^2$  nên ta chọn  $F = \frac{s_{DC}^2}{s_{TN}^2} = \frac{0,945}{0,938} \approx 1,008$

Giá trị tới hạn  $F_\alpha$  tra trong bảng phân phối F ứng với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  và với các bậc tự do 73; 79 là  $F_\alpha = 1,4599$ . Ta thấy  $1,4599 > 1,008$  hay  $F < F_\alpha$  (2)

Từ (1) và (2): Chấp nhận giả thiết  $H_0$  tức là sự khác nhau giữa phương sai của nhóm thực nghiệm và đối chứng không có ý nghĩa thống kê.

### **So sánh điểm trung bình của hai nhóm**

Đặt giả thiết  $H_0$ : Điểm trung bình năng lực của hai nhóm tương đương nhau

Đối thiết  $H_1$ : Điểm trung bình về năng lực của hai nhóm thực nghiệm, đối chứng khác nhau (mức ý nghĩa 5%).

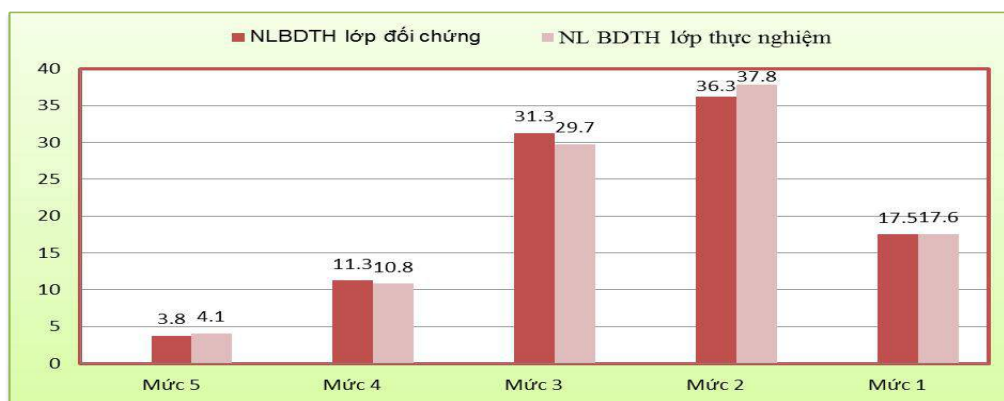
$$*) \text{ Năng lực BDTH: } T = \frac{|\bar{X}_{TN} - \bar{X}_{DC}|}{\sqrt{\frac{s_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{s_{DC}^2}{n_{DC}}}} = \frac{|2,46 - 2,48|}{\sqrt{\frac{1,036}{74} + \frac{1,031}{80}}} \approx 0,122 < t_{0,025} = 1,96$$

Giả thiết  $H_0$  được chấp nhận. (3)

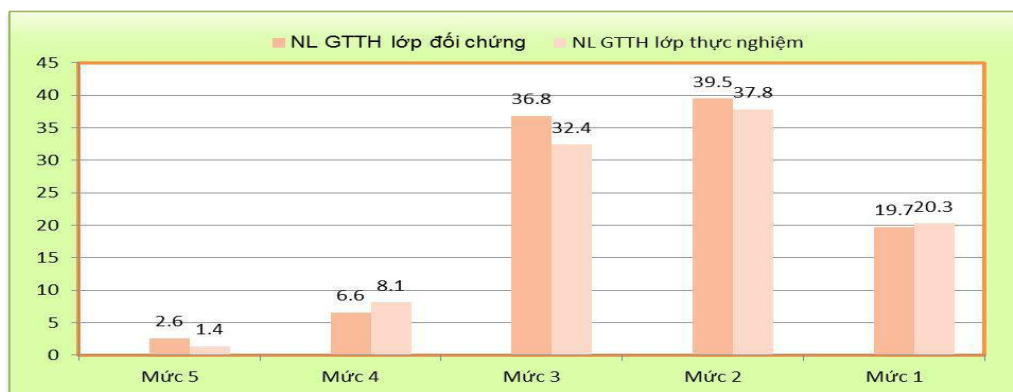
$$*) \text{ Năng lực GTTH: } T = \frac{|\bar{X}_{TN} - \bar{X}_{DC}|}{\sqrt{\frac{s_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{s_{DC}^2}{n_{DC}}}} = \frac{|2,32 - 2,40|}{\sqrt{\frac{0,938}{74} + \frac{0,945}{80}}} \approx 0,511 < t_{0,025} = 1,96$$

Giả thiết  $H_0$  được chấp nhận (4).

Từ (3) và (4): Năng lực BDTH và năng lực GTTH của hai nhóm thực nghiệm và đối chứng trước thực nghiệm lần 1 là tương đương nhau.



Biểu đồ 3.3a: Biểu đồ tần suất mức độ năng lực BDTH của HS trước thực nghiệm lần 1 của nhóm thực nghiệm và đối chứng



Biểu đồ 3.3b: Biểu đồ tần suất mức độ năng lực GTTH của HS trước thực nghiệm lần 1 của nhóm thực nghiệm và đối chứng  
b) Kết quả kiểm tra sau thực nghiệm lần 1

Bảng 3.2a: Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng sau khi thực nghiệm lần 1.

Nhóm	Điểm $x_i$		1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
	Số HS	(%)							
Đối chứng	80		10	30	24	13	3	2,61	1,025
	(%)		12,5	37,5	30,0	16,3	3,8		
Thực nghiệm	74		5	23	26	14	6	2,91	1,049
	(%)		6,8	31,1	35,1	18,9	8,1		

Bảng 3.2b: Phân bố điểm đánh giá năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng sau khi thực nghiệm lần 1.

Nhóm	Điểm $x_i$		1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
	Số HS	(%)							
Đối chứng	80		11	37	21	9	2	2,43	0,953
	(%)		13,8	46,3	26,3	11,3	2,5		
Thực nghiệm	74		7	26	23	13	5	2,77	1,067
	(%)		9,5	35,1	31,1	17,6	6,8		

### So sánh phương sai của hai nhóm

Ta tiến hành kiểm định phương sai của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng với giả thiết  $H_0$ : Sự khác nhau giữa phương sai của nhóm thực nghiệm và đối chứng không có ý nghĩa thống kê

\*Năng lực BDTH: Do  $s_{TN}^2 > s_{DC}^2$  nên ta chọn  $F = \frac{s_{TN}^2}{s_{DC}^2} = \frac{1,049}{1,025} \approx 1,023$

Giá trị tới hạn  $F_\alpha$  tra trong bảng phân phối F ứng với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  và với các bậc tự do 73; 79 là  $F_\alpha = 1,4599$ . Ta thấy  $1,4599 > 1,023$  hay  $F < F_\alpha$  (1)

\*Năng lực GTTH: Do  $s_{TN}^2 > s_{DC}^2$  nên ta chọn  $F = \frac{s_{TN}^2}{s_{DC}^2} = \frac{1,067}{0,953} \approx 1,120$

Giá trị tới hạn  $F_\alpha$  tra trong bảng phân phối F ứng với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  và với các bậc tự do 73; 79 là  $F_\alpha = 1,4599$ . Ta thấy  $1,4599 > 1,120$  hay  $F < F_\alpha$  (2)

Từ (1) và (2): Chấp nhận giả thiết  $H_0$  tức là sự khác nhau giữa phương sai của nhóm thực nghiệm và đối chứng không có ý nghĩa thống kê.

### ***So sánh điểm trung bình của hai nhóm***

Đặt giả thiết  $H_0$ : Điểm trung bình năng lực của hai nhóm tương đương nhau.

Đối thiết  $H_1$ : Điểm trung bình năng lực của nhóm thực nghiệm cao hơn nhóm đối chứng (mức ý nghĩa 5%)

$$*) \text{ Năng lực BDTH: } T = \frac{|\bar{X}_{TN} - \bar{X}_{DC}|}{\sqrt{\frac{s_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{s_{DC}^2}{n_{DC}}}} = \frac{|2,91 - 2,61|}{\sqrt{\frac{1,049}{74} + \frac{1,025}{80}}} \approx 1,826 > t_{0,05} = 1,671 \quad (3)$$

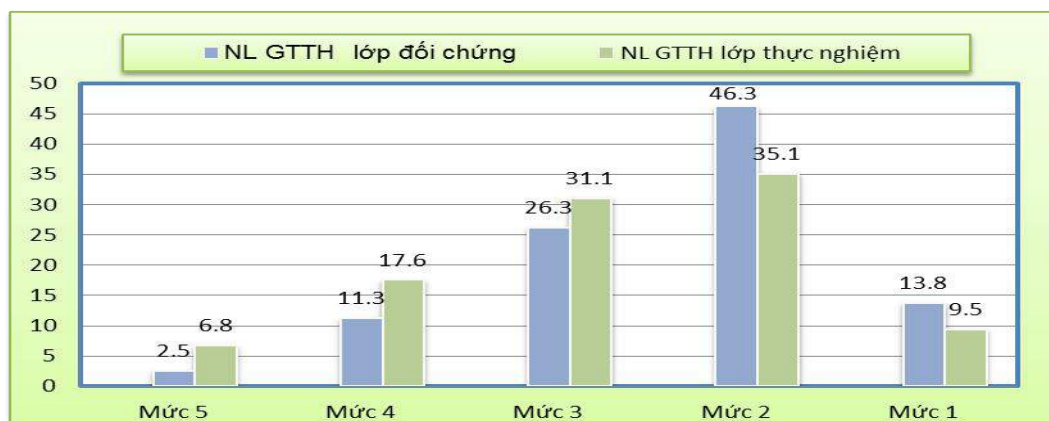
$$*) \text{ Năng lực GTTH: } T = \frac{|\bar{X}_{TN} - \bar{X}_{DC}|}{\sqrt{\frac{s_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{s_{DC}^2}{n_{DC}}}} = \frac{|2,77 - 2,43|}{\sqrt{\frac{1,067}{74} + \frac{0,953}{80}}} \approx 2,100 > t_{0,05} = 1,671 \quad (4)$$

Từ (3) và (4): Giả thuyết  $H_0$  bị bác bỏ.

Vậy, sau thực nghiệm lần 1, điểm trung bình đánh giá năng lực BDTH và GTTH của nhóm thực nghiệm cao hơn nhóm đối chứng.



Biểu đồ 3.4a: *Biểu đồ tần suất mức độ năng lực BDTH sau thực nghiệm lần 1 của nhóm thực nghiệm và đối chứng*



Biểu đồ 3.4b: Biểu đồ tần suất mức độ năng lực GTTH sau thực nghiệm lần 1 của nhóm thực nghiệm và đối chứng

Qua phân tích định tính và định lượng kết quả thực nghiệm sư phạm lần 1, chúng tôi có thể khẳng định bước đầu việc vận dụng các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH đã tác động tích cực đối với GV và HS. Tuy nhiên, kết quả đạt được chưa như mong đợi. Một phần, do GV chưa thực sự hiểu sâu về các biện pháp, cách thức chúng tôi thiết kế bài soạn còn chung chung, chưa thể hiện rõ ý đồ của các biện pháp một cách tường minh để thuận lợi cho GV và trong tổ chức thực hiện hiệu quả hơn. Một số nội dung còn chưa phù hợp với HS đầu lớp 7 nên HS còn gặp khó khăn khi GTTH và BDTH trong học tập môn toán. Đây là những vấn đề chúng tôi đã nghiên cứu bổ sung và hoàn thiện trong thực nghiệm lần 2.

c) Kết quả kiểm tra trước thực nghiệm lần 2:

Bảng 3.3a: Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm lần 2

Nhóm	Điểm $x_i$	1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
	Số HS							
Đối chứng	76	11	25	20	16	4	2,70	1,120
	(%)	14,5	32,9	26,3	21,1	5,3		
Thực nghiệm	81	11	23	26	18	3	2,74	1,070
	(%)	13,6	28,4	32,1	22,2	3,7		

Bảng 3.3b: Phân bố điểm đánh giá năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm lần 2

Nhóm	Điểm $x_i$	1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
	Số HS							
Đối chứng	76	11	26	24	12	3	2,61	1,047
	(%)	14,5	34,2	31,6	15,8	3,9		

Thực nghiệm	81	13	25	28	10	5	2,62	1,091
	(%)	16,0	30,9	34,6	12,3	6,2		

### ***So sánh phương sai của hai nhóm***

Ta tiến hành kiểm định phương sai của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng với giả thiết  $H_0$ : Sự khác nhau giữa phương sai của nhóm thực nghiệm và đối chứng không có ý nghĩa thống kê.

\*) *Năng lực BDTH*: Do  $s_{TN}^2 < s_{DC}^2$  nên ta chọn:  $F = \frac{s_{DC}^2}{s_{TN}^2} = \frac{1,120}{1,070} \approx 1,121$

Giá trị tới hạn  $F_\alpha$  tra trong bảng phân phối F ứng với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  và với các bậc tự do 80; 75 là  $F_\alpha = 1,4586$ . Ta thấy  $1,4586 > 1,121$  hay  $F < F_\alpha$  (1)

\*) *Năng lực GTTH*: Do  $s_{TN}^2 > s_{DC}^2$  nên ta chọn  $F = \frac{s_{TN}^2}{s_{DC}^2} = \frac{1,091}{1,047} \approx 1,042$

Giá trị tới hạn  $F_\alpha$  tra trong bảng phân phối F ứng với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  và với các bậc tự do 80; 75 là  $F_\alpha = 1,4586$ . Ta thấy:  $1,4586 > 1,042$  hay  $F < F_\alpha$  (2)

Từ (1) và (2): Chấp nhận giả thiết  $H_0$  tức là sự khác nhau giữa phương sai của nhóm thực nghiệm và đối chứng không có ý nghĩa thống kê.

### ***So sánh điểm trung bình của hai nhóm***

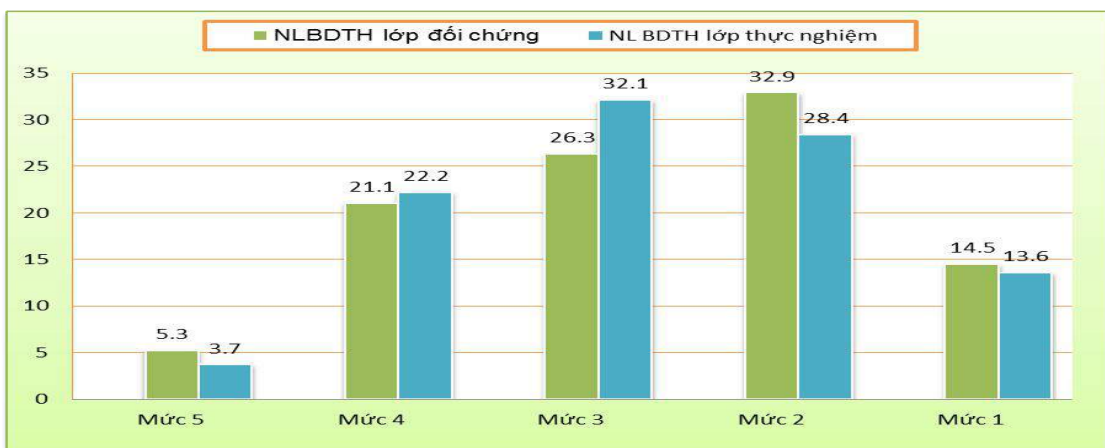
Đặt giả thiết  $H_0$ : *Điểm trung bình năng lực của hai nhóm thực nghiệm và đối chứng sau khi thực nghiệm là tương đương nhau*

Đối thiết  $H_1$ : *Điểm trung bình năng lực của hai nhóm thực nghiệm và đối chứng là khác nhau (mức ý nghĩa 5%)*.

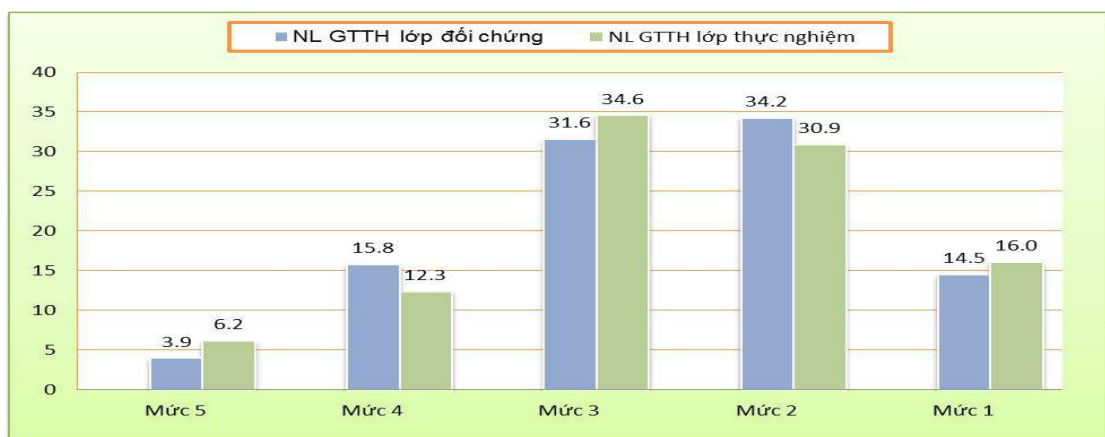
\*) *Năng lực BDTH*:  $T = \frac{|\bar{X}_{TN} - \bar{X}_{DC}|}{\sqrt{\frac{s_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{s_{DC}^2}{n_{DC}}}} = \frac{|2,74 - 2,70|}{\sqrt{\frac{1,070}{81} + \frac{1,120}{76}}} \approx 0,239 < t_{0,025} = 1,96$  (3)

\*) *Năng lực GTTH*:  $T = \frac{|\bar{X}_{TN} - \bar{X}_{DC}|}{\sqrt{\frac{s_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{s_{DC}^2}{n_{DC}}}} = \frac{|2,62 - 2,61|}{\sqrt{\frac{1,091}{81} + \frac{1,047}{76}}} \approx 0,061 < t_{0,025} = 1,96$  (4)

Từ (3) và (4): Giả thiết  $H_0$  được chấp nhận. Điểm trung bình năng lực BDTH và GTTH của hai nhóm thực nghiệm và đối chứng tương đương nhau.



Biểu đồ 3.5a: Biểu đồ tần suất mức độ năng lực BDTH trước thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm và đối chứng



Biểu đồ 3.5a: Biểu đồ tần suất mức độ năng lực GTTH trước thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm và đối chứng

d) Kết quả kiểm tra sau thực nghiệm lần 2:

Bảng 3.4a: Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng sau khi thực nghiệm lần 2

Nhóm	Số HS	Điểm $x_i$					$\bar{X}$	$S^2$
		1	2	3	4	5		
Đối chứng	76	8	11	40	11	6	2,95	1,018
	(%)	10,5	14,5	52,6	14,5	7,9		
Thực nghiệm	81	2	4	36	25	14	3,56	0,922
	(%)	2,5	4,9	44,4	30,9	17,3		

Bảng 3.4b: Phân bố điểm đánh giá năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng sau khi thực nghiệm lần 2

Nhóm	Số HS	Điểm $x_i$					$\bar{X}$	$S^2$
		1	2	3	4	5		
Đối chứng	76	5	14	39	13	5	2,99	0,945

	(%)	6,6	18,4	51,3	17,1	6,6		
Thực nghiệm	81	1	5	34	23	18	3,64	0,928
	(%)	1,2	6,2	42,0	28,4	22,2		

### ***So sánh phương sai của hai nhóm***

Ta tiến hành kiểm định phương sai của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng với giả thiết  $H_0$ : sự khác nhau giữa phương sai của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng không có ý nghĩa.

\*) *Năng lực BDTH*: Do  $s_{DC}^2 > s_{TN}^2$  nên ta chọn  $F = \frac{s_{DC}^2}{s_{TN}^2} = \frac{1,018}{0,922} \approx 1,104$

Giá trị tới hạn  $F_\alpha$  tra trong bảng phân phối F ứng với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  và với các bậc tự do 75; 80 là 1,4548. Ta thấy  $1,104 < 1,4548$  hay  $F < F_\alpha$  (1)

\*) *Năng lực GTTH*: Do  $s_{DC}^2 > s_{TN}^2$  nên ta chọn  $F = \frac{s_{DC}^2}{s_{TN}^2} = \frac{0,945}{0,928} \approx 1,018$

Giá trị tới hạn  $F_\alpha$  tra trong bảng phân phối F ứng với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  và với các bậc tự do 75; 80 là 1,4548. Ta thấy  $1,018 < 1,4548$  hay  $F < F_\alpha$  (2)

Từ (1) và (2): Chấp nhận giả thiết  $H_0$  tức là sự khác nhau giữa phương sai của nhóm thực nghiệm và đối chứng không có ý nghĩa thống kê.

### ***So sánh điểm trung bình của hai nhóm***

Đặt giả thiết  $H_0$ : Điểm trung bình năng lực hai nhóm tương đương nhau.

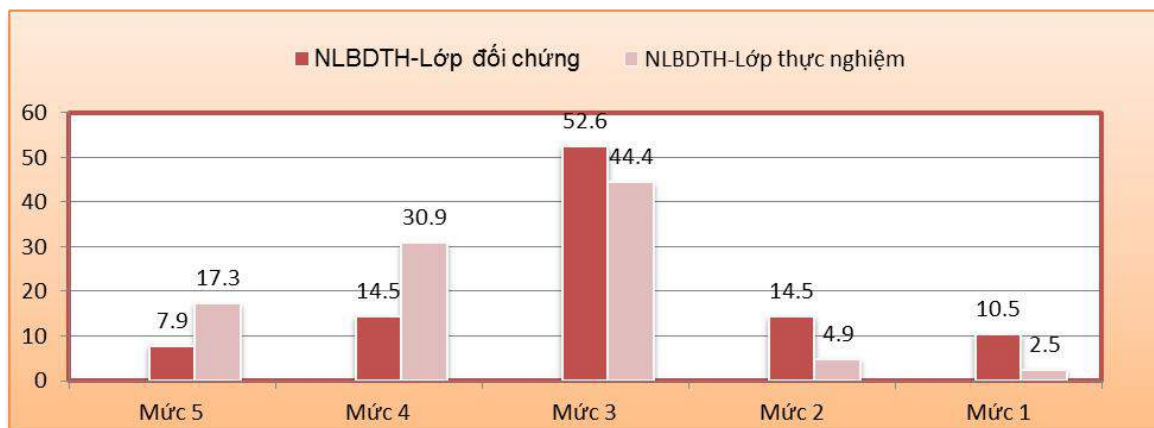
Đối thiết  $H_1$ : Điểm trung bình năng lực nhóm thực nghiệm cao hơn nhóm đối chứng (mức ý nghĩa 5%)

\*) *Năng lực BDTH*:  $T = \frac{|\bar{X}_{TN} - \bar{X}_{DC}|}{\sqrt{\frac{s_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{s_{DC}^2}{n_{DC}}}} = \frac{|3,56 - 2,95|}{\sqrt{\frac{0,922}{81} + \frac{1,018}{76}}} \approx 3,881 > t_{0,05} = 1,67$  (3)

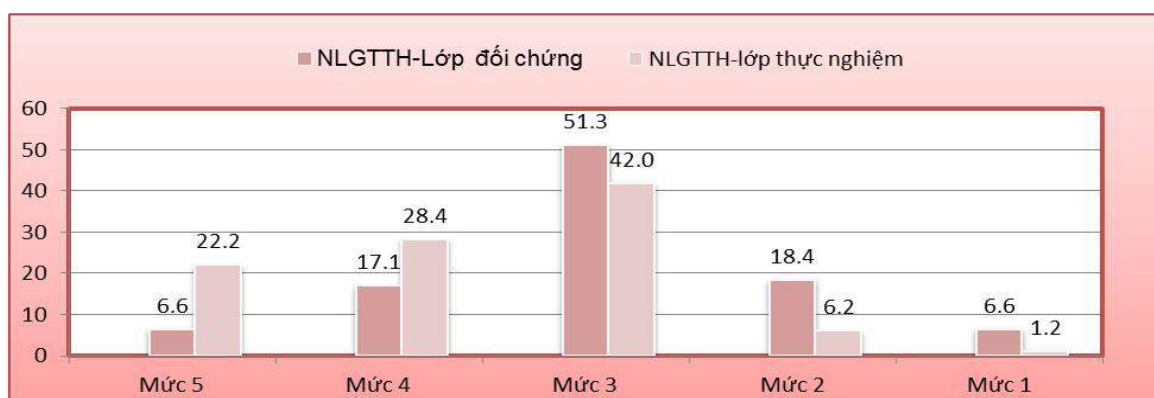
\*) *Năng lực GTTH*:  $T = \frac{|\bar{X}_{TN} - \bar{X}_{DC}|}{\sqrt{\frac{s_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{s_{DC}^2}{n_{DC}}}} = \frac{|3,64 - 2,99|}{\sqrt{\frac{0,928}{81} + \frac{0,945}{76}}} \approx 4,205 > t_{0,05} = 1,67$  (4)



Từ (3) và (4): Giả thuyết  $H_0$  bị bác bỏ. Vậy điểm trung bình đánh giá năng lực BDTH và GTTH sau thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm cao hơn nhóm đối chứng.



Biểu đồ 3.6.a. Biểu đồ tần suất mức độ năng lực BDTH của HS sau thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm và đối chứng



Biểu đồ 3.6.b. Biểu đồ tần suất mức độ năng lực GTTH của HS sau thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm và đối chứng

Đợt thực nghiệm lần thứ hai có số tiết dạy nhiều hơn lần 1, được thực hiện trong khoảng 6 tháng, điều này đã hình thành cho cả HS và GV kỹ năng và thói quen tổ chức các hoạt động BDTH và GTTH gắn với nội dung chương trình môn toán. Đồng thời, tăng cường sự giao lưu trong học tập, nhờ đó đã tạo nên sự ăn ý trong nhiều hoạt động học tập, thấu hiểu và đồng cảm giữa các HS trong lớp, giữa GV với HS. Thực nghiệm lần thứ 2 đã có thiết kế phù hợp với năng lực của HS và thực tế giảng dạy. Kết quả kiểm định cho thấy năng lực BDTH và GTTH của HS lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng. Điều này, bước đầu khẳng định các biện

pháp bồi dưỡng năng lực GTTH và năng lực BDTH cho HS qua DH môn toán đã mang lại hiệu quả và có tính khả thi.

Từ kết quả của quá trình thực nghiệm, ta có thể nhận xét như sau:

Đa số HS của nhóm thực nghiệm đều đồng ý cho rằng việc DH bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH đã giúp HS hiểu biết toán học một cách sâu sắc hơn. Đồng thời, giúp HS tự tin, tự chủ hơn khi tham gia các hoạt động học tập. Khắc phục được những trở ngại về tâm lí, sự rụt dè, e ngại và phát huy được tính tích cực, chủ động, sáng tạo trong học tập. Nhờ được tăng cường các hoạt động rèn kĩ năng sử dụng NNTH, bao gồm các thuật ngữ, kí hiệu, các biểu tượng toán học trong mối quan hệ chặt chẽ với NNTN đã giúp HS suy nghĩ mạch lạc, diễn đạt rõ ràng và có khả năng ghi nhớ sâu hơn các tri thức toán học. HS các lớp đối chứng thiếu sự linh hoạt, chủ động trong học tập, việc sử dụng các BDTH trong suy nghĩ, giao tiếp hoặc ghi nhớ bài học chưa nhiều, chưa hiệu quả. Còn biểu hiện rụt rè, thiếu tự tin, ngại giao tiếp, không biết cách đặt câu hỏi và thường thụ động trả lời câu hỏi của GV.

Giao tiếp toán học và BDTH hiệu quả giúp cho HS mạnh dạn, biết bộc lộ ý tưởng toán học của mình mạch lạc, rõ ràng, tạo sự thân thiện, cởi mở, làm cho quá trình học tập thực sự tích cực và chủ động hơn. Điều này rất quan trọng và đặc biệt có ý nghĩa đối với HS đầu cấp THCS, khi các em bắt đầu tiếp cận với những tri thức nền tảng của toán học phổ thông.

### Kết luận chương 3

Chương 3 trình bày quá trình thực nghiệm và đánh giá kết quả thực nghiệm ba nhóm biện pháp sư phạm về bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS lớp 6, lớp 7 (với 7 biện pháp cụ thể). Kết quả thực nghiệm 2 lần độc lập đã làm sáng tỏ những vấn đề lí luận và thực tiễn về bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS. Đồng thời khẳng định tính hiệu quả và khả thi của các biện pháp sư phạm đã đề xuất.

Luận án đã lựa chọn nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng tương đương nhau về trình độ học tập và mức độ năng lực BDTH và GTTH. Tại nhóm thực nghiệm, trong DH có sử dụng các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH đã đề xuất. Với nhóm đối chứng, trong quá trình DH, vẫn diễn ra những hoạt động BDTH và GTTH bằng NNTH một cách tự phát. Tuy nhiên, do thói quen còn quá chú trọng vào kiến thức hàn lâm và kết quả giải toán nên chưa khai thác hiệu quả các quá trình này để bồi dưỡng năng lực GTTH và năng lực BDTH cho HS. Do đó, HS các lớp đối chứng đã gặp khó khăn hơn và còn nhiều lúng túng khi thể hiện khả năng xử lí ngôn ngữ trước khi giải toán, khả năng mô tả giải pháp trước khi trình bày, khả năng chuyển đổi ngôn ngữ để thuận lợi cho tư duy và giao tiếp, khả năng sử dụng BDTH như một mô hình hỗ trợ nhận thức... HS khó có khả năng giải quyết các bài toán trong các tình huống không quen thuộc, không tương tự với lí thuyết đã biết,... Đối với nhóm thực nghiệm, HS đã thực hiện tốt hơn các tình huống dạng này và thu được kết quả cao hơn hẳn nhóm đối chứng.

Kết quả kiểm tra và qua quan sát, phân tích, xem xét vở ghi của HS cho thấy: HS nhóm thực nghiệm trình bày nội dung toán học khoa học, ngắn gọn và hợp logic. HS nhóm đối chứng diễn đạt còn dài, thiếu mạch lạc và ít sáng tạo. HS nhóm thực nghiệm linh hoạt hơn trong sử dụng các BDTH và có sự hiểu biết sâu sắc đầy đủ hơn về các khái niệm và quan hệ toán học.

Có thể khẳng định, việc thực hiện các biện pháp đề xuất trong luận án đã hình thành và phát triển năng lực BDTH, năng lực GTTH cho HS, qua đó bồi dưỡng tình yêu môn toán, tăng cường tính chủ động, tự giác, tích cực học tập, nâng cao kết quả học tập môn toán cho HS đầu cấp THCS. Tóm lại, mục đích thực nghiệm đã hoàn thành, tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp đã bước đầu được khẳng định, giả thuyết khoa học của luận án có thể chấp nhận được về mặt thực tiễn.

## KẾT LUẬN

Luận án đã hoàn thành các nội dung và nhiệm vụ nghiên cứu đề ra, xây dựng được các biện pháp sư phạm bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, 7, nâng cao kết quả học tập môn toán. Luận án thu được các kết quả chính như sau:

1. Tổng quan về NNTH, BDTH và GTTH. Đưa ra quan niệm khái quát về sử dụng NNTH và năng lực sử dụng NNTH. Trên cơ sở đó, xây dựng quan niệm về năng lực BDTH, năng lực GTTH, xác định các thành tố, các biểu hiện đặc trưng và các mức độ của năng lực BDTH và GTTH của HS THCS.

2. Phân tích NNTH trong chương trình, SGK toán lớp 6, lớp 7. Nghiên cứu thực trạng DH bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS THCS hiện nay, phân tích rõ nguyên nhân làm căn cứ đề xuất các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH cho HS trong DH môn toán lớp 6, lớp 7.

3. Xác định 3 nguyên tắc định hướng cho việc xây dựng các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH. Trên cơ sở đó, xây dựng ba nhóm biện pháp gồm 7 biện pháp cụ thể để bồi dưỡng năng lực BDTH và năng lực GTTH. Với mỗi biện pháp, mô tả rõ mục đích, cơ sở khoa học, nội dung, hướng dẫn thực hiện, những lưu ý khi thực hiện và các ví dụ minh họa. Cụ thể như sau:

### ***Nhóm biện pháp 1: Bồi dưỡng năng lực BDTH***

*Biện pháp 1.1: Tổ chức các hoạt động nhận biết, hiểu và sử dụng đúng các dạng biểu diễn về các đối tượng, quan hệ và các bước biến đổi toán học.*

*Biện pháp 1.2: Tổ chức các hoạt động liên kết, biến đổi hoặc tạo ra BDTH trong quá trình tư duy để biểu diễn và biểu diễn để tư duy.*

### ***Nhóm biện pháp 2: Bồi dưỡng năng lực GTTH***

*Biện pháp 2.1: Tăng cường các hoạt động nghe hiểu, đọc hiểu (các văn bản, mô hình, sơ đồ, hình vẽ,..) và ghi chép (nội dung nghe hiểu, đọc hiểu) bằng NNTH trong DH môn toán.*

*Biện pháp 2.2: Hướng dẫn HS tạo lập các ngôn phẩm nói hoặc viết toán trong DH khái niệm, định lí, qui tắc và phương pháp toán học.*

### ***Nhóm biện pháp 3: Bồi dưỡng đồng thời cả hai năng lực BDTH và GTTH***

*Biện pháp 3.1. Xây dựng, lựa chọn và tổ chức cho HS thực hiện các hoạt động BDTH và GTTH trong quá trình giải quyết các tình huống toán học hóa.*

*Biện pháp 3.2: Tổ chức các hoạt động học tập tương tác (theo nhóm, theo cặp hoặc thảo luận chung) trong thực hiện các nhiệm vụ học tập đa dạng về lời giải, có yếu tố thực tiễn, có nhiều cách biểu diễn phù hợp với HS trong nhận thức, thực hành, ghi nhớ và GTTH.*

*Biện pháp 3.3. Tổ chức học theo dự án theo hướng tăng cường các hoạt động BDTH và GTTH trong từng bước thực hiện dự án.*

4. Tổ chức DH thực nghiệm để minh họa cho tính khả thi và tính hiệu quả của các biện pháp sư phạm đã đề xuất.

Trên cơ sở các kết quả nghiên cứu, có thể khẳng định mục đích nghiên cứu đã đạt được, nhiệm vụ nghiên cứu đã hoàn thành và giả thuyết khoa học là chấp nhận được. Nghiên cứu của luận án đã khẳng định các biện pháp bồi dưỡng năng lực BDTH, năng lực GTTH là hiệu quả và khả thi, nâng cao kết quả học tập môn toán, phát triển khả năng tư duy logic và sử dụng ngôn ngữ chính xác cho HS THCS. Mặt khác, các biện pháp sư phạm đã thể hiện rõ nét quan điểm DH qua hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích cực của HS. Qua đó, phát triển cho HS năng lực BDTH, năng lực GTTH nói riêng và năng lực toán học nói chung. Đồng thời, góp phần làm sáng tỏ định hướng đổi mới DH theo phát triển năng lực cho người học, hình thành tính tích cực, chủ động, tự trọng, tự tin trong quá trình chiếm lĩnh tri thức, phát triển khả năng tự học hiệu quả, hướng tới học tập suốt đời cho HS.

## NHỮNG CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CÓ LIÊN QUAN CỦA TÁC GIẢ ĐÃ CÔNG BỐ

- [1]. Vũ Thị Bình (2013). *Mệnh đề toán học, định lý toán học và hình thức ngôn ngữ biểu thị chúng ở phần Hình học lớp 6*. Tạp chí Giáo dục, số Đặc biệt, tháng 10 năm 2013.
- [2]. Vũ Thị Bình (2013). *Khai thác yếu tố ngôn ngữ qua hợp đồng học tập luyện tập về phép chia hai lũy thừa cùng cơ số- toán 6*. Tạp chí Giáo dục, kì 2, tháng 11 năm 2013
- [3]. Vũ Thị Bình (2014). *Thuật ngữ toán học và kí hiệu toán học trong dạy học khái niệm toán học phần ôn tập và bổ túc về số tự nhiên ở lớp 6*. Tạp chí Khoa học giáo dục, số Đặc biệt, tháng 1 năm 2014.
- [4]. Vũ Thị Bình (2014). *Một số vấn đề về giao tiếp toán học và biểu diễn toán học trong dạy học môn toán ở phổ thông*. Tạp chí Giáo dục, số Đặc biệt, tháng 10 năm 2014.
- [5]. Vũ Thị Bình (2014). *Sử dụng biểu diễn toán học trong dạy học môn Toán lớp 6 và lớp 7*, Tạp chí KHGD, số 111, 12/2014.
- [6]. Vũ Thị Bình (2015). *Năng lực biểu diễn toán học của học sinh trung học cơ sở và những lưu ý trong đào tạo sinh viên sư phạm toán*, Kỷ yếu hội thảo khoa học, Phát triển năng lực nghề nghiệp giáo viên Toán phổ thông Việt Nam, tháng 5/2015, NXB Đại học sư phạm Hà Nội.
- [7]. Vũ Thị Bình (2015). *Fostering Communication Competency of Mathematical Language for Secondary School Student in Vietnam*, The 5<sup>th</sup> International Conference on Science and Social Science 2015: Research and Innovation for Community and Regional Development, Rajabhat Maha Sarakham University, Thailand, 2015.
- [8]. Vũ Thị Bình (2015). *Năng lực biểu diễn toán học của học sinh lớp 6, lớp 7 trung học cơ sở*, Tạp chí Quản lý Giáo dục, số đặc biệt, tháng 11 năm 2015.
- [9]. Vũ Thị Bình (2016). *Biện pháp bồi dưỡng năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn toán lớp 6, lớp 7*, Tạp chí Quản lý Giáo dục, số 84, tháng 5 năm 2016.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

### A. Tiếng Việt

- [1] Nguyễn Thị Tân An (2014), *Sử dụng toán học hóa để phát triển các năng lực hiểu biết định lượng của HS lớp 10*, Luận án tiến sĩ, Trường ĐHSP Thành phố Hồ Chí Minh.
- [2]. Nguyễn Áng ( chủ biên, 2004), Đỗ Tiên Đạt, Đào Thái Lai, Phạm Thanh Tâm, Nguyễn Tuấn - *Hỏi đáp về dạy học toán 1*, NXB Giáo Dục, Hà Nội.
- [3]. Phan Anh (2012), *Góp phần phát triển năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn cho học sinh Trung học phổ thông qua dạy học Đại số và Giải tích*. Luận án tiến sĩ, Trường Đại học Vinh.
- [4]. Trần Ngọc Bích (2013), *Một số biện pháp giúp học sinh các lớp đầu cấp tiểu học sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học*, Luận án tiến sĩ, Viện KHGDVN.
- [5]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2006). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*. NXB Giáo dục.
- [6]. Bộ GD&ĐT (2015), *Tài liệu tập huấn cho GV các trường dân tộc nội trú*, 11/ 2015.
- [7]. Bộ GD&ĐT (2015), *Nội dung Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể trong chương trình giáo dục phổ thông mới* (Dự thảo)
- [8]. Bộ GD&ĐT (2014), *Tài liệu tập huấn Dạy học và kiểm tra đánh giá kết quả học tập theo định hướng phát triển năng lực HS - môn toán THPT*, Hà Nội.
- [9] Bộ GD&ĐT, Dự án Việt Bỉ (2010), *Dạy và học tích cực, một số phương pháp và kỹ thuật dạy học*, Nhà xuất bản ĐHSP.
- [10] Bộ GD&ĐT (2015), *Chương trình phát triển giáo dục trung học, Hướng dẫn học toán 6* (sách thử nghiệm), NXB Giáo dục Việt Nam.
- [11]. Trần Đình Châu (1996), *Xây dựng hệ thống bài tập số học nhằm bồi dưỡng một số yếu tố của năng lực toán học cho học sinh khá giỏi đầu cấp THCS*, Luận án tiến sĩ, Viện KHGDVN.
- [12]. Trần Đình Châu, Đặng Thị Thu Thủy (2011) *Thiết kế bản đồ tư duy dạy học môn toán*, NXB Giáo dục Việt Nam .

- [13]. Nguyễn Hải Châu, Lê Thị Mỹ Hà (đồng chủ biên, 2012). *PISA và các dạng câu hỏi*. NXB Giáo dục.
- [14]. Nguyễn Hữu Châu (2005). *Những vấn đề cơ bản về chương trình và quá trình dạy học*. NXB Giáo dục.
- [15]. Hoàng Chúng (1994). *Một số vấn đề về giảng dạy ngôn ngữ và kĩ hiệu toán học ở trường phổ thông cấp 2*. Bộ Giáo dục và Đào tạo- Vụ Giáo viên.
- [16]. Hoàng Chúng (1995). *Phương pháp dạy học toán học ở trường phổ thông trung học cơ sở*. NXB Giáo dục. Hà Nội
- [17]. Hoàng Chúng (2000). *Phương pháp dạy học hình học ở trường trung học cơ sở*. NXB Giáo dục. Hà Nội
- [18]. Vũ Quốc Chung, Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan, Hà Sĩ Hò (1992) *Phương pháp dạy học toán ở Tiểu học*. Bộ GD&ĐT, Vụ Giáo viên, Hà Nội.
- [19]. John Dewey (2014), *Cách ta nghĩ*, NXB Tri thức.
- [20]. Hoàng Dũng, Bùi Mạnh Hùng (2007), *Giáo trình dẫn luận ngôn ngữ học*, NXB ĐHSP, Hà Nội
- [21]. Đỗ Tiến Đạt (2013) *Cơ sở khoa học của việc xây dựng chuẩn giáo dục phổ thông*. Tạp chí Khoa học Giáo dục số 96 (tháng 9/2013), trang 1-6
- [22]. Nguyễn Văn Đồng (2009), *Tâm lý học giao tiếp*, NXB Chính trị - hành chính.
- [23]. Phạm Gia Đức (chủ biên, 1998), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Giáo dục. Hà Nội
- [24]. Phạm Gia Đức, Phạm Đức Quang (2007), *Giáo trình dạy HS THCS tự lực tiếp cận kiến thức toán học*, NXB ĐHSP.
- [25]. Nguyễn Thiện Giáp (2003), *Dẫn luận ngôn ngữ học*, NXB GD
- [26]. Lê Thị Mỹ Hà (chủ biên, 2014), *Tài liệu tập huấn PISA 2015 và các dạng câu hỏi do OECD phát hành lĩnh vực toán học*. Bộ Giáo dục và Đào tạo, PISA Việt Nam. Hà Nội.
- [27]. Phạm Minh Hạc (chủ biên, 1988), *Tâm lý học*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [28]. Phạm Minh Hạc (chủ biên, 2002), *Tuyển tập Tâm lý học*, NXB Giáo dục, Hà Nội.



- [29]. Phạm Minh Hạc (1996), *Tuyển tập Tâm lý học J. Piaget*, NXB Giáo dục
- [30]. Phạm Minh Hạc (chủ biên, 2013), *Từ điển Bách Khoa tâm lý học, giáo dục học Việt Nam*, NXB Giáo dục Việt Nam.
- [31]. Nguyễn Thị Hạnh (2012), *Chuẩn môn học Ngữ văn trong chương trình giáo dục phổ thông giai đoạn sau 2015*, Báo cáo khoa học, Hội thảo quốc gia Đổi mới chương trình, sách giáo khoa giáo dục phổ thông-Kinh nghiệm quốc tế và vận dụng vào điều kiện Việt Nam, Hà Nội.
- [32]. Nguyễn Kế Hào (2004), Nguyễn Quang Uẩn, *Giáo trình tâm lý học lứa tuổi và tâm lý học sư phạm*, NXB ĐHSP.
- [33]. Phạm Văn Hoàn (chủ biên 1981), Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình. *Giáo dục học môn Toán*. NXB Giáo dục. Hà Nội.
- [34]. Hà Sĩ Hồ (1990). *Những vấn đề cơ sở của phương pháp dạy và học toán cấp 1*. NXB Giáo dục. Hà Nội.
- [35]. Hà Sỹ Hồ (1998). *Phương pháp dạy học Toán. Giáo trình đào tạo giáo viên tiểu học hệ 9+3 và 9 +4*. NXB Giáo dục.
- [36]. Lê Văn Hồng (2006). *Hoàn thiện nội dung và phương pháp dạy học môn toán ở trường phổ thông theo cách tiếp cận ngôn ngữ toán học*. Kỷ yếu Hội thảo khoa học của Hội Tâm lý - Giáo dục học Việt Nam, tháng 12/2006.
- [37]. Lê Văn Hồng (2013). *Hỗ trợ chất lượng dạy học môn toán ở trường phổ thông theo tiếp cận ngôn ngữ*. Tạp chí Giáo dục, số 321, kì 1 tháng 11/2013
- [38]. Lê Văn Hồng (2014), *Một số cơ sở khoa học của cách tiếp cận ngôn ngữ trong dạy học môn toán ở trường phổ thông*, Tóm tắt báo cáo khoa học hội thảo quốc gia đổi mới nội dung và phương pháp giảng dạy toán học, Trường Đại học Vinh.
- [39]. Nguyễn Bá Kim (chủ biên, 1992), Vũ Dương Thụy, *Phương pháp dạy học môn Toán. Phần đại cương*. NXB Giáo dục. Hà Nội.
- [40]. Nguyễn Bá Kim (2002), *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB ĐHSP. Hà Nội.
- [41]. Nguyễn Bá Kim (2005), Bùi Huy Ngọc, *Phương pháp dạy học đại cương môn Toán*, NXB ĐHSP.

- [42]. Nguyễn Bá Kim (2012). *Hoạt động của học sinh trong dạy học Toán*. Tạp chí Khoa học Giáo dục số 85, tháng 10-2012, trang 1-4.
- [43]. Nguyễn Bá Kim (2015), *Giáo dục toán học tập trung vào phát triển năng lực*, Tạp chí toán học trong nhà trường, số 1- tháng 7/ 2015.
- [44]. Trần Kiều (2014), *Về mục tiêu môn Toán trong trường phổ thông Việt Nam*. Tạp chí Khoa học Giáo dục số 102 (3/2014).
- [45]. Nguyễn Công Khanh (2015), *Giáo trình kiểm tra đánh giá trong giáo dục*, NXB ĐHSP.
- [46]. V.A.Cruchetxki (1973), *Tâm lí năng lực toán học của HS*, NXB Giáo dục, Hà Nội .
- [47]. Nguyễn Lâm (2006), *Từ điển từ và ngữ Việt Nam*, NXB Tổng hợp TP HCM.
- [48]. Trần Luận (1996), *Vận dụng tư tưởng sư phạm của Polya xây dựng nội dung và phương pháp dạy học trên cơ sở các hệ thống theo chủ đề nhằm phát huy năng lực sáng tạo của học sinh chuyên toán cấp II*, Luận án tiến sĩ, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
- [49]. Trần Luận (2011), *Về cấu trúc năng lực toán học của học sinh*. Kỷ yếu Hội thảo quốc gia về giáo dục toán học phổ thông. NXB Giáo dục Hà Nội.
- [50]. Nguyễn Đức Minh (2014), *Hướng dẫn đánh giá năng lực của HS cuối cấp tiểu học*, NXB Giáo dục.
- [51]. V.M. Mo-lot-si (1962), *Một số vấn đề triết học về cơ sở của toán học*, NXB Giáo dục Hà Nội.
- [52]. Nguyễn Danh Nam (2013), *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học toán ở trường phổ thông*, Kỷ yếu Hội thảo khoa học cán bộ trẻ các trường sư phạm toàn quốc, NXB Đà Nẵng.
- [53]. Phan Trọng Ngọ (2011), *Cơ sở triết học và tâm lí học của đổi mới phương pháp dạy học trong trường phổ thông*, NXB ĐHSP, Hà Nội.
- [54]. Bùi Huy Ngọc (2003), *Tăng cường khai thác nội dung thực tế trong dạy học Số học và Đại số nhằm nâng cao năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh Trung học cơ sở*. Luận án Tiến sĩ Giáo dục học. Trường Đại học Vinh.

- [55]. Tôn Nữ Mỹ Nhật (2013). *Diễn ngôn toán như một thể loại đa tín hiệu*. Tạp chí ngôn ngữ, số 3 năm 2013.
- [56]. Hoàng Phê (2010), *Từ điển tiếng Việt*, NXB Đà Nẵng.
- [57]. Phạm Đức Quang (2016), *Cơ hội hình thành và phát triển một số năng lực chung cốt lõi qua DH môn toán ở trường phổ thông Việt Nam*, Tạp chí Khoa học Giáo dục, số 125, tháng 2/2016.
- [58]. G.Polya (1995); *Toán học và suy luận có lý*; NXB Giáo dục, Hà Nội
- [59]. Phan Anh Tài (2014), *Đánh giá năng lực giải quyết vấn đề của HS trong dạy học toán lớp 11 THPT*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh.
- [60]. Đỗ Đức Thái (2014) *Một số quan điểm cơ bản về việc xác định nội dung dạy học môn Toán trong trường phổ thông Việt Nam*. Tạp chí Khoa học Giáo dục số 104 (5/2014)
- [61]. Tôn Thân (Chủ biên, 2012) cùng các tác giả, *Sách giáo khoa, Sách giáo viên, Sách bài tập môn Toán*, NXB Giáo dục, 2012.
- [62]. Chu Cẩm Thơ (2010), *Vận dụng phương pháp kích thích tư duy của học sinh trong dạy học môn toán ở phổ thông*, Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, Trường ĐHSP Hà Nội.
- [63]. Chu Cẩm Thơ (2014), *Bàn về những năng lực toán học của học sinh phổ thông*, Website: [www.pomath.vn](http://www.pomath.vn)
- [64]. Nguyễn Xuân Thom (2009), *Bản chất của ngôn ngữ chuyên ngành*, Tạp chí Khoa học ĐHQG Hà Nội, Ngoại ngữ 25.
- [65]. Nguyễn Văn Thuận (2004), *Góp phần phát triển năng lực tư duy lôgic và sử dụng chính xác ngôn ngữ toán học cho học sinh đầu cấp THPT trong dạy học Đại số*, Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh.
- [66]. Trần Anh Tuấn (2007). *Dạy học môn toán ở trường THCS theo hướng tổ chức các hoạt động toán học*, NXB ĐHSP, Hà Nội.
- [67]. Hoa Ánh Tường (2014), *Sử dụng nghiên cứu bài học để phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trung học cơ sở*, Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, Trường ĐHSP thành phố HCM.

- [68]. Nguyễn Quang Uẩn, Trần Hữu Luyện, Trần Quốc Thành (2013), *Tâm lí học đại cương*, NXB ĐHQG Hà Nội.
- [69]. Thái Huy Vinh (2014), *Rèn luyện kĩ năng sử dụng ngôn ngữ toán học trong dạy học môn toán lớp 4, lớp 5 trường tiểu học*, Luận án tiến sĩ, Đại học Vinh, Nghệ An.
- [70]. Trần Vui (2009), *Biểu diễn trực quan trong việc học toán*. Tạp chí Giáo dục số 227 (kì 1, tháng 12/2009)
- [71]. Trần Vui (2009), *Đánh giá hiểu biết Toán của học sinh 15 tuổi*. NXB Giáo dục, H. 2009.
- [72]. Trần Vui (2009), *Sử dụng toán học hóa để nâng cao hiểu biết định lượng cho HS THPT*, Tạp chí Khoa học Giáo dục, 43.
- [73]. Trần Vui (2014), *Vai trò của biểu diễn bội trong phát triển năng lực suy luận thống kê của học sinh*. Tạp chí Khoa học Giáo dục số 104 (5/2014)
- [74]. Vurgôtxki L.X(1997), *Tuyển tập tâm lí học*, NXB ĐHQG Hà Nội
- [75]. Xavier Roegiers (1996), *Khoa sư phạm tích hợp hay làm thế nào để phát triển các năng lực ở nhà trường*. NXB Giáo dục.
- [76]. Nguyễn Như Ý (chủ biên, 2001), *Từ điển Tiếng Việt thông dụng*, NXB Giáo dục.

## **B. Tiếng Anh:**

- [77]. AERO (2011) *Mathematics Curriculum Framework, K-8 Standards and Performance Indicators*, 2011
- [78]. Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority (ACARA, 2013), *The Australian Curriculum Mathematics*
- [79]. Chad Larson (2007), *The Importance of Vocabulary Instruction in Everyday Mathematics*
- [80]. Clare Lee (2006), *Language for learning Mathematics Assessment for learning in Practice*, Open University Press.
- [81]. Emori Hideyo (2008), *We Shall Overcome Dysfunctional Beliefs For Introducing Communication Study*, Proceedings of APEC - Khon Kaen

International Symposium in 25-29 August 2008 at Khon Kaen University "Innovative Teaching Mathematics through Lesson Study III - Focusing on Mathematical Communication", pp.70-91.

[82]. European Research in Mathematics Education (1999) - *Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME1, 1999)

[83]. European Research in Mathematics Education (2005) - *Proceedings of the Fourth Congress of European Society for Research in Mathematics Education* (CERME4, 2005).

[84]. Fernando Hitt (2002), *Representations and Mathematics Visualization*, North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

[85]. Glenda Anthony and Margaret Walshaw. *Effective pedagogy in Mathematics*. International Association of Education, International Bureau of Education, [www.iaoed.org](http://www.iaoed.org)

[86]. Gordon Wells (1994) *The Complementary Contributions of Halliday and Vygotsky to a "Language-Based Theory of Learning"*, *Linguistics and Education* 6, pp.41-90.

[87]. Gwenanne M. Salkind, *Mathematical Representations*, George Mason University EDCI 857 Preparation and Professional Development of Mathematics Teachers, Dr. Margret Hjalmarson, 2007

[88]. Gerald Goldin và Nina Shteingold (2001), *Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts*, In A. Cuoco & F. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 1-23). Reston, VA: NCTM.

[89]. Jan de Lange (1999), *Framework For Classroom Assessment in Mathematics*, Freudenthal Institute & National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science

[90]. Ken Winogard, Karen M. Higgins (1994), *Writing, reading and talking*

*mathematics: One interdisciplinary possibility*, (In) *The Reading Teacher* Vol.48, No.4, International Reading Association, pp 310-318.

[91]. Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press

[92]. Lesh, R., Post, T. and Behr, M. (1987), '*Representations and translation among representations in mathematics learning and problem solving*', in C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, Lawrence Erlbaum, Hillsdale, NJ, pp. 33-40.

[93]. The New Zealand Curriculum, 2007

[94]. Mathematics Core Curriculum MST Standard 3 Prekindegarten - Grade 12, Revised March, 2005. [http:// www emscnysed.gov](http://www.emscnysed.gov)

[95]. *Mathematics Framework For California Public School, Kindergarten Through Grade Twelve*. California Department of Education (2007),

[96]. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), *Principles and Standards for School mathematics*, Reston, VA: Author. [www.nctm.org](http://www.nctm.org)

[97]. National Council of Teachers of Mathematics, Inc (2001), *The Roles of Representation in school Mathematics*.

[98]. New Jersey Mathematics Curriculum Framework (1996)

[99]. Niss Mogens (2003), "Quantitative Literacy and Mathematical Competencies", *Quantitative literacy*, Princeton: National Council on Education and the Disciplines, pp. 215-220

[100]. Niss Mogens, *Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project*, [mn@mmf.ruc.dk](mailto:mn@mmf.ruc.dk)

[101]. Niss Mogens & Tomas Højgaard (eds) (2011), *Competencies and Mathematical Learning, Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*, pg.49

[102]. OECD. *Learning Mathematics for Life. A view perspective from PISA*. 2009.

[103]. OECD. *PISA 2015, Draft Mathematics Framework*, 2013.

[104]. Palomar College GE/ILO Assessment (2014), *Quantitative Literacy Rubric*, Palomar College/ [www2.palomar.edu](http://www2.palomar.edu).

- [105]. Proceedings of the 36<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2012, Vol.2, pgs. 67-74).
- [106]. Québec Education Program (2001)
- [107]. Rheta N. Rubenstein (2007). *Focused Strategies for Middle - Grades Mathematics Vocabulary Development*. Mathematics Teaching in The Middle School. Vol 13. No 4. November 2007, pgs. 200-207
- [108]. Rheta N. Rubenstein (2009), *Mathematical symbolization: Challenges across levels*, In: <http://tsg.kme11.org/document/get/853>
- [109]. *Scales of Competency Levels*, Secondary School Education Cycle One, Québec, 2006.
- [110]. *Scales of Competency Levels*, Elementary Education Cycle Three, Québec, 2009.
- [111]. *Secondary Mathematics Syllabuses*. The Ministry of Education, Singapore (2007).
- [112]. Shelly Frei (2008). *Teaching Mathematics Today*. Chapter5 - Developing Mathematics Vocabulary- page 85-99, <http://www.shelleducation.com>
- [113]. *Shape of the Australian Curriculum: Mathematics*, Commonwealth of Australia (2009), <http://w.w.w.og.gov.au/cca>
- [114]. Suh, J., & Moyer, P. S. (2007), *Developing students's representational fluency using virtual and physical algebra balances*, Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, Vol. 26(2), pgs. 155-173.
- [115]. Tadao Nakahara (2007), *Development of Mathematical Thinking through Representation: Utilizing Representational Systems*, Progress report of the APEC project "Collaborative studies on Innovations for teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II)-Lesson Study focusing on Mathematical Communication", Specialist Session, December 2007, University of Tsukuba, Japan.
- [116]. Trần Vui (2010), *A Combined Abduction-Induction Strategy in Teaching Mathematics to Gifted Students-with-Computers through Dynamic Representation*, Paper presented at APEC Conference on Replicating Exemplary Practices in Mathematics Education, Koh Samui, Thailand.

## DANH MỤC PHỤ LỤC

**Phụ lục 1.** Phiếu điều tra dành cho HS trường THCS.

**Phụ lục 2.** Phiếu điều tra dành cho GV giảng dạy môn toán THCS và CBQLGD

**Phụ lục 3.** Các bảng số liệu điều tra, khảo sát thực trạng bồi dưỡng năng lực BDTH và GTTH cho HS trong DH môn toán THCS.

**Phụ lục 4.** Một số giáo án thực nghiệm

**Phụ lục 5.** Các bảng số liệu thực nghiệm và biểu đồ.

**Phụ lục 6.** Đề kiểm tra và hướng dẫn đánh giá năng lực BDTH và năng lực GTTH của HS trước và sau thực nghiệm



**PHỤ LỤC 1**  
**PHIẾU ĐIỀU TRA**  
**(Dành cho học sinh trường THCS )**

Để tìm hiểu thực trạng dạy học bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học (BDTH) và năng lực giao tiếp toán học (GTTH) bằng ngôn ngữ toán học (NNTH), đề nghị em vui lòng cho biết ý kiến của mình về các vấn đề sau bằng cách khoanh tròn (hoặc đánh dấu) vào các ý lựa chọn. Những thông tin thu được từ phiếu này chỉ phục vụ mục đích nghiên cứu khoa học, không vì một mục đích nào khác.

Em hãy vui lòng cho biết một số thông tin về bản thân:

Họ và tên:.....

Năm học 2014-2015, học lớp: .....Trường.....

Quận, (Huyện).....Tỉnh, Thành phố.....

1. Em hãy cho biết ý kiến về NNTH trong SGK Toán THCS có phù hợp với HS hay không ?

Ngôn ngữ toán học	Mức độ			
	Rất phù hợp	Phù hợp	Bình thường	Không phù hợp
Các thuật ngữ toán học				
Các kí hiệu toán học				
Hình vẽ				
Biểu đồ, đồ thị				
Sơ đồ, bảng				
Tranh vẽ, ảnh				
Câu lệnh, cú pháp của NNTH				

2. Em hãy đánh giá khả năng hiểu và sử dụng NNTH trong học tập môn toán của bản thân

Khả năng	Mức độ			
	Tốt	Khá	TB	Yếu
(a) Hiểu và sử dụng các thuật ngữ toán học				
(b) Hiểu và sử dụng các kí hiệu toán học				
(c) Hiểu và sử dụng các hình vẽ				
(d) Hiểu và sử dụng các biểu đồ, đồ thị				
(e) Hiểu và sử dụng các sơ đồ, các bảng,....				

3. Em hãy cho biết bản thân được rèn luyện cách sử dụng NNTH trong những tình huống sau như thế nào?:

Tình huống	Mức độ			
	<i>Rất thường xuyên</i>	<i>Thường xuyên</i>	<i>Đôi khi</i>	<i>Không bao giờ</i>
Khi học các khái niệm toán học				
Khi học các định lý, mệnh đề				
Khi học về các quy tắc, phương pháp				
Khi giải bài tập toán học				

f. Tình huống khác: (đề nghị mô tả rõ).....

4. Em hãy tự đánh giá khả năng sử dụng NNTH để giao tiếp trong giờ học toán :

Khả năng	Mức độ			
	<i>Tốt</i>	<i>Khá</i>	<i>TB</i>	<i>Yếu</i>
Đọc, viết chính xác các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng toán học				
Nghe hiểu và phản hồi hiệu quả về những thông tin toán học được bạn/thầy <i>nói ra</i>				
Đọc hiểu và phản hồi hiệu quả về những thông tin toán học được <i>viết ra</i>				
Chuyển đổi từ ngôn ngữ tự nhiên sang ngôn ngữ toán học và ngược lại				
Giao tiếp toán học hiệu quả bằng nghe, nói, đọc, viết chính xác NNTH trong lớp học toán				

5. Em hãy đánh giá việc tham gia giao tiếp của bản thân trong giờ học toán

Hình thức giao tiếp	Mức độ			
	<i>Rất thường xuyên</i>	<i>Thường xuyên</i>	<i>Đôi khi</i>	<i>Không bao giờ</i>
(a) Nghe và trả lời câu hỏi của GV				
(b) Đọc sách, thảo luận, đặt câu hỏi và trả lời câu hỏi				
(c) Lắng nghe và đánh giá các câu trả lời của bạn				
(d) Trình bày những giải pháp toán học dưới dạng văn bản viết (giấy, vở, bảng)				
(e) Trình bày những giải pháp toán học dưới dạng nói.				
(f) Kết hợp nói, viết khi trình bày các giải pháp toán học (lập luận, chứng minh, giải thích,...)				

f. Cách khác: (đề nghị mô tả rõ).....

6. Em hãy tự đánh giá khả năng giao tiếp toán học của mình theo các mức độ sau

Khả năng giao tiếp	Mức độ			
	Rất tốt	Tốt	Bình thường	Yếu
(a) Thông qua giao tiếp để tư duy về toán.				
(b) Trao đổi suy nghĩ của mình về toán học với bạn học, với giáo viên và những người khác.				
(c) Phân tích, đánh giá tư duy và giải pháp toán học của các bạn khác.				
(d) Diễn tả chính xác các ý tưởng toán học của mình				

(e) Biểu hiện khác, gồm (đề nghị nêu rõ):.....

7. Em hãy nhận xét hiệu quả các hoạt động giao tiếp của bản thân

Hoạt động giao tiếp	Mức độ			
	Rất hiệu quả	Hiệu quả	Ít hiệu quả	Không hiệu quả
Nghe và trả lời câu hỏi của GV				
Đọc sách, thảo luận, đặt câu hỏi và trả lời câu hỏi				
Lắng nghe và đánh giá các câu trả lời của bạn				
Trình bày những giải pháp toán học dưới dạng viết (giấy, vở, bảng)				
Sử dụng các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng toán học trong giải các bài tập				
Tham gia các hoạt động giao tiếp toán học đa dạng trong giờ học toán				

8. Em hãy cho biết về những tình huống mà bản thân gặp **khó khăn** khi giao tiếp bằng NNTH

Tình huống	Mức độ			
	Rất thường xuyên	Thường xuyên	Đôi khi	Không bao giờ
Khi đọc hiểu và trả lời câu hỏi trong các văn bản toán học				
Khi nghe để hiểu các nội dung toán học và trả lời các câu hỏi				
Khi thảo luận, trao đổi các nội dung toán học với bạn, với thầy, cô giáo				
Khi trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) các vấn đề toán học				

f. Tình huống khác: (đề nghị mô tả rõ).....

9. Em hãy cho biết về việc học cách sử dụng kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng.... của bản thân trong giờ học toán

<b>Biện pháp</b>	<b>Mức độ</b>			
	<i>Rất thường xuyên</i>	<i>Thường xuyên</i>	<i>ít khi</i>	<i>Không bao giờ</i>
Quan sát, làm theo cách sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....của GV				
Quan sát, làm theo cách sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....của các bạn				
Lựa chọn, tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....để suy nghĩ tìm giải pháp toán học				
Lựa chọn, tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....để trình bày các giải pháp toán học				

f. Cách khác: (đề nghị mô tả rõ).....

10. Em hãy đánh giá khả năng sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, biểu đồ, sơ đồ, đồ thị,... của mình trong lớp học toán

<b>Nội dung đánh giá</b>	<b>Mức độ</b>			
	<i>Tốt</i>	<i>Khá</i>	<i>TB</i>	<i>Yếu</i>
(a) <i>Sử dụng</i> các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng ...để ghi chép và trao đổi các ý tưởng toán học;				
(b) <i>Tạo ra</i> các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng ....để ghi chép và trao đổi các ý tưởng toán học;				
(c) <i>Lựa chọn, áp dụng và biến đổi</i> các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng .... để giải các bài toán;				
(d) <i>Sử dụng</i> kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng ....để mô hình hóa và giải thích các hiện tượng tự nhiên, xã hội và toán học.				

11. Em hãy nhận xét về các biện pháp GV thường áp dụng để rèn luyện, bồi dưỡng cho HS sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...

<b>Biện pháp áp dụng</b>	<b>Mức độ</b>			
	<i>Rất thường xuyên</i>	<i>Thường xuyên</i>	<i>Đôi khi</i>	<i>Không bao giờ</i>
Rèn cho HS hiểu và sử dụng đúng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...trong SGK toán				
Khuyến khích HS sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...khác nhau trong quá trình dạy học.				

Khuyến khích HS trình bày và đánh giá việc sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,..trong giải quyết các vấn đề toán học				
GV tạo ra sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,..khác nhau về cùng một nội dung toán học				
Lựa chọn các bài tập nhằm mục đích rèn cho HS sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... toán học				

12. Em hãy cho ý kiến về các biện pháp rèn luyện cho học sinh sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...sau:

<b>Biện pháp áp dụng</b>	<b>Mức độ</b>			
	<i>Rất hiệu quả</i>	<i>Hiệu quả</i>	<i>Bình thường</i>	<i>Kém hiệu quả</i>
Rèn cho HS hiểu và sử dụng đúng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,..trong SGK toán				
Khuyến khích học sinh sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,..khác nhau trong quá trình học.				
Khuyến khích HS trình bày và đánh giá việc sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,..trong giải quyết các vấn đề toán học				
GV tạo ra sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,..khác nhau về cùng một nội dung toán học				
Lựa chọn các bài tập nhằm mục đích rèn cho HS sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... toán học				

***Xin chân thành cảm ơn!***

## PHỤ LỤC 2

### PHIẾU ĐIỀU TRA

(Dành cho Giáo viên toán THCS và CBQLGD)

Để tìm hiểu thực trạng sử dụng ngôn ngữ toán học (NNTH) trong dạy học môn toán ở trường THCS, làm cơ sở đề xuất các biện pháp bồi dưỡng năng lực giao tiếp toán học và biểu diễn toán học, xin anh (chị) vui lòng cho biết ý kiến của mình về các vấn đề sau bằng cách khoanh tròn (hoặc đánh dấu) vào các ý lựa chọn. Những thông tin thu được từ phiếu này chỉ phục vụ mục đích nghiên cứu khoa học, không vì một mục đích nào khác.

Anh (chị) vui lòng cho biết một số thông tin về bản thân:

Năm học 2014-2015 đang dạy lớp:.....

Đơn vị công tác:.....

Quận, (Huyện)..... Tỉnh, Thành phố.....

1. Anh/chị cho biết ý kiến về mức độ phù hợp của NNTH trong SGK Toán THCS

Ngôn ngữ toán học	Mức độ			
	Rất phù hợp	Phù hợp	Bình thường	Không phù hợp
Thuật ngữ toán học				
Các kí hiệu toán học				
Hình vẽ				
Biểu đồ, đồ thị				
Sơ đồ, bảng biểu				
Tranh vẽ, ảnh				
Câu lệnh, cú pháp của ngôn ngữ toán học				

2. Anh/chị hãy đánh giá khả năng hiểu và sử dụng NNTH của HS lớp anh/ chị đang dạy:

Khả năng	Mức độ			
	Rất tốt	Tốt	Bình thường	Yếu
(a) Hiểu và sử dụng các thuật ngữ toán học				
(b) Hiểu và sử dụng các kí hiệu toán học				
(c) Hiểu và sử dụng các hình vẽ				
(d) Hiểu và sử dụng các biểu đồ, đồ thị				
(e) Hiểu và sử dụng các sơ đồ, các bảng,....				

3. Xin anh/chị cho biết việc rèn luyện cho HS hiểu và sử dụng NNTH trong lớp anh/chị theo những tình huống dạy học sau:

Tình huống	Mức độ			
	Rất thường xuyên	Thường xuyên	Đôi khi	Không bao giờ
Khi học các khái niệm toán học				
Khi học các định lý, mệnh đề				
Khi học về các quy tắc, phương pháp				
Khi giải bài tập toán học				

f. Tình huống khác: (đề nghị mô tả rõ.....)

4. Anh/chị hãy đánh giá khả năng sử dụng NNTH trong giao tiếp của HS lớp anh/chị đang dạy

Khả năng	Mức độ			
	Rất tốt	Tốt	Bình thường	Yếu
Đọc, viết chính xác các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng toán học				
Nghe hiểu và phản hồi hiệu quả về những thông tin toán học được <b>nói ra</b>				
Đọc hiểu và phản hồi hiệu quả về những thông tin toán học được <b>viết ra</b>				
Chuyển đổi từ ngôn ngữ tự nhiên sang ngôn ngữ toán học và ngược lại				
Giao tiếp toán học hiệu quả bằng nghe, nói, đọc, viết chính xác NNTH trong lớp học toán				

5. Anh/ chị hãy đánh giá việc HS lớp mình tham gia các hình thức giao tiếp trong giờ học toán

Hình thức giao tiếp	Mức độ			
	Rất thường xuyên	Thường xuyên	Đôi khi	Không bao giờ
(a) Nghe và trả lời câu hỏi của GV				
(b) Đọc sách, thảo luận, đặt câu hỏi và trả lời câu hỏi				
(c) Lắng nghe và đánh giá các câu trả lời của bạn				
(d) Trình bày những giải pháp toán học dưới dạng văn bản viết (giấy, vở, bảng)				
(e) Trình bày những giải pháp toán học dưới dạng nói.				
(f) Kết hợp nói, viết khi trình bày các giải pháp toán học (lập luận, chứng minh, giải thích,...)				

g. Các hoạt động khác: (đề nghị mô tả rõ).....

6. Anh/chị hãy đánh giá năng lực giao tiếp toán học của HS trong lớp anh/chị dạy theo các tiêu chuẩn sau

Năng lực giao tiếp	Mức độ			
	<i>Rất tốt</i>	<i>Tốt</i>	<i>Bình thường</i>	<i>Yếu</i>
(a) Thông qua giao tiếp để tổ chức và củng cố tư duy toán học cho HS				
(b) Trao đổi suy nghĩ của mình về toán học với bạn học, với giáo viên và những người khác.				
(c) Phân tích, đánh giá tư duy và chiến lược toán học của các bạn khác.				
(d) Diễn tả chính xác các ý tưởng toán học của mình				

(e) Biểu hiện khác, gồm (đề nghị nêu rõ):.....

7. Anh (chị) hãy đánh giá về việc sử dụng các biện pháp sau để rèn luyện, bồi dưỡng khả năng giao tiếp bằng NNTH cho HS lớp anh/chị dạy.

Biện pháp	Mức độ			
	<i>Rất thường xuyên</i>	<i>Thường xuyên</i>	<i>ít khi</i>	<i>Không bao giờ</i>
GV nêu ra nhiều câu hỏi để HS trả lời				
Yêu cầu HS đọc sách, thảo luận, đặt câu hỏi và trả lời câu hỏi				
Khuyến khích HS lắng nghe và đánh giá các câu trả lời của bạn				
Yêu cầu HS trình bày những giải pháp toán học dưới dạng văn bản viết (giấy, vở, bảng)				
Lựa chọn các bài tập nhằm mục đích rèn cho HS sử dụng chính xác các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng toán học				
Tạo môi trường hoạt động giao tiếp đa dạng, sử dụng các câu hỏi và bài tập với dụng ý hình thành, rèn luyện NLGT cho học sinh.				

f. Cách khác: (đề nghị mô tả rõ).....



8. Xin anh/ chị cho biết những tình huống HS gặp **khó khăn** về NNTH khi giao tiếp toán học tại lớp anh/ chị:

Tình huống	Mức độ			
	<i>Rất thường xuyên</i>	<i>Thường xuyên</i>	<i>Đôi khi</i>	<i>Không bao giờ</i>
Khi đọc hiểu, trả lời câu hỏi trong các văn bản toán học				
Khi nghe để hiểu các nội dung toán học và trả lời các câu hỏi				
Khi thảo luận, trao đổi các nội dung toán học với bạn, với thầy, cô giáo				
Khi trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) các vấn đề toán học				

f. Tình huống khác: (đề nghị mô tả rõ).....

9. Anh/chị cho biết về việc HS học cách sử dụng kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng.... trong giờ học toán

Biện pháp	Mức độ			
	<i>Rất thường xuyên</i>	<i>Thường xuyên</i>	<i>ít khi</i>	<i>Không bao giờ</i>
Quan sát, làm theo cách sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....của GV				
Quan sát, làm theo cách sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....của các bạn				
Lựa chọn, tự tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....để suy nghĩ tìm các giải pháp toán học				
Lựa chọn, tự tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....để trình bày các giải pháp toán học				

f. Cách khác: (đề nghị mô tả rõ).....

10. Anh/chị hãy đánh giá khả năng sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, biểu đồ, sơ đồ, đồ thị,... của HS trong lớp học toán theo các tiêu chuẩn sau

Nội dung đánh giá	Mức độ			
	Tốt	Khá	TB	Yếu
(a) Sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng ...để tổ chức, ghi chép và trao đổi các ý tưởng toán học;				
(b) Tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng ...để tổ chức, ghi chép và trao đổi các ý tưởng toán học;				
(c) Lựa chọn, áp dụng và biến đổi các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng .... để giải các bài toán;				
(d) Sử dụng kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng .... để mô hình hóa và giải thích các hiện tượng tự nhiên, xã hội và toán học.				

11. Trong dạy học anh (chị) thường áp dụng biện pháp nào sau đây để rèn luyện, bồi dưỡng cho học sinh sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...

Biện pháp áp dụng	Mức độ			
	Rất thường xuyên	Thường xuyên	Đôi khi	Không bao giờ
Rèn cho HS hiểu và sử dụng đúng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...trong SGK toán				
Khuyến khích học sinh sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...khác nhau trong quá trình dạy học.				
Khuyến khích HS trình bày và đánh giá việc sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,..trong giải quyết các vấn đề toán học				
GV tạo ra sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...khác nhau về cùng một nội dung toán học				
Lựa chọn các bài tập nhằm mục đích rèn cho HS sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... toán học				

12. Anh/chị hãy nhận xét về hiệu quả của các biện pháp nhằm rèn luyện, bồi dưỡng sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... cho HS

<b>Biện pháp áp dụng</b>	<b>Mức độ</b>			
	<i>Rất hiệu quả</i>	<i>Hiệu quả</i>	<i>Bình thường</i>	<i>Kém hiệu quả</i>
Rèn cho HS hiểu và sử dụng đúng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...trong SGK toán				
Khuyến khích học sinh sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...khác nhau trong quá trình học.				
Khuyến khích HS trình bày và đánh giá việc sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,..trong giải quyết các vấn đề toán học				
GV tạo ra sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...khác nhau về cùng một nội dung toán học				
Lựa chọn các bài tập nhằm mục đích rèn cho HS sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... toán học				

*Xin chân thành cảm ơn!*

**PHỤ LỤC 3: CÁC BẢNG SỐ LIỆU ĐIỀU TRA KHẢO SÁT THỰC TRẠNG BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC BDTH VÀ NĂNG LỰC GTTH CHO HS TRONG DH MÔN TOÁN THCS.**

Bảng 1.1. Nhận xét của GV về NNTH trong SGK Toán THCS

Ngôn ngữ toán học	Mức độ							
	Rất phù hợp		Phù hợp		Bình thường		Không phù hợp	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
Thuật ngữ toán học	58	13.2	336	76.7	44	10.0	0	0.0
Các kí hiệu toán học	47	10.7	364	83.1	27	6.2	0	0.0
Hình vẽ	55	12.6	359	82.0	24	5.5	0	0.0
Biểu đồ, đồ thị	28	6.4	363	82.9	47	10.7	0	0.0
Sơ đồ, bảng	26	5.9	372	84.9	27	6.2	13	3.0
Tranh vẽ, ảnh	29	6.6	360	82.2	36	8.2	13	3.0
Câu lệnh, cú pháp của NNTH	49	11.2	336	76.7	53	12.1	0	0.0

Bảng 1.2. Nhận xét của GV về khả năng hiểu và sử dụng NNTH của HS THCS.

Khả năng	Mức độ							
	Tốt		Khá		Trung bình		Yếu	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
(a) Hiểu và sử dụng các thuật ngữ toán học	20	4.6	48	11.0	327	74.7	43	9.8
(b) Hiểu và sử dụng các kí hiệu toán học	19	4.3	38	8.7	349	79.7	32	7.3
(c) Hiểu và sử dụng các hình vẽ	0	0.0	43	9.8	334	76.3	61	13.9
(d) Hiểu và sử dụng các biểu đồ, đồ thị	0	0.0	32	7.3	338	77.2	68	15.5
(e) Hiểu và sử dụng các sơ đồ, các bảng,....	0	0.0	40	9.1	335	76.5	63	14.4

Bảng 1.3. Tự nhận xét của HS THCS về khả năng hiểu và sử dụng NNTH

Nội dung	Mức độ							
	Rất tốt		Tốt		Bình thường		Yếu	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
(a) Hiểu và sử dụng các thuật ngữ toán học	193	10.2	402	21.2	1206	63.5	99	5.2
(b) Hiểu và sử dụng các kí hiệu toán học	226	11.9	395	20.8	1174	61.8	105	5.5
(c) Hiểu và sử dụng các hình vẽ	81	4.3	350	18.4	1263	66.5	206	10.8
(d) Hiểu và sử dụng các biểu đồ, đồ thị	93	4.9	245	12.9	1344	70.7	218	11.5

(e) Hiểu và sử dụng các sơ đồ, các bảng,....	96	5.1	221	11.6	1333	70.2	250	13.2
----------------------------------------------	----	-----	-----	------	------	------	-----	------

Bảng 1.4. GV đánh giá việc tổ chức rèn cho HS hiểu và sử dụng NNTH trong những tình huống dạy học môn toán

Tình huống	Mức độ							
	Rất thường xuyên		Thường xuyên		Ít khi		Không bao giờ	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
Khi học các khái niệm toán học	189	43.2	223	50.9	26	5.9	0	0.0
Khi học các định lý, mệnh đề	162	37.0	228	52.1	48	11.0	0	0.0
Khi học về các quy tắc, phương pháp	160	36.5	226	51.6	52	11.9	0	0.0
Khi giải bài tập toán học	162	37.0	222	50.7	54	12.3	0	0.0

Bảng 1.5. HS tự đánh giá việc được rèn luyện để hiểu và sử dụng NNTH trong những tình huống dạy học môn toán

Tình huống	Mức độ							
	Rất thường xuyên		Thường xuyên		Ít khi		Không bao giờ	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
Khi học các khái niệm toán học	519	27.3	1036	54.5	345	18.2	0	0.0
Khi học các định lý, mệnh đề	586	30.8	940	49.5	374	19.7	0	0.0
Khi học các quy tắc, phương pháp	478	25.2	1042	54.8	380	20.0	0	0.0
Khi giải bài tập toán học	555	29.2	983	51.7	362	19.1	0	0.0

Bảng 1.6: GV đánh giá năng lực giao tiếp toán học của HS

Năng lực giao tiếp	Mức độ							
	Tốt		Khá		Trung bình		Yếu	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
(a) Tổ chức và củng cố tư duy toán học qua giao tiếp toán học	18	4.1	109	24.9	266	60.7	45	10.3
(b) Trao đổi suy nghĩ của mình về toán học với bạn học, giáo viên và những người khác.	26	5.9	98	22.4	267	61.0	47	10.7
(c) Phân tích, đánh giá tư duy và chiến lược toán học của các bạn khác.	21	4.8	93	21.2	273	62.3	51	11.6

(d) Diễn tả chính xác các ý tưởng toán học của mình	19	4.3	85	19.4	286	65.3	48	11.0
-----------------------------------------------------	----	-----	----	------	-----	------	----	------

Bảng 1.7: Tổng hợp kết quả đánh giá của GV và HS về năng lực giao tiếp toán học của HS

Năng lực giao tiếp	Mức độ							
	Tốt		Khá		Trung bình		Yếu	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
(a) Tổ chức và củng cố tư duy toán học qua giao tiếp toán học	117	5.0	628	26.9	1302	55.7	291	12.4
(b) Trao đổi suy nghĩ của mình về toán học với bạn học, giáo viên và những người khác.	139	5.9	682	29.2	1212	51.8	305	13.0
(c) Phân tích, đánh giá tư duy và chiến lược toán học của các bạn khác.	118	5.0	654	28.0	1255	53.7	311	13.3
(d) Diễn tả chính xác các ý tưởng toán học của mình	114	4.9	537	23.0	1351	57.8	336	14.4

Bảng 1.8. GV đánh giá việc HS lớp mình tham gia các hình thức giao tiếp trong giờ học toán

Hình thức giao tiếp	Mức độ							
	Rất thường xuyên		Thường xuyên		Ít khi		Không bao giờ	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
(a) Nghe và trả lời câu hỏi của GV	72	16.4	331	75.6	35	8.0	0	0.0
(b) Đọc sách, thảo luận, đặt câu hỏi và trả lời câu hỏi	69	15.8	328	74.9	41	9.4	0	0.0
(c) Lắng nghe và đánh giá các câu trả lời của bạn	67	15.3	340	77.6	31	7.1	0	0.0
(d) Trình bày những giải pháp toán học dưới dạng văn bản viết (giấy, vở, bảng)	72	16.4	334	76.3	32	7.3	0	0.0
(e) Trình bày những giải pháp toán học dưới dạng nói.	80	18.3	316	72.1	42	9.6	0	0.0
(f) Kết hợp nói, viết khi trình bày các giải pháp toán học (lập luận, chứng minh, giải thích,...)	68	15.5	327	74.7	43	9.8	0	0.0

Bảng 1.9. HS tự đánh giá việc tham gia các hình thức giao tiếp trong giờ học toán

Hình thức giao tiếp	Mức độ							
	Rất thường xuyên		Thường xuyên		Ít khi		Không bao giờ	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
Nghe và trả lời câu hỏi của GV	156	8.2	1410	74.2	240	12.6	94	4.9
Đọc sách, thảo luận, đặt câu hỏi và trả lời câu hỏi	131	6.9	1378	72.5	283	14.9	108	5.7
Lắng nghe và đánh giá các câu trả lời của bạn	97	5.1	1350	71.1	300	15.8	153	8.1
Trình bày những giải pháp toán học dưới dạng văn bản viết (giấy, vở, bảng)	156	8.2	1409	74.2	266	14.0	69	3.6
Trình bày những giải pháp toán học dưới dạng nói.	101	5.3	1136	59.8	358	18.8	305	16.1
Kết hợp nói, viết khi trình bày các giải pháp toán học (lập luận, chứng minh, giải thích,...)	95	5.0	1171	61.6	355	18.7	279	14.7

Bảng 1.10. GV và HS đánh giá những tình huống mà HS gặp khó khăn khi giao tiếp bằng NNTH

Nội dung	Mức độ							
	Rất thường xuyên		Thường xuyên		Ít khi		Không bao giờ	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
Khi đọc hiểu và trả lời câu hỏi trong các văn bản toán học	246	10.5	354	15.1	1518	64.9	220	9.4
Khi nghe để hiểu các nội dung toán học và trả lời các câu hỏi	376	16.1	349	14.9	1456	62.3	157	6.7
Khi thảo luận, trao đổi các nội dung toán học với bạn, với thầy, cô giáo	243	10.4	331	14.2	1618	69.2	146	6.2
Khi trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) các vấn đề toán học	263	11.2	329	14.1	1626	69.5	120	5.1

Bảng 1.11. GV đánh giá hiệu quả của một số biện pháp thường dùng để rèn luyện, bồi dưỡng khả năng giao tiếp bằng NNTH cho HS

Nội dung	Mức độ							
	Rất hiệu quả		Hiệu quả		Ít hiệu quả		Không hiệu quả	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
GV nêu ra nhiều câu hỏi để HS trả lời	171	39.0	250	57.1	17	3.9	0	0.0
Yêu cầu HS đọc sách, thảo luận, đặt câu hỏi và trả lời câu hỏi	126	28.8	291	66.4	21	4.8	0	0.0
Khuyến khích HS lắng nghe và đánh giá các câu trả lời của bạn	89	20.3	324	74.0	25	5.7	0	0.0
Yêu cầu HS trình bày những giải pháp toán học dưới dạng văn bản viết (giấy, vở, bảng) hoặc nói	59	13.5	328	74.9	51	11.6	0	0.0
Lựa chọn các bài tập để rèn cho HS sử dụng chính xác các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng toán học	56	12.8	329	75.1	53	12.1	0	0.0
Tạo môi trường hoạt động giao tiếp đa dạng, sử dụng các câu hỏi và bài tập với dụng ý hình thành, rèn luyện NLGT cho học sinh.	49	11.2	334	76.3	55	12.6	0	0.0

Bảng 1.12. HS đánh giá hiệu quả của một số biện pháp thường dùng để rèn luyện, bồi dưỡng khả năng giao tiếp bằng NNTH cho HS

Hoạt động giao tiếp	Mức độ							
	Rất hiệu quả		Hiệu quả		Ít hiệu quả		Không hiệu quả	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
GV nêu ra nhiều câu hỏi để HS trả lời	212	11.2	1459	76.8	229	12.1	0	0.0
Yêu cầu HS đọc sách, thảo luận, đặt câu hỏi và trả lời câu hỏi	229	12.1	1481	77.9	190	10.0	0	0.0
Khuyến khích HS lắng nghe và đánh giá các câu trả lời của bạn	228	12.0	1457	76.7	215	11.3	0	0.0
Yêu cầu HS trình bày những giải pháp toán học dưới dạng văn bản	439	23.1	1366	71.9	95	5.0	0	0.0



viết (giấy, vở, bảng) hoặc nói								
Lựa chọn các bài tập đề rèn cho HS sử dụng chính xác các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng toán học	331	18.4	1366	75.9	103	5.7	0	0.0
Tạo môi trường hoạt động giao tiếp đa dạng, sử dụng các câu hỏi và bài tập với dụng ý hình thành, rèn luyện NLGT cho học sinh.	440	23.2	1364	71.8	96	5.1	0	0.0

Bảng 1.13. GV và HS đánh giá khả năng sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, biểu đồ, sơ đồ, đồ thị,... của HS

Nội dung	Khả năng							
	Tốt		Khá		Trung bình		Yếu	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
(a) Sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng ...để tổ chức, ghi chép và trao đổi các ý tưởng toán học;	0	0.0	356	15.2	1687	72.2	295	12.6
(b) Tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng ....để tổ chức, ghi chép và trao đổi các ý tưởng toán học;	0	0.0	182	7.8	1412	60.4	744	31.8
(b) Lựa chọn, áp dụng và phiên dịch các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng ....toán học để giải các bài toán;	0	0.0	220	9.4	1655	70.8	463	19.8
(c) Sử dụng kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng ....để mô hình hóa và giải thích các hiện tượng tự nhiên, xã hội và toán học.	0	0.0	217	9.3	1380	59.0	741	31.7

Bảng 1.14. GV và HS nhận xét về việc học cách sử dụng kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng.... của HS trong giờ học toán

Nội dung	Mức độ							
	Rất thường xuyên		Thường xuyên		Ít khi		Không bao giờ	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
Quan sát, làm theo cách sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....của GV	802	34.3	1262	54.0	274	11.7	0	0.0
Quan sát, làm theo cách sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....của các bạn	368	15.7	1315	56.2	525	22.5	140	6.0
Lựa chọn, tự tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....để suy nghĩ tìm các giải pháp toán học	112	4.8	390	16.7	1366	58.4	470	20.1
Lựa chọn, tự tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng....để trình bày các giải pháp toán học	118	5.0	411	17.6	1336	57.1	473	20.2

Bảng 1.15. Nhận xét của GV và HS về hiệu quả của các biện pháp nhằm rèn luyện, bồi dưỡng sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... cho HS trong giờ học toán

Biện pháp áp dụng	Mức độ							
	Rất hiệu quả		Hiệu quả		Bình thường		Kém hiệu quả	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
(1).Rèn cho HS hiểu và sử dụng đúng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...trong SGK toán	599	25.6	1399	59.8	340	14.5	0	0.0
(2).Khuyến khích học sinh sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...khác nhau trong quá trình dạy học.	607	26.0	1379	59.0	358	15.3	0	0.0
(3).Khuyến khích HS trình bày và đánh giá việc sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,..trong	886	37.9	1279	54.7	173	7.4	0	0.0

giải quyết các vấn đề toán học								
(4).GV tạo ra sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,...khác nhau về cùng một nội dung toán học	914	39.1	1256	53.7	168	7.2	0	0.0
(5).Lựa chọn các bài tập nhằm mục đích rèn cho HS sử dụng và tạo ra các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, bảng,... toán học	845	36.1	1289	55.1	204	8.7	0	0.0

## PHỤ LỤC 4: MỘT SỐ GIÁO ÁN THỰC NGHIỆM

### Tiết 12. ĐỊNH LÝ

#### I. Mục tiêu

**1. Kiến thức:** HS mô tả được cấu trúc của một định lý (giả thiết, kết luận). Xác định đúng đúng giả thiết, kết luận trong một định lý, trong một bài toán hình học..

**2. Kỹ năng:** Phát biểu được 1 tính chất (định lý) theo cấu trúc : "Nếu ..thì ..". Hiểu được các suy luận trong chứng minh. Biết chứng minh một định lý đơn giản.

**3. Thái độ:** Nghiêm túc trong học tập, tư duy logic, ngôn ngữ chính xác.

#### II. CHUẨN BỊ

1. Nội dung tinh giản: không

2. Nội dung bổ sung: không

3. Đồ dùng: bảng phụ.

#### III. TIẾN TRÌNH BÀI DẠY

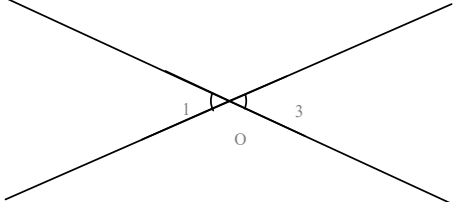
**1./ Ổn định :** (1') .....

**2/ Kiểm tra:** (3phút) Phát biểu tiên đề Oclit và tính chất của 2 đ.thẳng song song

**3/ Bài mới:** GV: ĐVĐ: Tiên đề Oclit và tính chất 2 đường.thẳng song song đều là các khẳng định đúng, nhưng tiên đề Oclit được thừa nhận và hiểu qua hình vẽ, qua thực tế. Còn tính chất hai đường thẳng song song được suy ra từ những khẳng định đúng, bằng các suy luận, đó là định lý.

Vậy định lý là gì ? Cấu trúc của định lý như thế nào? Đó là nội dung của bài học hôm nay

Hoạt động dạy và học	Nội dung
<b>Hoạt động 1: Định lý (13 phút)</b>	
<i>Mục tiêu: Hiểu được thế nào là một định lý toán học. HS biết ghi GT, KL một định lý.</i>	
<p>GV: Tính chất “hai góc đối đỉnh thì bằng nhau” được khẳng định là đúng không phải qua đo trực tiếp mà bằng suy luận. Một tính chất như thế là một định lý. Vậy ta có thể hiểu thế nào là một định lý?</p> <p>HS: Trả lời</p> <p>GV: Khắc sâu: Định lý là 1 khẳng định được suy ra từ những khẳng định được coi là đúng.</p> <p>HS: Nhắc lại</p> <p>GV: HS phát biểu các định lý đã học trong §6</p> <p><b>GV:</b> HS nghe và trả lời câu hỏi</p> <p>Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là định lý, vì sao?</p>	<p><b>1- Định lý</b></p> <p>- Định lý là 1 khẳng định được suy ra từ những khẳng định được coi là đúng</p> <p><b>?1:</b> Ba tính chất ở bài 6 là 3 định lý</p> <p><b>*)</b> Cấu trúc định lý gồm 2 phần:</p> <p>+ Giả thiết (GT) là những điều cho biết trước</p> <p>+ Kết luận (KL) là những điều cần suy ra</p>

<p>a. Hai đường thẳng cắt nhau thì vuông góc</p> <p>b. Hai góc bằng nhau thì đối đỉnh.</p> <p>c. Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau</p> <p>HS: a) không là định lí vì có 2 đường thẳng cắt nhau mà không vuông góc</p> <p>b) không là định lí vì có 2 góc bằng nhau mà không đối đỉnh</p> <p>c) là định lí vì khẳng định được suy ra từ khẳng định được coi là đúng.</p> <p>GV: Giới thiệu cấu trúc định lí. Cấu trúc định lí gồm 2 phần: Giả thiết (GT) là những điều đã cho; Kết luận (KL) là những điều phải suy ra</p> <p>GV: Nêu ví dụ định lí: "Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau". Định lí trên cho biết gì/ cần suy ra điều gì?</p> <p>HS: Biết hai góc đối đỉnh, cần suy ra chúng bằng nhau.</p> <p>GV: Hãy sử dụng cụm từ "Nếu .....thì..." để phát biểu định lí trên?</p> <p>HS: <i>Nếu</i> 2 góc đối đỉnh <i>thì</i> bằng nhau</p> <p>GV: Vẽ hình, ghi GT-KL, yêu cầu HS ghi vở.</p> <p>GV: Phần nằm giữa từ "<i>nếu</i>" và từ "<i>thì</i>" là <b>giả thiết</b>, phần sau từ "<i>thì</i>" là <b>kết luận</b>.</p> <p>GV: Chốt cấu trúc một định lí</p>	<p>*) Ví dụ: Định lí Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau</p>  <table border="1" data-bbox="949 739 1476 963"> <tr> <td>b) GT</td> <td><math>\widehat{O}_1</math> và <math>\widehat{O}_3</math> đối đỉnh</td> </tr> <tr> <td>KL</td> <td><math>\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3</math></td> </tr> </table> <p>*) Định lí được phát biểu dưới dạng</p> <p><i>Nếu</i>.....<i>thì</i>.....</p> <p>Giả thiết (GT)      Kết luận (KL)</p>	b) GT	$\widehat{O}_1$ và $\widehat{O}_3$ đối đỉnh	KL	$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3$
b) GT	$\widehat{O}_1$ và $\widehat{O}_3$ đối đỉnh				
KL	$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3$				
<p>GV: Cho h/s làm ?2 (Chiều ?2)</p> <p>Câu a : Gọi 1 h/s trả lời miệng</p> <p>Câu b: Gọi 1 h/s lên bảng thực hiện vẽ hình, ghi GT - KL</p> <p>Yêu cầu HS còn lại làm ra vở nháp</p> <p>GV: Tổ chức nhận xét, bổ sung và kết luận.</p>	<p>?2. a) GT: Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba</p> <p>KL : chúng song song với nhau</p> <p>_____ a</p> <p>_____ b</p> <p>_____ c</p> <table border="1" data-bbox="949 1758 1476 1937"> <tr> <td>b) GT</td> <td>a// c ; b// c</td> </tr> <tr> <td>KL</td> <td>a// b</td> </tr> </table>	b) GT	a// c ; b// c	KL	a// b
b) GT	a// c ; b// c				
KL	a// b				

## Hoạt động 2: Chứng minh ĐL (15 phút)

Mục tiêu: HS biết ghi GT, KL và chứng minh một định lý.

GV: Thông báo: Chứng minh định lý là dùng lập luận để từ giả thiết suy ra kết luận.

GV : Yêu cầu HS: Đọc hiểu nội dung ví dụ (SGK, tr100)

Đọc định lý, quan sát hình vẽ và GT-KL

Đọc chứng minh định lý.

Nhìn hình trên bảng, nêu lại GT-KL và chứng minh định lý đó.

HS: Thực hiện đọc hiểu VD (SGK-tr 100)

GV: Vẽ hình VD (SGK-tr 100) lên bảng.

GV: Tổ chức cho HS nhìn hình vẽ trên bảng, nêu GT-KL và chứng minh

Các HS khác nhận xét, bổ sung.

GV: Như thế là ta vừa chứng minh 1 định lý.

Để tìm ra cách chứng minh một định lý, ta phải khai thác hình vẽ và các yếu tố đã cho, những kiến thức đã biết, chẳng hạn:

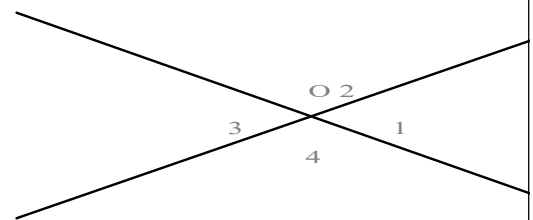
GV	HS
(?) Để chứng minh $\widehat{mOn} = 90^\circ$ ta cần có điều gì?	$\widehat{mOn} = \frac{1}{2} \times 180^\circ$
(?) Mà giả thiết cho biết $\widehat{xOz}, \widehat{zOy}$ kề bù nên để chứng minh $\widehat{mOn} = \frac{1}{2} \times 180^\circ$ ta cần có gì?	$\widehat{mOn} = \frac{1}{2} \times (\widehat{xOz} + \widehat{zOy})$
(?) Để chứng minh $\widehat{mOn} = \frac{1}{2} \times (\widehat{xOz} + \widehat{zOy})$ ta cần có gì?	$\widehat{mOz} = \frac{1}{2} \widehat{xOz};$ $\widehat{zOn} = \frac{1}{2} \widehat{zOy}$

### 2. Chứng minh định lý

\* *Khái niệm* : SGK - 100

\* *Ví dụ 1* (SGK-100)

VD2. Chứng minh định lý: “Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau”.



GT	$\widehat{O}_1$ và $\widehat{O}_2$ đối đỉnh
----	---------------------------------------------

KL	$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$
----	---------------------------------

CM

Ta có:

$$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^\circ \text{ (Hai góc kề bù) (1)}$$

(?) Từ đâu ta có điều này: $\begin{cases} \widehat{mOz} = \frac{1}{2}\widehat{xOz}; \\ \widehat{zOn} = \frac{1}{2}\widehat{zOy} \end{cases}$	Từ Giả thiết.	$\widehat{O_2} + \widehat{O_3} = 180^\circ \text{ (Hai góc kề bù) (2)}$ $\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3} \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_3}$								
<p>GV : VD2 : chứng minh định lí: “Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau”.</p> <p>(Sử dụng luôn hình vẽ và GT, KL ở trên)</p> <p>Gợi ý :</p> <table border="1" data-bbox="220 685 903 1133"> <thead> <tr> <th>GV</th> <th>HS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Muốn chứng minh <math>\widehat{O_1} = \widehat{O_3}</math> ta làm thế nào?</td> <td>Ta chứng minh <math>\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3}</math></td> </tr> <tr> <td>Vì sao <math>\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3}</math> ?</td> <td>Vì cùng bằng <math>180^\circ</math></td> </tr> <tr> <td>Vì sao <math>\widehat{O_1} + \widehat{O_2}, \widehat{O_2} + \widehat{O_3}</math> cùng bằng <math>180^\circ</math></td> <td>Vì đôi một là cặp góc kề bù</td> </tr> </tbody> </table> <p><b>HS:</b> 1 HS lên bảng trình bày</p> <p><b>GV chốt:</b> - Một bài chứng minh định lí gồm 3 phần: <b>Vẽ hình; ghi GT, KL; chứng minh</b></p> <p>- Để chứng minh một định lí, ở mỗi một khẳng định của lập luận ta cần chỉ rõ căn cứ của khẳng định đó.</p>		GV	HS	Muốn chứng minh $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$ ta làm thế nào?	Ta chứng minh $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3}$	Vì sao $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3}$ ?	Vì cùng bằng $180^\circ$	Vì sao $\widehat{O_1} + \widehat{O_2}, \widehat{O_2} + \widehat{O_3}$ cùng bằng $180^\circ$	Vì đôi một là cặp góc kề bù	
GV	HS									
Muốn chứng minh $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$ ta làm thế nào?	Ta chứng minh $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3}$									
Vì sao $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3}$ ?	Vì cùng bằng $180^\circ$									
Vì sao $\widehat{O_1} + \widehat{O_2}, \widehat{O_2} + \widehat{O_3}$ cùng bằng $180^\circ$	Vì đôi một là cặp góc kề bù									
<b>Hoạt động 3: Vận dụng 10p</b>										
<p>- GV nhắc lại cấu trúc của một định lí (giả thiết, kết luận), thế nào là chứng minh một định lí.</p> <p><b>Bài tập 49 (sgk - tr 101)</b></p> <p>- Gọi hs đứng tại chỗ trả lời</p>	<p><b>BT 49 (sgk - tr 101)</b></p> <p>a) GT: Một đường thẳng cắt hai đường thẳng sao cho có một cặp góc so le trong bằng nhau.</p> <p>KL: Hai đường thẳng đó song song.</p> <p>b) GT: Một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song.</p> <p>KL: Hai góc so le trong bằng nhau.</p>									
<p><b>BT 50 (sgk - tr 101)</b></p> <p>a) HS điền vào SGK</p>	<p><b>BT 50 (sgk - tr 101)</b></p> <p>a) .... hai đường thẳng đó song song với nhau.</p>									

	b) GT $a \perp c; b \perp c$ <hr/> KL $a // b$
b) Gọi hs lên bảng làm	

#### 4. HDVN (3p)

a) **Học bài:** Cho 1 ví dụ về chứng minh định lí

- BT 51 (SGK-101) BT39, 40, 7.1 (SBT-112,113)

b) **Chuẩn bị bài mới:** Hệ thống các kiến thức lí thuyết về đường thẳng vuông góc, đường thẳng song song và các bài tập phần ôn tập.

### TIẾT 14: ÔN TẬP CHƯƠNG I

#### I. MỤC TIÊU

1. **Kiến thức:** Hệ thống hoá kiến thức về đường thẳng vuông góc, đường thẳng song song

2. **Kỹ năng:** Sử dụng thành thạo các dụng cụ để vẽ 2 đường thẳng vuông góc, 2 đường thẳng song song

- Biết cách kiểm tra xem 2 đường thẳng có vuông góc hay song song hay không
- Bước đầu tập suy luận, vận dụng tính chất của các đường thẳng vuông góc, song song để làm bài tập.

3. **Thái độ:** Nhiệt tình, nghiêm túc trong học tập

#### II: CHUẨN BỊ

1. **Nội dung tinh giản, bổ sung:**

- Tinh giản: Không

- Bổ sung: Không

2. **Đồ dùng:** thước thẳng-êke-thước đo góc-bảng phụ

#### III. TIẾN TRÌNH BÀI DẠY

1. **Ôn định:**

2. **Kiểm tra bài cũ**

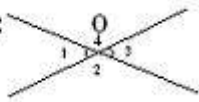
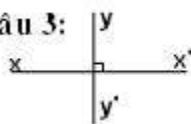

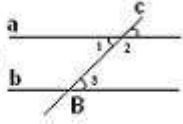
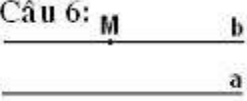
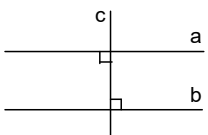
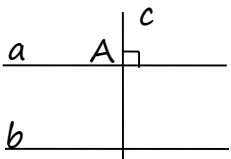
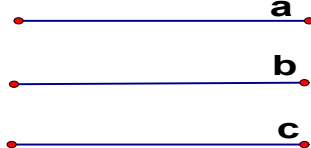
3. **Bài mới:**

Hoạt động dạy và học	Nội dung
<b>Hoạt động 1: Ôn tập lý thuyết (20 phút)</b> <i>Mục tiêu:</i> Hệ thống hoá kiến thức về đường thẳng vuông góc, đường thẳng song song.	



# 1. Lý thuyết

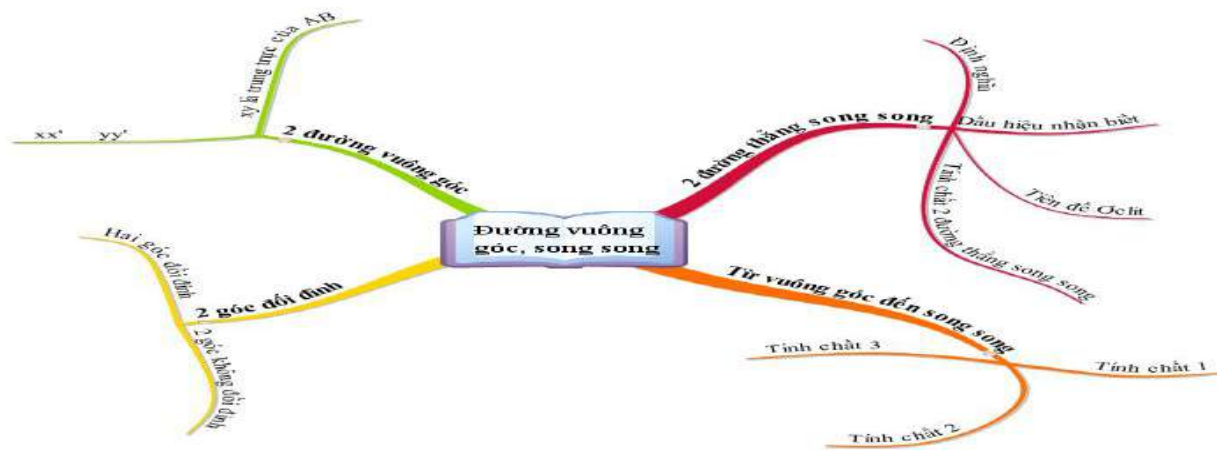
Bài 1: Nêu các kiến thức được biểu diễn bởi các hình vẽ sau

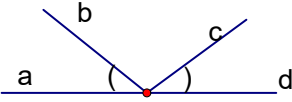
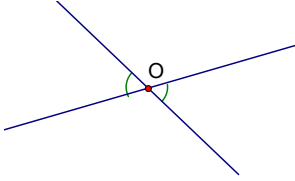
<p>Câu 1,2: </p>	<p>Câu 3: </p>	<p>Câu 4: </p>
<p>Câu 5: </p>	<p>Câu 6: </p>	<p>Câu 7: </p>
<p>Câu 8: </p>	<p>Câu 9: </p>	

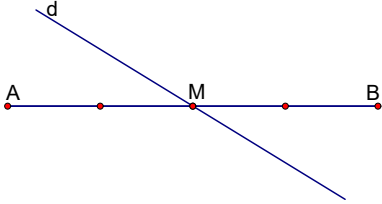
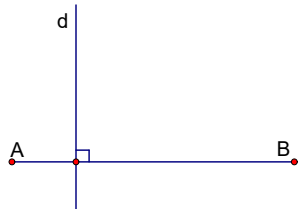
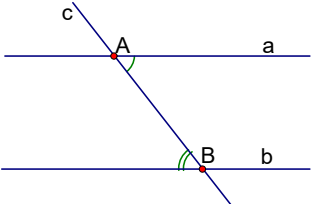
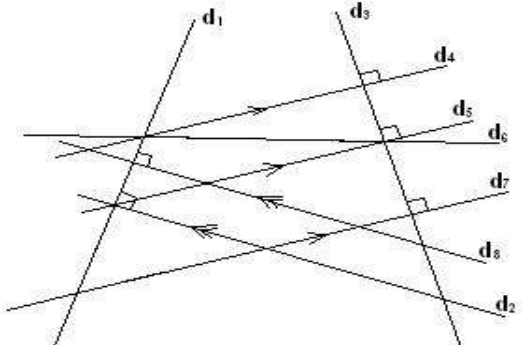
HS: Đứng tại chỗ trả lời:

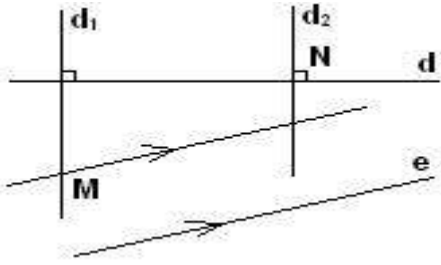
<p>1, 2. Hai góc đối đỉnh          3. Hai đường thẳng vuông góc          4. d là đường trung trực của AB.          5. Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song</p>	<p>6. Tiên đề Ocolit          7. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ 3 thì song song với nhau          8. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường còn lại          9. Quan hệ giữa ba đt song song</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Hoàn thiện sơ đồ tư duy:



<p><b>Bài 2:</b> GV treo bảng phụ nội dung sau: Điền vào chỗ trống (...)</p> <p>a) Hai góc đối đỉnh là hai góc có ...</p> <p>b) Hai đường thẳng vuông góc với nhau là hai đường thẳng ...</p> <p>c) Đường trung trực của một đoạn thẳng là đ/thẳng ...</p> <p>d) Hai đ/thẳng a, b song song với nhau được ký hiệu là ...</p> <p>e) Nếu hai đ/thẳng a, b cắt đ/thẳng c và có một cặp góc sole trong bằng nhau thì ...</p> <p>g) Nếu một đ/thẳng cắt hai đ/thẳng song song thì ...</p> <p>h) Nếu <math>a \perp c</math> và <math>b \perp c</math> thì ...</p> <p>k) Nếu <math>a \parallel c</math> và <math>b \parallel c</math> thì ...</p> <p>- HS lần lượt trả lời miệng và điền vào bảng. - Hs nhận xét - GV Đánh giá, bổ sung</p>	<p><b>Bài 2:</b> Điền vào chỗ trống (...)</p> <p>a)...mỗi cạnh góc này là tia đối của một cạnh góc kia.</p> <p>b)... cắt nhau tạo thành một góc vuông.</p> <p>c) ... đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó</p> <p>d) ... <math>a \parallel b</math></p> <p>e) ... <math>a \parallel b</math></p> <p>g) + Hai góc sole trong bằng nhau + Hai góc đồng vị bằng nhau + Hai góc trong cùng phía bù nhau</p> <p>h) ... <math>a \parallel b</math></p> <p>k) ... <math>a \parallel b</math></p>
<p><b>Bài 3 :</b> Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai ? Nếu sai, hãy vẽ hình phản ví dụ để minh họa.</p>	<p><b>Bài 3 :</b></p>
<p>1) Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.</p>	<p>1) Đúng</p>
<p>2) Hai góc bằng nhau thì đối đỉnh.</p>	<p>2) Sai vì <math>O_1 = O_3</math> nhưng hai góc không đối đỉnh.</p> 
<p>3) Hai đường thẳng vuông góc thì cắt nhau.</p>	<p>3) Đúng</p>
<p>4) Hai đường thẳng cắt nhau thì vuông góc.</p>	<p>4) Sai vì <math>xx'</math> cắt <math>yy'</math> tại O nhưng <math>xx'</math> không vuông góc với <math>yy'</math>.</p> 
<p>5) Đường trung trực của đoạn thẳng là đường thẳng</p>	<p>5) Sai vì d qua M và <math>MA = MB</math>. Nhưng d</p>

<p>đi qua trung điểm của đoạn thẳng ấy.</p>	<p>không là trung trực của AB.</p> 
<p>6) Đường trung trực của đoạn thẳng là đường thẳng vuông góc với đoạn thẳng ấy.</p>	<p>6) Sai vì <math>d \perp AB</math> nhưng <math>d</math> không qua trung điểm của AB, <math>d</math> không phải là trung trực của AB.</p> 
<p>7) Đường trung trực của một đoạn thẳng là đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng ấy và vuông góc với đoạn thẳng ấy.</p>	<p>7) Đúng</p>
<p>8) Nếu một đường thẳng c cắt hai đường thẳng a và b thì hai góc sole trong bằng nhau.</p>	<p>8) Sai : <math>A1 \neq B1</math></p> 
<p><b>HD2: Bài tập (22')</b></p>	
<p>Mục tiêu: Vận dụng kiến thức trong chương giải bài tập.</p>	
<p><b>Bài 54</b> (SGK-103) GV chuẩn bị bảng phụ hình 37          HS đứng tại chỗ kẻ tên các cặp đ/thẳng vuông góc          cặp đ/thẳng song song.          GV: Cho HS nhận xét, bổ sung</p>	

<p><b>Bài 55 (SGK-103)</b>  Vẽ lại hình 38 rồi vẽ thêm:</p> <p>a) Các đ/thẳng vuông góc với <math>d</math> và đi qua <math>M</math>, đi qua <math>N</math>.</p> <p>b) Các đường thẳng song song đi qua <math>M</math>, đi qua <math>N</math>.</p> <p>GV gọi HS nhắc lại cách vẽ đ/thẳng đi qua một điểm và song song hay vuông góc với đ/thẳng đã cho.</p>	
<p><b>Bài 56 (SGK-103)</b>  Cho đoạn thẳng <math>AB</math> dài 28mm. Hãy vẽ đường trung trực của đoạn thẳng ấy.</p> <p>GV gọi HS nêu cách vẽ đường trung trực của đoạn thẳng bằng thước và compa.</p>	<p>* Cách vẽ :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vẽ <math>AB = 28\text{ mm}</math></li> <li>- Lấy <math>M</math> thuộc <math>AB</math> : <math>AM = 14\text{ mm}</math></li> <li>- Qua <math>M</math> kẻ đường thẳng <math>d \perp AB</math></li> </ul> <p>Vậy : <math>d</math> là đường trung trực của <math>AB</math></p>

#### 4. Hướng dẫn tự học (3')

##### a) Học bài cũ:

- + Học thuộc 10 câu hỏi ôn tập chương I
- + Vẽ hình, ghi GT, KL của: Các dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song; Các tính chất của hai đường thẳng song song, tính chất hai góc đối đỉnh, tính chất quan hệ giữa tính vuông góc với tính song song

- Làm BT: 45, 46, 47(SBT-112)

##### b) Chuẩn bị bài : Tiếp tục ôn tập chương I

+ Viết GT, KL của bài tập 57,58,59 (SGK - T104)

### Tiết 26 : ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

#### I. MỤC TIÊU:

##### 1. Kiến thức:

- Xác định được công thức biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng tỷ lệ nghịch
- Nhận biết được hai đại lượng có tỷ lệ nghịch hay không.
- Nêu được tính chất của hai đại lượng tỷ lệ nghịch

2. **Kỹ năng**:- Tìm được giá trị của một đại lượng khi biết hệ số tỷ lệ và đại lượng kia.

3. **Thái độ**:- Tính cẩn thận, chính xác khi tính toán.

#### II. CHUẨN BỊ

1. **Nội dung tình giản, bổ sung**: Không

2. **Đồ dùng**: Bảng phụ, bài tập ? 3 và 13

### III. TỔ CHỨC GIỜ HỌC

1) **Ôn định (1')** .....

2) **Kiểm tra bài cũ(3')**

- Nêu định nghĩa và tính chất của hai đại lượng tỷ lệ thuận ? Viết công thức.

3) **Tổ chức dạy và học:**

ĐVĐ: Ta đã biết thế nào là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Vậy thế nào là hai đại lượng tỉ lệ nghịch? Ta vào bài hôm nay.

Hoạt động dạy và học	Nội dung
<p><b>HĐ1: Định nghĩa:(12')</b></p> <p><u>Mục tiêu</u>: -Viết được công thức biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng tỷ lệ nghịch</p> <p>- Nhận biết được hai đại lượng có tỷ lệ nghịch hay không.</p> <p>- HS vận dụng tìm hệ số tỷ lệ nghịch</p>	
<p>GV: Hãy nhắc lại định nghĩa hai đại lượng tỷ lệ nghịch đã học ở lớp 5</p> <p><i>HS: Là hai đại lượng liên hệ với nhau sao cho đại lượng này tăng (hoặc giảm) bao nhiêu lần thì đại lượng kia giảm (hoặc tăng) bao nhiêu lần</i></p> <p>GV: Gọi 1 h/s đọc và trả lời ?1</p> <p>Em có nhận xét gì về sự giống nhau giữa ba công thức trên</p> <p>GV: Giới thiệu ĐN hai đại lượng tỷ lệ nghịch</p> <p>- Nhấn mạnh công thức : <math>y = \frac{a}{x}</math> hay <math>x.y = a</math></p> <p>Lưu ý : Khái niệm tỷ lệ nghịch học ở tiểu học (<math>a &gt; 0</math>) chỉ là một trường hợp riêng của định nghĩa với <math>a \neq 0</math></p> <p>HS: Ghi tóm tắt.</p> <p>GV: Cho h/s làm ?2</p> <p>GV: Tổng quát : Nếu y tỷ lệ nghịch với x theo hệ số tỷ lệ a thì x tỷ lệ nghịch với y theo hệ số tỷ lệ nào ? - Điều này khác với 2 đại lượng tỷ lệ thuận như thế nào ?</p> <p>HS: đọc chú ý SGK-57</p> <p>GV chốt kiến thức</p>	<p><b>1. Định nghĩa</b></p> <p><u>?1</u>: Hãy viết công thức tính:</p> <p>a. <math>S = xy = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{x}</math></p> <p>b. <math>xy = 500 \Rightarrow y = \frac{500}{x}</math></p> <p>c. <math>v.t = 16 \Rightarrow v = \frac{16}{t}</math></p> <p><b>NX: (SGK-57)</b></p> <p><b>*) ĐN(SGK)</b></p> <p><u>?2</u> : y tỷ lệ nghịch với x theo hệ số tỷ lệ <math>-3,5 \Rightarrow y = \frac{-3,5}{x} \Rightarrow x = \frac{-3,5}{y}</math></p> <p>- Vậy nếu y tỷ lệ nghịch với x theo hệ số tỷ lệ <math>-3,5</math> thì x tỷ lệ nghịch với y theo hệ số tỷ lệ <math>-3,5</math>.</p> <p><b>*) Chú ý (SGK)</b></p>

<p>GV: Nếu biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và cho biết hai giá trị tương ứng của x và y thì có tìm được hệ số tỉ lệ hay không? Tìm như thế nào?</p> <p>HS: <math>a = xy</math></p>											
<p><b>HD3: HĐ 3: Tính chất:(12')</b></p> <p><i>Mục tiêu:</i> - Phát biểu được tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch</p> <p>- HS vận dụng tìm giá trị của một đại lượng khi biết hệ số tỉ lệ và đại lượng kia.</p>											
<p>GV: Cho học sinh làm ?3 (SGK) (Bảng giá trị lên bảng) Tìm hệ số tỉ lệ ?</p> <p>Gợi ý:</p> <p>-Thay mỗi dấu ? trong bảng trên bằng 1 số thích hợp ?</p> <p>-Nêu cách tính ?</p> <p>-Có nhận xét gì về tích 2 giá trị tương ứng <math>x_1y_1, x_2y_2, \dots</math> của x và y ?</p> <p>HS: Thực hiện ?3.</p> <p>Một HS trình bày trên bảng.</p> <p>Các HS khác làm ra vở</p> <p>Nhận xét kết quả.</p> <p>GV giới thiệu tính chất của 2 đại lượng tỉ lệ nghịch</p> <p>Hãy so sánh với tính chất của 2 đại lượng tỉ lệ thuận?</p> <p>GV kết luận.</p>	<p><b>2. Tính chất:</b></p> <p><b>?3:</b> Cho biết hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau:</p> <table border="1" data-bbox="887 763 1445 902"> <tr> <td>x</td> <td><math>x_1 = 2</math></td> <td><math>x_2 = 3</math></td> <td><math>x_3 = 4</math></td> <td><math>x_4 = 5</math></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>y_1 = 30</math></td> <td><math>y_2 = ?</math></td> <td><math>y_3 = ?</math></td> <td><math>y_4 = ?</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><b><u>Giải</u></b></p> <p>a) <math>x_1 y_1 = a</math> hay <math>2.30 = a \Rightarrow a = 60</math></p> <p>b) <math>x_2 y_2 = 60</math> hay <math>3.y_2 = 60</math></p> <p><math>\Rightarrow y_2 = \frac{60}{x_2} = \frac{60}{3} = 20</math> tương tự</p> <p><math>y_3 = \frac{60}{x_3} = \frac{60}{4} = 15</math> ; <math>y_4 = \frac{60}{x_4} = \frac{60}{5} = 12</math></p> <p>c) <math>x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = x_4 y_4 (= 60)</math> ( Bảng hệ số tỉ lệ)</p> <p><b><u>*) Tính chất (SGK)</u></b></p>	x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$	$x_4 = 5$	y	$y_1 = 30$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = ?$
x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$	$x_4 = 5$							
y	$y_1 = 30$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = ?$							
<p><b>HD4: Luyện tập, củng cố:(13')</b></p> <p><i>Mục tiêu:</i> - Viết được công thức biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng tỉ lệ nghịch</p> <p>- HS vận dụng tìm hệ số tỉ lệ nghịch, tìm giá trị của một đại lượng khi biết hệ số tỉ lệ và đại lượng kia.</p>											
<p>GV: Cho h/s làm bài tập 12 SGK-58</p> <p>Gợi ý: Bài tập cho biết, yêu cầu tìm gì ?</p> <p>Cho x và y là 2 đại lượng tỉ lệ nghịch thì ta có công thức liên hệ giữa x và y như thế nào ?</p>	<p><b>Bài số 12 (SGK-58)</b></p> <p>- Cho x và y tỷ lệ nghịch với nhau và khi <math>x = 8</math> thì <math>y = 15</math>.</p> <p>a) Vì x và y là hai đại lượng tỷ lệ nghịch</p>										

<p>Thay <math>x = 8</math> và <math>y = 15 \Rightarrow a = ?</math>          Công thức <math>y = ?</math> Thay <math>x = 6</math> ; <math>x = 10</math>          tính <math>y = ?</math></p> <p><b>Bài 13 (SGK)</b>          GV dùng bảng phụ nêu bài tập 13 (SGK),          yêu cầu học sinh điền vào chỗ trống          Học sinh HĐ nhóm 4 điền vào chỗ trống          (3')          Đại diện nhóm lên trình bày, nêu rõ cách          làm          Các nhóm nhận xét          GV chốt</p>	<p><math>y = \frac{a}{x}</math> hay <math>a = x.y = 8.15 = 120</math></p> <p>b) <math>y = \frac{120}{x}</math></p> <p>c) Khi <math>x = 6 \Rightarrow y = \frac{120}{6} = 20</math></p> <p>Khi <math>x = 10 \Rightarrow y = \frac{120}{10} = 12</math></p> <p><b>Bài 13 (SGK)</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0,5</td> <td>-1,2</td> <td>2</td> <td>-3</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>6</td> <td>12</td> <td>3</td> <td>-2</td> <td>1,5</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>Vì <math>x</math> và <math>y</math> là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên  <math>a = xy</math>. Ở cột thứ 6 cho ta :  <math>a = x_5. y_5 = 4.1,5 = 6</math></p> <p>Ta có: <math>y_1 = \frac{a}{x_1} = \frac{6}{0,5} = 12</math></p> <p>Tương tự ta tìm được: <math>y_2 = 5</math> ; <math>x_3 = 2</math> ;  <math>x_4 = -3</math>; <math>y_6 = 1</math></p>	x	0,5	-1,2	2	-3	4	6	y	6	12	3	-2	1,5	1
x	0,5	-1,2	2	-3	4	6									
y	6	12	3	-2	1,5	1									

**GV:** Hai đại lượng tỉ lệ thuận và hai đại lượng tỉ lệ nghịch khác nhau như thế nào? ( Sử dụng biểu đồ tư duy ghi lại các phát biểu của HS)

HS: ...

GV: Chốt bằng bảng phụ so sánh

	<b>x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận</b>	<b>x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch</b>
<b>Định nghĩa</b>	$y = kx$	$y = \frac{a}{x}$
<b>Hệ số tỉ lệ</b>	$k = \frac{y}{x}$	$a = x.y$
<b>Tính chất</b>	<p>+) <math>\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = k</math></p> <p>+) <math>\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}</math>; <math>\frac{x_1}{x_n} = \frac{y_1}{y_n} \dots\dots</math></p>	<p>+) <math>x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 \dots = a</math></p> <p>+) <math>\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}</math> ; <math>\frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}</math></p>

**4. Hướng dẫn về nhà: (4')**

a) *Bài cũ:*

- Nêu được công thức liên hệ giữa hai đại lượng tỉ lệ nghịch, các thành phần của công thức đó.

- Nêu các tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch

. Bài tập 14; 15 (SGK-58) Bài 18, 19, 20(SBT-68)

b) *Chuẩn bị:* Đọc và làm bài toán 1 ( sgk - tr 59), nêu cách giải.

---

## *Tiết 31*      **MẶT PHẪNG TOẠ ĐỘ**

### **I. MỤC TIÊU:**

#### **1. Kiến thức:**

- Biết các yếu tố của mặt phẳng tọa độ, mối liên hệ giữa chúng; xác định tọa độ của 1 điểm trên mặt phẳng tọa độ; xác định 1 điểm trên mặt phẳng khi biết tọa độ của nó.

- Hiểu cách xác định vị trí của 1 điểm M trên mặt phẳng tọa độ Oxy và ngược lại mỗi 1 tọa độ ( cặp số (x, y)) trên mặt phẳng tọa độ Oxy chỉ xác định duy nhất 1 điểm.

#### **2. Kỹ năng:**

- Vẽ được hệ trục tọa độ, xác định được tọa độ của 1 điểm trên mặt phẳng tọa độ, biểu diễn được 1 điểm trên mặt phẳng tọa độ khi biết tọa độ của nó. Xác định đúng hoành độ, tung độ của 1 điểm.

3. *Thái độ:* Cẩn thận, chính xác.

### **II. CHUẨN BỊ**

1. *Nội dung tính giản, bổ sung:* Không

2. *Đồ dùng:* máy chiếu

### **III/ TỔ CHỨC GIỜ HỌC:**

1. *Ôn định (1')* .....

2. *Kiểm tra bài cũ(6')* Cho hàm số  $y = f(x) = -\frac{1}{2}x$  Điền số thích hợp vào ô trống:

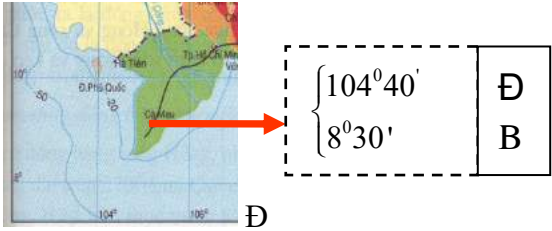

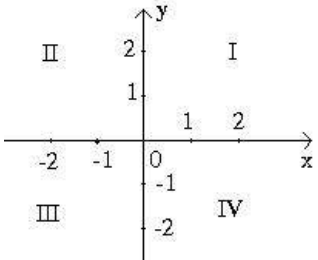
x	-4	-2	0	2	4
---	----	----	---	---	---



y	2	1	0	-1	-2
---	---	---	---	----	----

Ta có các cặp số: (-4;2); (-2; 1); (0;0); (2;-1); (4; -2)

### 3. Tổ chức dạy và học:

HĐ của Gv và HS	Nội dung
<b>Hoạt động 1: Đặt vấn đề (3 phút)</b>	
<i>Mục tiêu: Thấy được sự liên hệ giữa toán học và thực tế</i>	
<p>GV chiếu bản đồ địa lý VN lên bảng và giới thiệu như VD1</p> <p>- Gọi học sinh đọc tọa độ của một số địa điểm khác</p> <p>- Chiếu hình ảnh VD2 (SGK)</p> <p>GV: Làm thế nào em tìm được vị trí chỗ ngồi ghi trên vé?</p> <p>HS: Tìm dãy ghế H, trên dãy ghế H tìm ghế số 1.</p> <p>GV: Nếu chỉ biết 1 trong 2 yếu tố đó, có xác định được vị trí chỗ ngồi trong rạp hay không? Vì sao?</p> <p>HS: Không, vì nếu vé chỉ ghi H thì trên hàng ghế H có nhiều ghế khác nhau, hoặc nếu vé chỉ ghi số ghế 1, thì trong mỗi hàng ghế của rạp đều có ghế số 1.</p> <p>GV: Cặp (H,1) xác định vị trí chỗ ngồi trong rạp của người có vé. Trong toán học, để xác định vị trí của một điểm trên mặt phẳng tọa độ người ta thường dùng hai số. Sau đây chúng ta sẽ tìm hiểu làm thế nào để có hai số đó?</p>	<p><b>1. Đặt vấn đề:</b></p> <p>Ví dụ 1 (tr 65)</p>  <p>Ví dụ 2 (tr 65)</p> 
<b>HD2: Tìm hiểu về mặt phẳng tọa độ (10 ph)</b>	
<i>Mục tiêu: Vẽ được hệ trục tọa độ và chỉ ra được các yếu tố của nó.</i>	
<p>GV:</p> <p>(1) Yêu cầu HS đọc SGK(tr66) mục 2. <i>Mặt phẳng tọa độ</i> và xác định các yếu tố trên mặt phẳng tọa độ Oxy</p> <p>(2) Yêu cầu HS quan sát và lắng nghe GV vừa mô tả vừa thực hiện thao tác vẽ trục tọa độ Oxy như hình 16 ( SGK, tr 66) lên bảng.</p> <p>(3) Yêu cầu HS đọc tên các yếu tố trên mặt phẳng tọa độ GV vừa vẽ trên bảng.</p>	<p><b>2. Mặt phẳng tọa độ:</b> Mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy.</p> 

<p>HS:</p> <p>(1) Đọc và quan sát SGK để nắm được các yếu tố trên mặt phẳng tọa độ Oxy.</p> <p>(2) Lắng nghe, quan sát thao tác của GV vẽ hệ trục tọa độ Oxy theo hướng dẫn của GV</p> <p>(3) nêu các yếu tố trên mặt phẳng tọa độ Oxy vừa vẽ trên bảng: Ox, Oy: Các trục tọa độ; Ox: Trục hoành; Oy: Trục tung; O: Góc tọa độ; Mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy; hai trục tọa độ chia mặt phẳng thành bốn góc: Góc phần tư thứ I, II, III, IV.</p> <p>GV: yêu cầu HS vẽ hệ trục tọa độ Oxy vào vở ghi.</p> <p>HS: Vẽ hệ trục tọa độ Oxy vào vở ghi.</p> <p>GV: Nêu chú ý (SGK, tr 66)</p>	<p>Ox, Oy: Các trục tọa độ; Ox: Trục hoành; Oy: Trục tung; O: Góc tọa độ; Mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy; hai trục tọa độ chia mặt phẳng thành bốn góc: Góc phần tư thứ I, II, III, IV.</p> <p>*Chú ý: SGK, tr 66</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Hoạt động 3: Tọa độ của một điểm trong mặt phẳng tọa độ (12 phút)**

*MT: Biết vẽ hệ trục tọa độ Oxy, biết xác định tọa độ của một điểm bất kỳ trên hệ trục tọa độ; và khi biết tọa độ của một điểm biết xác định vị trí của điểm đó trên MP tọa độ.*

GV: HS lắng nghe hướng dẫn và quan sát thao tác của GV và mô tả lại cách xác định tọa độ của điểm P:

- Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho một điểm P bất kỳ
- Từ P vẽ các đường vuông góc với các trục tọa độ; các đường này cắt trục hoành tại điểm 1,5; cắt trục tung tại điểm 3.
- Ta nói: cặp số (1,5;3) là tọa độ của điểm P. Kí hiệu P (1,5; 3)
- Số 1,5 gọi là hoành độ và số 3 gọi là tung độ của điểm P.

HS: Quan sát, lắng nghe.

Mô tả: Lấy điểm P trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Từ P kẻ các đường vuông góc với Ox, Oy, cắt Ox tại 1,5; cắt Oy tại 3. Khi đó: cặp số (1,5;3) là tọa độ của P. Trong đó 1,5 là hoành độ, 3 là tung độ của P.

GV: Tổ chức cho HS nhận xét, bổ sung và vẽ P (1,5;3) trên hệ trục Oxy trong vở ghi.

GV: Yêu cầu HS quan sát h.19 (SGK, tr67) đọc tọa độ các điểm M, N, P, Q rồi rút ra nhận xét ?

HS: Trả lời miệng: M(-3; 2); N(2; -3); P(0; -2); Q(-2; 0). Nhận xét: Trong mỗi cặp điểm

**3. Tọa độ của 1 điểm trong MPTĐ**

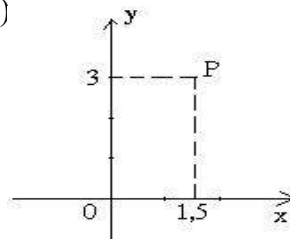
Điểm P có tọa độ (1,5; 3)

Ký hiệu: P(1,5; 3)

Trong đó:

1,5: hoành độ của P

3 : tung độ của P

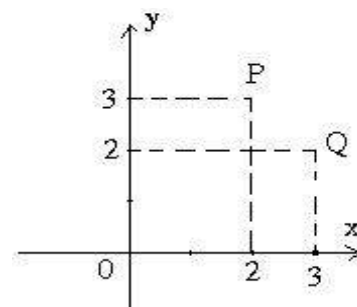


**Bài 32 (SGK)**

a) M(-3; 2); N(2; -3); P(0; -2); Q(-2; 0)

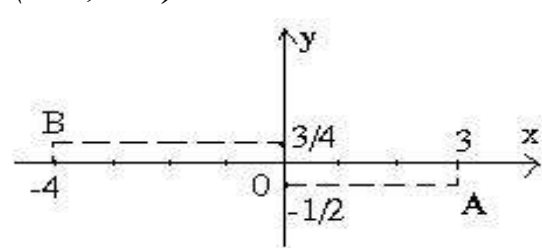
b) Trong mỗi cặp hoành độ điểm này bằng tung độ điểm kia

?1:



\***Nhận xét** (SGK, tr 67)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy:

<p>hoành độ điểm này bằng tung độ điểm kia.  GV: Yêu cầu HS làm ?1 (SGK, tr 66) ra nháp và mô tả lại cách làm.  Gọi 1 HS lên bảng thực hiện  HS: Thực hiện ?1 trên giấy kẻ ô vuông và báo cáo kết quả  GV: Tổ chức cho HS nhận xét, bổ sung.  GV: Chiếu trên bảng phụ hình 18 (SGK, tr 67) cho HS quan sát và nêu tóm tắt nhận xét  HS: Nêu tóm tắt nhận xét;  GV: Chốt lại: <i>Trên mặt phẳng tọa độ Oxy:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mỗi điểm M xác định một cặp số <math>(x_0; y_0)</math>; ngược lại, mỗi cặp số <math>(x_0; y_0)</math> xác định một điểm M.</li> <li>- Cặp số <math>(x_0; y_0)</math> gọi là tọa độ của điểm M, <math>x_0</math> là hoành độ; <math>y_0</math> là tung độ của điểm M;</li> <li>- Điểm M có tọa độ <math>(x_0; y_0)</math> được kí hiệu là <math>M(x_0; y_0)</math>.</li> </ul> <p>HS: Quan sát, lắng nghe, mô tả lại.  GV: Khi viết <math>M(x_0; y_0)</math> cho ta biết điều gì?  HS: Cặp số <math>(x_0; y_0)</math> xác định vị trí của điểm M trên mặt phẳng tọa độ; <math>x_0</math> là hoành độ; <math>y_0</math> là tung độ; Điểm M xác định vị trí cặp số <math>(x_0; y_0)</math>;...  GV: Viết tọa độ của gốc O ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mỗi điểm M xác định một cặp số <math>(x_0; y_0)</math>; ngược lại, mỗi cặp số <math>(x_0; y_0)</math> xác định một điểm M.</li> <li>- Cặp số <math>(x_0; y_0)</math> gọi là tọa độ của điểm M, <math>x_0</math> là hoành độ; <math>y_0</math> là tung độ của điểm M;</li> <li>- Điểm M có tọa độ <math>(x_0; y_0)</math> được kí hiệu là <math>M(x_0; y_0)</math>.</li> </ul> <p>?2: Tọa độ của gốc O là <math>(0;0)</math></p>
<p><b>Hoạt động 4: Luyện tập-củng cố (8 phút)</b></p>	
<p>GV: Yêu cầu HS làm BT33 (SGK).  Gợi ý: Chú ý xác định đơn vị dài trên hai trục tọa độ phải bằng nhau và có độ lớn phù hợp để hình vẽ cân đối, dễ quan sát.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Một HS lên bảng biểu diễn điểm A và B trên mặt phẳng tọa độ</li> </ul> <p>GV: Tổ chức nhận xét, bổ sung.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vậy muốn xác định được vị trí của 1 điểm trên mặt phẳng tọa độ ta cần biết điều gì?</li> <li>- Một điểm trên mặt phẳng tọa độ có gì khác so với một điểm trên trục số?</li> </ul> <p>HS: - Để xác định vị trí 1 điểm trên mặt phẳng tọa độ, ta cần biết được hoành độ và tung độ của điểm đó.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Một điểm trên trục số biểu diễn cho 1 số và ngược lại; 1 điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn một cặp số và ngược lại.</li> </ul> <p>GV kết luận: Một điểm trên trục số biểu diễn cho 1 số và ngược lại; 1 điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn một cặp số và ngược lại, một cặp số xác định được vị trí của một</p>	<p><b>Bài 33 (SGK, tr 67)</b></p> 

điểm.	
-------	--

#### ***4. Hướng dẫn về nhà (3 phút)***

##### ***a) Bài cũ:***

- Vẽ mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định được tọa độ của 1 điểm trên mặt phẳng tọa độ, biểu diễn được 1 điểm khi biết các tọa độ trên mặt phẳng tọa độ

- BTVN: 33, 34(SGK-67, 68) và 44, 45, 46 (SBT-74)

***b) Bài mới:*** Chuẩn bị các bài tập luyện tập.

## Tiết 19. LUYỆN TẬP

### I. MỤC TIÊU:

1. **Kiến thức:** Củng cố, khắc sâu kiến thức :

- Tổng 3 góc của một tam giác bằng  $180^0$
- Trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau
- Định nghĩa góc ngoài, định lý về tính chất góc ngoài của tam giác

2. **Kỹ năng:** Vận dụng được định nghĩa, định lý đã học để tính số đo góc của tam giác.

3. **Thái độ:** - Tính cẩn thận, chính xác

### II. CHUẨN BỊ

1. Nội dung tinh giản, bổ sung: Không.

2. Đồ dùng: Máy chiếu( hình vẽ, đề bài)

### III. TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

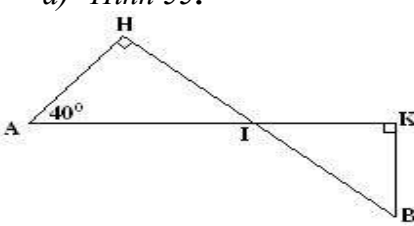
1. **Ôn định :** (1')

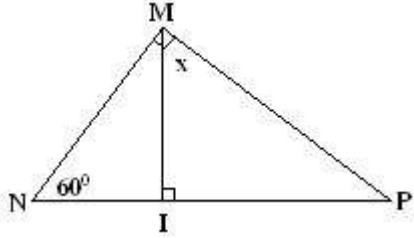
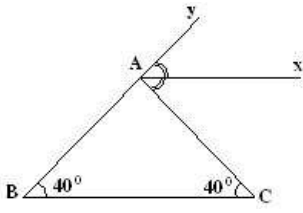
2. **Kiểm tra bài cũ:** (10')

Điền vào chỗ trống(Trên màn chiếu):

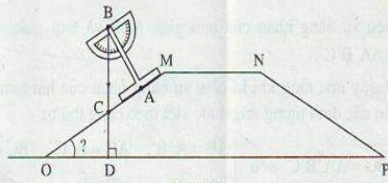
- Tổng ba góc của một tam giác .....
- Tam giác vuông là .....
- Trong một tam giác vuông, .....phụ nhau
- Góc ngoài của tam giác là .....
- Mỗi góc ngoài của tam giác bằng .....

3. **Tổ chức dạy và học:**

Hoạt động của GV-HS	Nội dung
<b>Hoạt động 1: Luyện tập (32')</b>	
<p>- <b>Mục tiêu:</b> Vận dụng định lý: Tổng 3 góc của một tam giác bằng <math>180^0</math>. Trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau, định lý về tính chất góc ngoài của tam giác để tính số đo các góc.</p>	
<p>Bài 6 SGK/109: ? Nêu yêu cầu của bài tập? a) Hình 55:</p>  <p>-Muốn tính số đo x trong hình 55, ta làm thế nào? Cho HS hoàn thành sơ đồ:</p> $\widehat{HAI} = 90^0 \text{ (h.vẽ)}; \widehat{AIH} = 1v \text{ (h. vẽ)}$ $\uparrow$ $\widehat{HIA} = ?$ $\uparrow$ $\widehat{KIB} = ?$ $\uparrow$ $x = ?.$	<p>Bài 6 SGK/109: Tìm số đo x</p> <p><b>Hình 55.</b> Đặt <math>x = \widehat{KBI}</math>. Tính <math>x = ?</math>                      Vì <math>\Delta AHI</math> vuông tại H                      nên <math>\widehat{HAI} + \widehat{AIH} = 90^0</math> (hai góc nhọn trong <math>\Delta</math> vuông)  <math>\Rightarrow \widehat{AIH} = 90^0 - \widehat{HAI} = 90^0 - 40^0 = 50^0</math>. Mà <math>\widehat{KIB} = \widehat{HIA}</math> (đối đỉnh)  <math>\Rightarrow \widehat{KIB} = 50^0</math>                      Vì <math>\Delta KIB</math> vuông tại K nên  <math>\widehat{KIB} + \widehat{IBK} = 90^0</math> (hai góc nhọn trong <math>\Delta</math> vuông)  <math>\Rightarrow \widehat{IBK} = x = 90^0 - 50^0 = 40^0</math>                      Vậy <math>x = 40^0</math></p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Một HS lên bảng trình bày.</li> <li>- GV chốt: Hai góc phụ với hai góc bằng nhau thì bằng nhau.</li> </ul>					
<p>b) Hình 57:</p>  <p>Một HS nêu cách làm:</p> $\widehat{MNP} = 60^\circ \text{ (gt); } \widehat{NMP} = 1v$ <p>(gt)</p> $\begin{array}{c} \uparrow \\ \widehat{MPN} = ? \\ \uparrow \\ x = ? \end{array}$ <p>- HS lên bảng trình bày lời giải</p> <p>- ? Nêu cách tính khác?</p> <p>- GV: HD cho HS cách sử dụng kiến thức: Hai góc cùng phụ với một góc thì bằng nhau.</p> <p>GV: Nêu kiến thức cơ bản vận dụng trong bài?</p>	<p>Hình 57. Tính <math>\widehat{IMP} = ?</math></p> <p><b>Cách 1:</b> Đặt <math>x = \widehat{IMP}</math></p> <p>Ta có: <math>\Delta IMP</math> vuông tại I</p> $\Rightarrow x = 90^\circ - \widehat{MPN}$ <p><math>\Delta MPN</math> vuông tại M</p> $\Rightarrow \widehat{MPN} = 90^\circ - \widehat{MNP} = 30^\circ$ $\Rightarrow x = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ <p><b>Cách 2:</b> <math>\Delta MNI</math> vuông tại I</p> $\widehat{NMI} = 90^\circ - \widehat{MNI} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ $x + \widehat{NMI} = 90^\circ$ $x + 30^\circ = 90^\circ$ $\Rightarrow x = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$				
<p><b>Bài 8 (SGK-109)</b></p> <p>GV: Đọc bài 8 – SGK – 109</p> <p>Mô tả vẽ hình ?</p> <p>Nêu GT-KL?</p> <p>HS: lên bảng thực hiện, dưới lớp thực hiện ra vở</p>  <p>GV: Quan sát vở ghi, nhận xét, đánh giá</p> <p>- Để c/m <math>Ax \parallel BC</math> ta c/m như thế nào?</p> <p>HS: ta c/m: <math>\widehat{yAx} = \widehat{C}</math> (đồng vị) Hoặc <math>\widehat{C} = \widehat{xAC}</math> (so le trong)</p>	<p><b>Bài số 8 (SGK-109)</b></p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;">GT</td> <td><math>\Delta ABC</math>; <math>\widehat{B} = \widehat{C} = 40^\circ</math> <math>\widehat{yAx}</math> là góc ngoài tại A của <math>\Delta ABC</math> Ax- tia phân giác của <math>\widehat{yAx}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">GT</td> <td><math>Ax \parallel BC</math></td> </tr> </table> <p><b>Chứng minh</b></p> <p><math>\Delta ABC</math>: <math>\widehat{B} = \widehat{C} = 40^\circ</math> (GT) (1)</p> <p><math>\widehat{yAC} = \widehat{B} + \widehat{C} = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ</math> (Đl góc ngoài). Ax là tia phân giác của <math>\widehat{yAC}</math></p> $\Rightarrow \widehat{xAy} = \widehat{xAC} = \frac{\widehat{yAC}}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ \text{ (2)}$ <p>Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{yAx} = 40^\circ</math></p> <p>Mà <math>\widehat{B}</math> và <math>\widehat{yAx}</math> ở vị trí đồng vị</p> <p><math>\Rightarrow Ax \parallel BC</math>. (Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song)</p>	GT	$\Delta ABC$ ; $\widehat{B} = \widehat{C} = 40^\circ$ $\widehat{yAx}$ là góc ngoài tại A của $\Delta ABC$ Ax- tia phân giác của $\widehat{yAx}$	GT	$Ax \parallel BC$
GT	$\Delta ABC$ ; $\widehat{B} = \widehat{C} = 40^\circ$ $\widehat{yAx}$ là góc ngoài tại A của $\Delta ABC$ Ax- tia phân giác của $\widehat{yAx}$				
GT	$Ax \parallel BC$				
<p><b>Bài tập 9 (SGK-109)</b></p>	<p><b>Bài tập 9 (SGK-109)</b></p>				

9. Hình 59 biểu diễn mặt cắt ngang của một con đê. Để đo góc nhọn MOP tạo bởi mặt nghiêng của con đê với phương nằm ngang, người ta dùng thước chữ T và đặt như hình vẽ ( $OA \perp AB$ ). Tính góc MOP, biết rằng dây dọi BC tạo với trục BA một góc  $\widehat{ABC} = 32^\circ$ .



Hình 59

- GV chiếu đề bài và hình vẽ
- Đọc đề bài
- Giải bài tập như thế nào ?
- Tính  $\widehat{MOP} = ?$

GV chốt kiến thức

**Củng cố:** GV gọi HS nhắc lại: Tổng ba góc của một tam giác, hai góc nhọn của tam giác vuông, góc ngoài của tam giác.

### Chứng minh

Theo hình vẽ ta có:

$$\Delta ABC \text{ có } \hat{A} = 90^\circ ; \widehat{ABC} = 32^\circ$$

$$\Delta COD \text{ có } \hat{D} = 90^\circ$$

$$\text{mà } \widehat{BCA} = \widehat{DCO} \text{ (đ.đ)}$$

$$\Rightarrow \widehat{COD} = \widehat{ABC} = 32^\circ$$

(cùng phụ với 2 góc = nhau)

$$\text{hay } \widehat{MOP} = 32^\circ$$

### 4. Hướng dẫn về nhà (2')

a) Học bài: Tóm tắt ( vẽ hình, ghi GT-KL) các định lý về tổng ba góc trong tam giác, tính chất về góc của tam giác vuông, tính chất góc ngoài của tam giác

BTVN: 6, 7(SGK-109); 10, 15, 16(SBT)

b) Chuẩn bị bài 2: Làm ?1

## TIẾT 35 . ÔN TẬP CHƯƠNG II

### I. Mục tiêu:

#### 1. Kiến thức:

- Hệ thống hoá kiến thức về hai đại lượng tỉ lệ thuận, hai đại lượng tỉ lệ nghịch (định nghĩa, tính chất)

- Hệ thống các kiến thức về hàm số và đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , đồ thị của hàm số  $y = ax$  ( $a \neq 0$ )

#### 2. Kỹ năng:

- Giải được các bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận, tỉ lệ nghịch. Chia một số thành các phần tỉ lệ thuận, tỉ lệ nghịch với các số đó cho.

- Xác định toạ độ của một điểm cho trước, xác định điểm theo toạ độ cho trước, vẽ đồ thị của hàm số  $y = ax$ , xác định điểm thuộc (không thuộc) đồ thị của một hàm số.

3. Thái độ: Thấy rõ ý nghĩa thực tế của toán học với đời sống.

### II. CHUẨN BỊ

1. Nội dung tinh giản, bổ sung: Không.

2. Đồ dùng: bảng phụ

### III. TỔ CHỨC GIỜ HỌC:

1. Ổn định: (1')

2. Kiểm tra: Kết hợp trong tiết ôn tập

3. Tổ chức dạy và học

1. Hoạt động 1: Lý thuyết (10 phút)

GV cùng HS sử dụng sơ đồ cây hoặc bản đồ tư duy, xây dựng biểu đồ tóm tắt kiến thức lí thuyết cơ bản trong chương 2, chẳng hạn:



**Chương 2  
Hàm số và  
đồ thị**

**ĐL tỉ lệ thuận**  
 $y = kx (k \neq 0)$

y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k;  
x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ:  $1/k$

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = k$$

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \dots = \frac{1}{k}$$

**ĐL tỉ lệ nghịch**  
 $y = \frac{x}{a} (a \neq 0)$

y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a;  
x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ: a

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = x_3 \cdot y_3 = \dots = c$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}, \dots$$

**Hàm số**  
 $y = f(x)$

KN: nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x: Với mỗi giá trị của x xác định chỉ một giá trị tương ứng của y

- HS cho bởi CT:  $y = f(x) (a \neq 0)$   
- HS cho bằng bảng

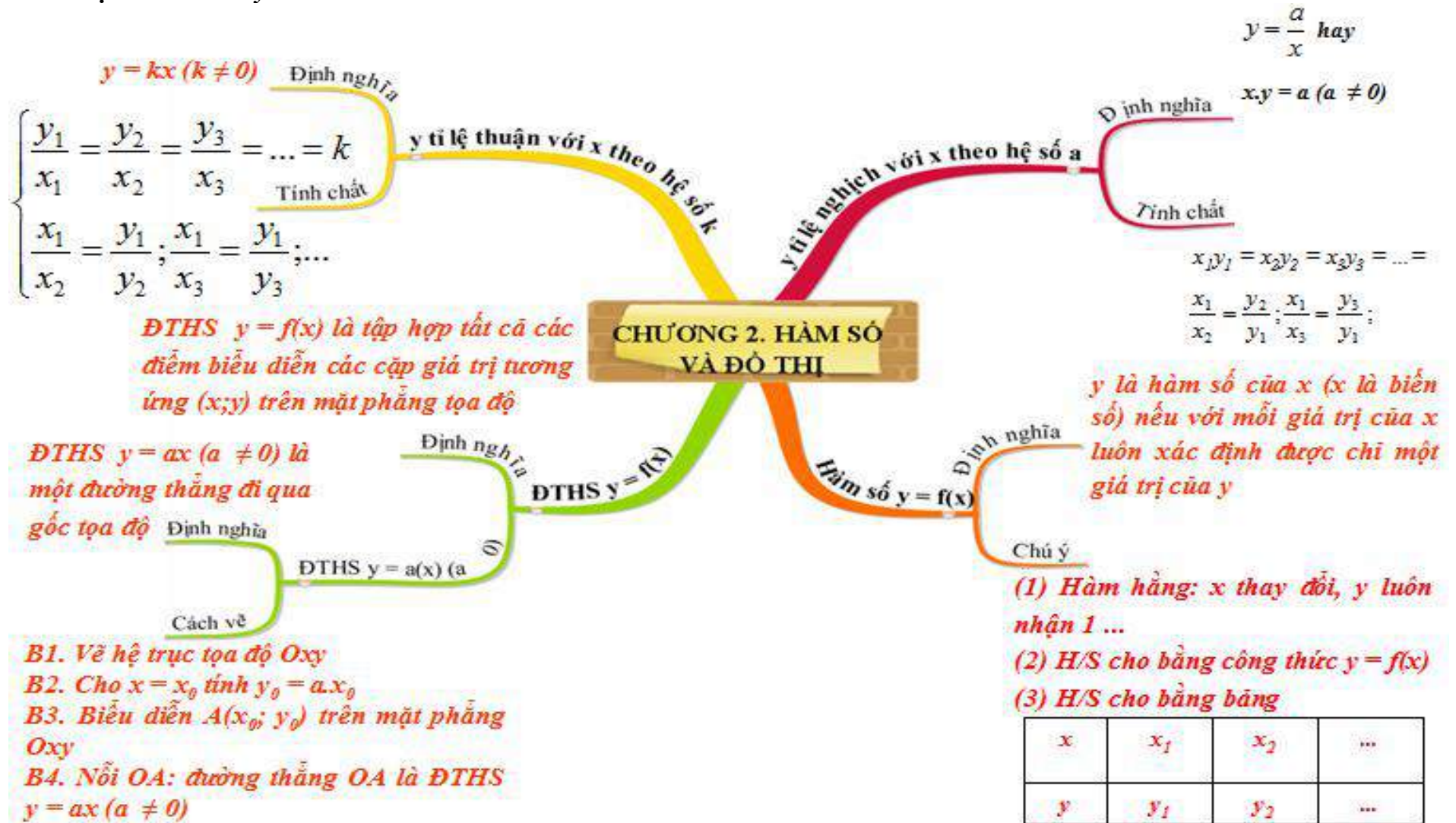
x	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	...
y	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	...

**ĐTHS**  
 $y = f(x)$

KN: ĐTHS là tập hợp tất cả các điểm (x;y) của HS  $y = f(x)$  trên MPTĐ

ĐTHS  $y = ax (a \neq 0)$  là đường thẳng qua O(0;0)

Hoàn thiện bản đồ tư duy:



**HD 2: Bài tập (32p)**

<p><b>Bài tập 1.</b> Trong 3 lít nước biển chứa 105g muối. Hỏi trong 13 lít nước biển chứa bao nhiêu gam muối ?</p> <p>GV yêu cầu HS đọc đề bài, tóm tắt dưới dạng bảng.</p> <p>Và nêu cách làm</p> <p>HS:</p> <table border="1" data-bbox="268 517 592 600"> <tr> <td>Thể tích(lít)</td> <td>3</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>K/l(g)</td> <td>105</td> <td>x</td> </tr> </table> <p>Vì khối lượng muối và thể tích nước là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Gọi lượng muối có trong 13l nước biển là x(g), (x&gt;0) ta có:</p> $\frac{3}{13} = \frac{105}{x}$ $\Rightarrow x = \frac{13 \cdot 105}{3} = 455(g)$ <p>1HS lên bảng trình bày</p>	Thể tích(lít)	3	13	K/l(g)	105	x	<p><b>Dạng 1. Bài toán TLT-TLN</b></p> <p><b>Bài tập 1</b></p> <p><b>Tóm tắt:</b></p> <table border="1" data-bbox="863 371 1441 450"> <tr> <td>Thể tích(lít)</td> <td>3</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>K/l(g)</td> <td>105</td> <td>x</td> </tr> </table> <p>Gọi lượng muối có trong 13l nước biển là x(g), (x&gt;0).</p> <p>Vì khối lượng muối và thể tích nước là hai đại lượng tỉ lệ nên theo t/c ta của đại lượng tỉ lệ thuận ta có.</p> $\frac{3}{13} = \frac{105}{x} \Rightarrow x = \frac{13 \cdot 105}{3} = 455(g)$ <p>Vậy trong 13 lít nước biển chứa 455g muối.</p>	Thể tích(lít)	3	13	K/l(g)	105	x			
Thể tích(lít)	3	13														
K/l(g)	105	x														
Thể tích(lít)	3	13														
K/l(g)	105	x														
<p>GV: Tóm tắt cách giải bài tập 2</p> <p>HS: Dựa vào công thức chỉ mối quan hệ tỷ lệ thuận của hai đại lượng y và x: y = kx. Thay giá trị tương ứng của x và y , ta tìm được hệ số tỉ lệ k</p> <p>GV: Nhận xét.</p> <p>Gọi HS lên bảng trình bày lời giải;</p> <p>Các HS khác làm ra giấy nháp.</p> <p>GV: thu lại giấy nháp của HS để sửa HS Đánh giá, nhận xét cách làm của bạn trên bảng.</p>	<p><b>Bài tập 2:</b> Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận</p> <table border="1" data-bbox="863 981 1441 1061"> <tr> <td>x</td> <td>-4</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>8</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>-4</td> <td>-6</td> </tr> </table> <p>a) Tính hệ số tỉ lệ, biểu diễn y theo x</p> <p>- Vì x và y tỉ lệ thuận, nên có: <math>y = kx</math> (<math>k \neq 0</math>)</p> <p>- Với <math>x = -1, y = 2</math> thay vào CT trên ta được:</p> $2 = k \cdot (-1) \Rightarrow k = -2$ <p>Vậy hệ số tỉ lệ <math>k = -2</math></p> <p>*) Biểu diễn y theo x: <math>y = -2x</math></p> <p>b) Điền vào ô trống</p> <p>Ta có: <math>y = -2x \Rightarrow x = \frac{y}{-2}</math></p>	x	-4	-1	0	2	3	y	8	2	0	-4	-6			
x	-4	-1	0	2	3											
y	8	2	0	-4	-6											
<p><b>Bài tập 3</b> Ba nhà sản xuất góp vốn theo tỉ lệ 3; 5; 7. Hỏi mỗi nhà sản xuất phải góp bao nhiêu vốn biết rằng tổng số vốn là 210 triệu đồng.</p> <p>GV: Yêu cầu HS tóm tắt đề bài bằng sơ đồ và nêu hướng giải. Nêu các kiến thức cần thiết và trình bày lời giải ra A0.</p> <p>HS: Thảo luận nhóm 4 trong 5 phút</p> <p>GV: Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm khác bổ sung</p> <p>- GV: <b>Chốt</b> dạng bài tập tỉ lệ thuận</p>	<p><b>Bài tập 3</b></p> <p>Tóm tắt: bảng sơ đồ đoạn thẳng, bảng sơ đồ vuông, bảng lời</p> <p>Chẳng hạn: Tỉ lệ góp vốn của nhà sản xuất 1: màu đỏ; nhà sản xuất 2 : màu xanh, nhà sản xuất 3:màu vàng</p> <table border="1" data-bbox="799 1659 1222 1877"> <tr> <td style="background-color: red;"></td> <td style="background-color: blue;"></td> <td style="background-color: blue;"></td> <td style="background-color: yellow;"></td> <td style="background-color: yellow;"></td> </tr> <tr> <td style="background-color: red;"></td> <td style="background-color: blue;">210</td> <td style="background-color: blue;"></td> <td style="background-color: yellow;"></td> <td style="background-color: yellow;"></td> </tr> <tr> <td style="background-color: red;"></td> <td style="background-color: blue;"></td> <td style="background-color: yellow;"></td> <td style="background-color: yellow;"></td> <td style="background-color: yellow;"></td> </tr> </table> <p><b>Giải:</b> Gọi a, b, c (triệu đồng) lần lượt là số tiền cần góp vốn của ba nhà sản xuất</p>							210								
	210															

	<p>Vì số tiền góp vốn tỉ lệ thuận với 3; 5; 7</p> <p>Theo đề ta có: <math>\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7}</math> và <math>a + b + c = 210</math></p> <p>Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có</p> $\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{3+5+7} = \frac{210}{15} = 14$ $\Rightarrow a = 42 ; b = 60 ; c = 98$ <p>Vậy: Số tiền ba nhà sản xuất cần góp vốn lần lượt là 42; 60; 98 triệu đồng.</p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

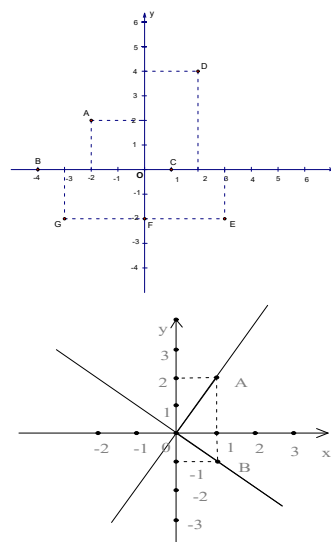
<p>GV: Hãy tóm tắt cách giải bài tập 4?</p> <p>HS: Dựa vào công thức chỉ mối quan hệ tỷ lệ nghịch của hai đại lượng y và x: <math>y = \frac{x}{a}</math>.</p> <p>Thay giá trị tương ứng của x và y, ta tìm được hệ số tỉ lệ a</p> <p>GV: Nhận xét.</p> <p>Gọi HS lên bảng trình bày lời giải;</p> <p>Các HS khác làm ra giấy nháp.</p> <p>GV: thu lại giấy nháp của HS để sửa HS Đánh giá, nhận xét cách làm của bạn trên bảng.</p>	<p><b>Bài toán 4:</b> Cho x và y tỉ lệ nghịch</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-5</td> <td>-3</td> <td><u>-2</u></td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><u>-6</u></td> <td>-10</td> <td>-15</td> <td><u>5</u></td> </tr> </table> <p>a) Tìm hệ số tỉ lệ</p> <p>Vì x và y tỉ lệ nghịch nên ta có:</p> $y = \frac{a}{x} \Rightarrow a = x.y \quad (a \neq 0)$ <p>Thay <math>x = -3; y = -10</math> vào công thức trên, ta có:</p> $(-3).(-10) = a \Rightarrow a = 30; \text{ Vậy hệ số tỉ lệ } a = 30$ <p>*) Biểu diễn y theo x: <math>y = \frac{30}{x}</math></p> <p>b) Điền vào ô trống: <math>y = \frac{30}{x} \Rightarrow x = \frac{30}{y}</math></p>	x	-5	-3	<u>-2</u>	6	y	<u>-6</u>	-10	-15	<u>5</u>
x	-5	-3	<u>-2</u>	6							
y	<u>-6</u>	-10	-15	<u>5</u>							

<p><b>Bài tập 5.</b> Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 50km/h thì đi hết 2 giờ. Lúc về trên đoạn đường ấy ô tô đi hết 1,8h. Hỏi lúc về ô tô đi với vận tốc bao nhiêu?</p> <p>GV: Đọc đề bài và nêu tóm tắt. Dự kiến cách giải?</p> <p>HS: Nêu tóm tắt bằng lời</p> <p>GV: yêu cầu tóm tắt bằng biểu bảng</p> <p>HS: HĐ nhóm 2.</p> <p>Đại diện nhóm trình bày kết quả.</p> <p><b>GV chốt:</b> Khi làm các bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận, tỉ lệ nghịch, ta cần chỉ ra được hai đại lượng tỉ lệ thuận(tỉ lệ nghịch). Tìm cách biểu diễn tóm tắt bài toán dưới dạng bảng và vận dụng đúng tính chất.</p>	<p><b>Bài tập 5</b></p> <p><b>Tóm tắt:</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Vận tốc</td> <td>50</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>Thời gian</td> <td>2</td> <td>1,8</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><b>Giải</b></p> <p>Gọi vận tốc lúc về B-A của ô tô là x(km/h),(x&gt;0).</p> <p>Vì vận tốc và thời gian đi trên cùng một quãng đường là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch ta có:</p> $\frac{50}{x} = \frac{1,8}{2} \Rightarrow x = \frac{50.2}{1,8} = \frac{100}{1,8} \approx 55,6(\text{km/h})$ <p>Vậy lúc về ô tô đó đi với vận tốc 55,6 km/h</p>	Vận tốc	50	x	Thời gian	2	1,8
Vận tốc	50	x					
Thời gian	2	1,8					

<p><b>Bài tập 6</b></p> <p>Cho hàm số <math>y = f(x) = 2x - 2</math></p> <p>a) Tính <math>f(0)</math> ; <math>f(1)</math> ; <math>f(-1)</math></p> <p>b) Xét xem điểm nào thuộc ĐTHS: A(0;-2) ; B(-1;1)</p> <p>GV: Gọi HS nêu cách làm?</p>	<p><b>Dạng 2: Hàm số và Đồ thị hàm số</b></p> <p><b>Bài tập 6</b></p> <p>Cho hàm số <math>y = f(x) = 2x - 2</math></p> <p>a) Tính <math>f(0)</math> ; <math>f(1)</math> ; <math>f(-1)</math></p> <p>b) Xét xem điểm nào thuộc ĐTHS: A(0;-2); B(-1;1).</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>HS: Mô tả cách làm</p> <p>a) Ta thay giá trị của x vào công thức <math>y = f(x) = 2x - 2</math>. để tìm giá trị <math>f(x)</math> tương ứng.</p> <p>b) Ta thay hoành độ và tung độ của mỗi điểm vào công thức <math>y = f(x) = 2x - 2</math>. Nếu được đẳng thức thì điểm đó thuộc ĐTHS, nếu không được đẳng thức thì điểm đó không thuộc ĐTHS</p> <p>GV: Gọi 1 HS lên bảng trình bày; dưới lớp HS trình bày ra vở.</p> <p>GV: Tổ chức nhận xét, bổ sung. Kết luận:</p>	<p>Giải:</p> <p>a) Tính: <math>f(0) = 2 \cdot 0 - 2 = -2</math>; <math>f(1) = 2 \cdot 1 - 2 = 0</math>; <math>f(-1) = 2 \cdot (-1) - 2 = -4</math>.</p> <p>b) <math>-2 = 2 \cdot 0 - 2</math>. Vậy: A(0;-2) thuộc ĐTHS đã cho;  <math>-1 \neq 2 \cdot (-1) - 2</math> nên B (-1;1) không thuộc ĐTHS</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p><b><u>Bài tập 7</u></b></p> <p>a) <i>Xác định tọa độ các điểm A, B, C, D, E, G trong hình vẽ</i></p> <p>GV: Hãy nêu cách xác định tọa độ của một điểm cho trước trên mặt phẳng tọa độ? Thực hiện yêu cầu bài tập 3a)</p> <p>HS: Cách xác định tọa độ của một điểm cho trước trên mặt phẳng tọa độ: Từ điểm đó kẻ các đường vuông góc với Ox, Oy, cắt Ox, Oy lần lượt tại hoành độ và tung độ tương ứng.</p> <p>Thực hiện yêu cầu bài tập 3a)</p> <p>b) <i>Vẽ đồ thị hàm số <math>y = 2x</math> và <math>y = -x</math> trên cùng một mặt phẳng tọa độ</i></p> <p>GV: yêu cầu HS Nêu cách vẽ ĐTHS <math>y = ax</math> (<math>a \neq 0</math>) ?</p> <p>Gọi 2 học sinh lần lượt lên bảng vẽ đồ thị của 2 hàm số trên cùng 1 trục tọa độ.</p> <p>HS dưới lớp quan sát, nhận xét.</p> <p>GV: chỉnh sửa, bổ sung</p> <p>GV yêu cầu HS nêu tóm tắt:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cách xác định tọa độ 1 điểm trên mặt phẳng Oxy</li> <li>- Cách biểu diễn một điểm cho trước tọa độ trên mặt phẳng Oxy</li> <li>- Cách vẽ ĐTHS <math>y = ax</math> (<math>a \neq 0</math>)</li> </ul> <p>HS: Phát biểu, nhận xét, bổ sung</p> <p>GV kết luận.</p>	<p><b><u>Bài tập 7</u></b></p> <p>a) A(-2; 2); B(-4;0); C(1;0); D(2; 4); E(3;-2); F(0; -2); G(-3; -2)</p> <p>b) <i>Vẽ ĐTHS <math>y = 2x</math> và <math>y = -x</math> trên cùng một mặt phẳng tọa độ</i></p> <p><b>*)HS <math>y = 2x</math></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ta có <math>x = 1</math> thì <math>y = 2</math> nên điểm A ( 1; 2) thuộc đồ thị hàm số <math>y = 2x</math></li> <li>- Vẽ đường thẳng OA ta được đồ thị hàm số <math>y=2x</math></li> </ul> <p><b>*)HS <math>y = -x</math></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ta có <math>x = 1</math> thì <math>y = -1</math> nên điểm B ( 1; -1) thuộc ĐTHS <math>y = -x</math></li> <li>- Vẽ đường thẳng OB ta được đồ thị hàm số <math>y=-x</math></li> </ul>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



<p><b>4. Hướng dẫn về nhà:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ôn tập kiến thức trong bảng tổng kết và các dạng bài tập trong chương</li> <li>- BT: 52; 54; 55; 56(SGK-77)</li> </ul> <p>b) Bài mới: - Chuẩn bị sơ đồ tóm tắt các kiến thức theo chương đã học</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

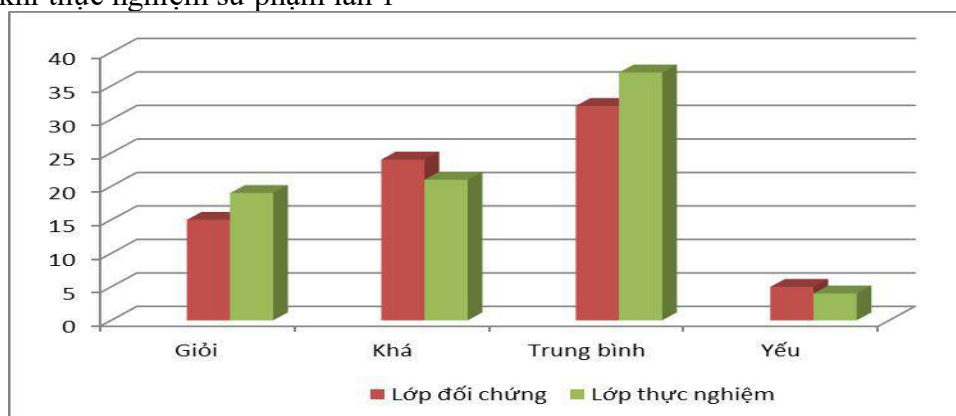
## PHỤ LỤC 5: CÁC BẢNG SỐ LIỆU THỰC NGHIỆM VÀ BIỂU ĐỒ

### I. THỰC NGHIỆM LẦN 1

1.1. Bảng 3.1. Phân tích kết quả học tập HS nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm sự phạm lần 1

Nhóm	Tổng số HS	Học lực môn toán (%)			
		Yếu	TB	Khá	Giỏi
TN	74	4	34	20	16
ĐC	80	5	36	21	18

1.2. Biểu đồ 3.1. Kết quả học tập của HS nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm sự phạm lần 1



1.3. Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH và năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm lần 1.

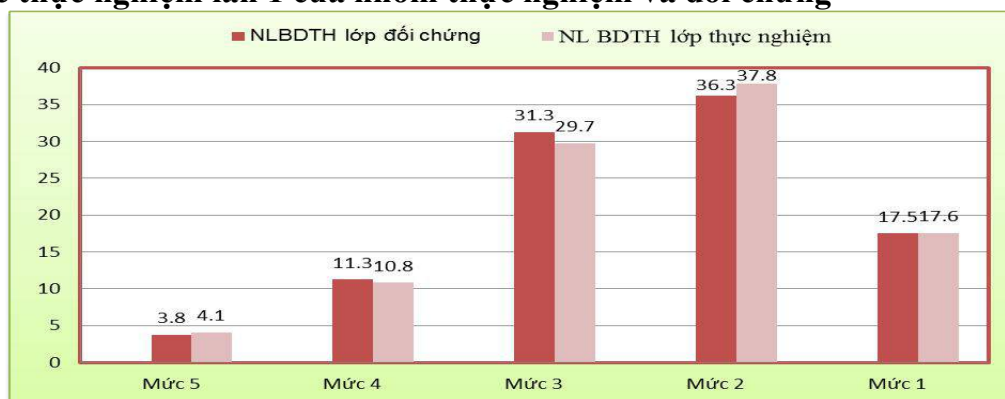
*Bảng 3.1a: Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm lần 1.*

Nhóm	Điểm $x_i$ Số HS	1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
		Đối chứng	80	14	29	25		
	(%)	17,5	36,3	31,3	11,3	3,8		
Thực nghiệm	74	13	28	22	8	3	2,46	1,036
	(%)	17,6	37,8	29,7	10,8	4,1		

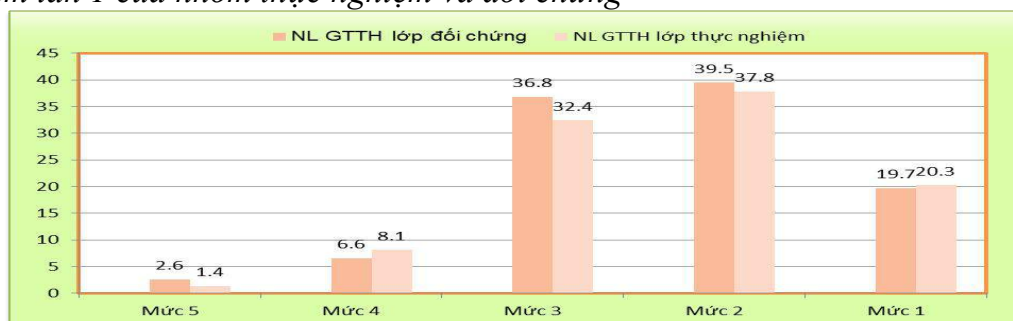
*Bảng 3.1b: Phân bố điểm đánh giá năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm lần 1.*

Nhóm	Điểm $x_i$ Số HS	1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
		Đối chứng	80	15	30	28		
	(%)	19,7	39,5	36,8	6,6	2,6		
Thực nghiệm	74	15	28	24	6	1	2,32	0,938
	(%)	20,3	37,8	32,4	8,1	1,4		

**1.4. Biểu đồ tần suất mức độ năng lực BDTH và năng lực GTTH của HS trước thực nghiệm lần 1 của nhóm thực nghiệm và đối chứng**



Biểu đồ 3.3a: Biểu đồ tần suất mức độ năng lực BDTH của HS trước thực nghiệm lần 1 của nhóm thực nghiệm và đối chứng



Biểu đồ 3.3b: Biểu đồ tần suất mức độ năng lực GTTH của HS trước thực nghiệm lần 1 của nhóm thực nghiệm và đối chứng

**1.5. Kết quả đánh giá năng lực BDTH và năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng sau thực nghiệm lần 1.**

Bảng 3.2a: Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng sau khi thực nghiệm lần 1.

Nhóm	Điểm $x_i$		1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
	Số HS								
Đối chứng	80		10	30	24	13	3	2,61	1,025
	(%)		12,5	37,5	30,0	16,3	3,8		
Thực nghiệm	74		5	23	26	14	6	2,91	1,049
	(%)		6,8	31,1	35,1	18,9	8,1		

Bảng 3.2b: Phân bố điểm đánh giá năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng sau khi thực nghiệm lần 1.

Nhóm	Điểm $x_i$		1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
	Số HS								
Đối chứng	80		11	37	21	9	2	2,43	0,953
	(%)		13,8	46,3	26,3	11,3	2,5		
Thực nghiệm	74		7	26	23	13	5	2,77	1,067
	(%)		9,5	35,1	31,1	17,6	6,8		

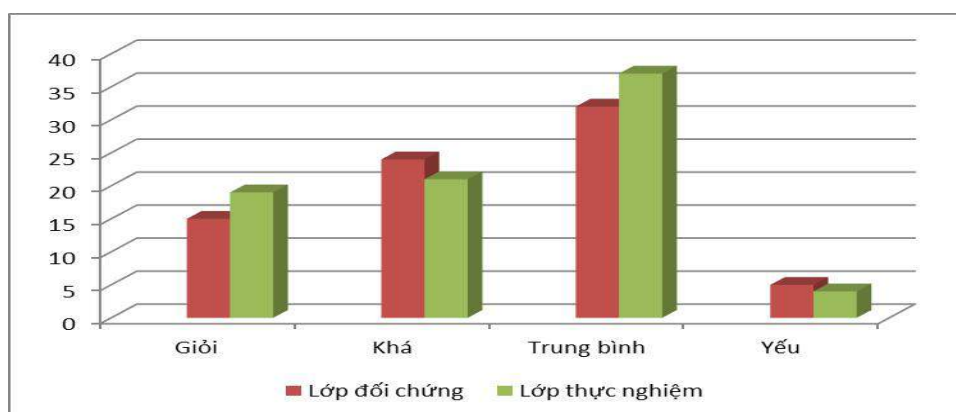


## II. THỰC NGHIỆM LẦN II

2.1. Bảng 3.4. Kết quả học tập của HS nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm sự phạm lần 2

Nhóm	Tổng số HS	Học lực môn toán (%)			
		Yếu	TB	Khá	Giỏi
TN	81	4	37	21	19
ĐC	76	5	32	24	15

2.2. Biểu đồ 3.4. Kết quả học tập của HS nhóm lớp thực nghiệm và nhóm lớp đối chứng trước khi thực nghiệm sự phạm lần 2



2.3. Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH và năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm lần 2

Bảng 3.3a: Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm lần 2

Nhóm	Số HS	Điểm $x_i$					$\bar{X}$	$S^2$
		1	2	3	4	5		
Đối chứng	76	11	25	20	16	4	2,70	1,120
	(%)	14,5	32,9	26,3	21,1	5,3		
Thực nghiệm	81	11	23	26	18	3	2,74	1,070
	(%)	13,6	28,4	32,1	22,2	3,7		

Bảng 3.3b: Phân bố điểm đánh giá năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước khi thực nghiệm lần 2

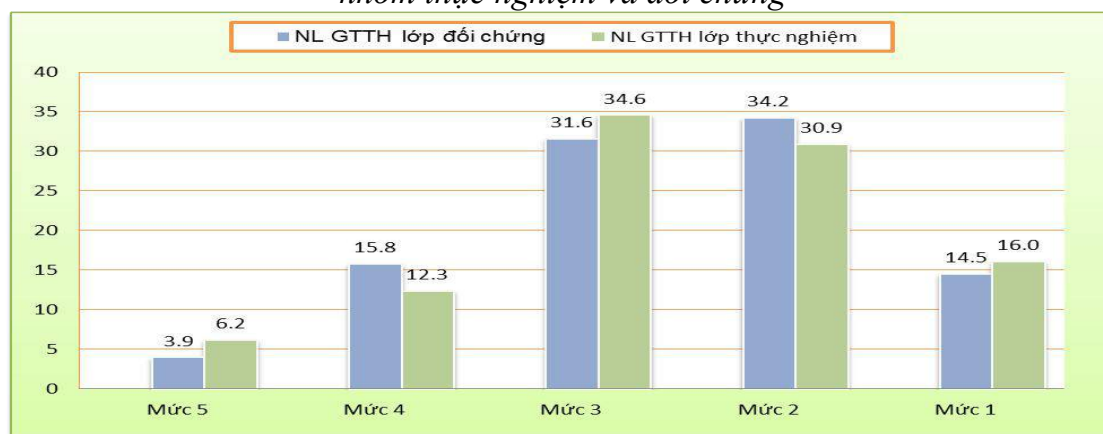
Nhóm	Số HS	Điểm $x_i$					$\bar{X}$	$S^2$
		1	2	3	4	5		
Đối chứng	76	11	26	24	12	3	2,61	1,047
	(%)	14,5	34,2	31,6	15,8	3,9		
Thực nghiệm	81	13	25	28	10	5	2,62	1,091
	(%)	16,0	30,9	34,6	12,3	6,2		



**2.4. Biểu đồ tần suất mức độ năng lực BDTH và năng lực GTTH trước thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm và đối chứng**



Biểu đồ 3.5a: Biểu đồ tần suất mức độ năng lực BDTH trước thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm và đối chứng



Biểu đồ 3.5b: Biểu đồ tần suất mức độ năng lực GTTH trước thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm và đối chứng

**2.5. Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH và năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng sau khi thực nghiệm lần 2**

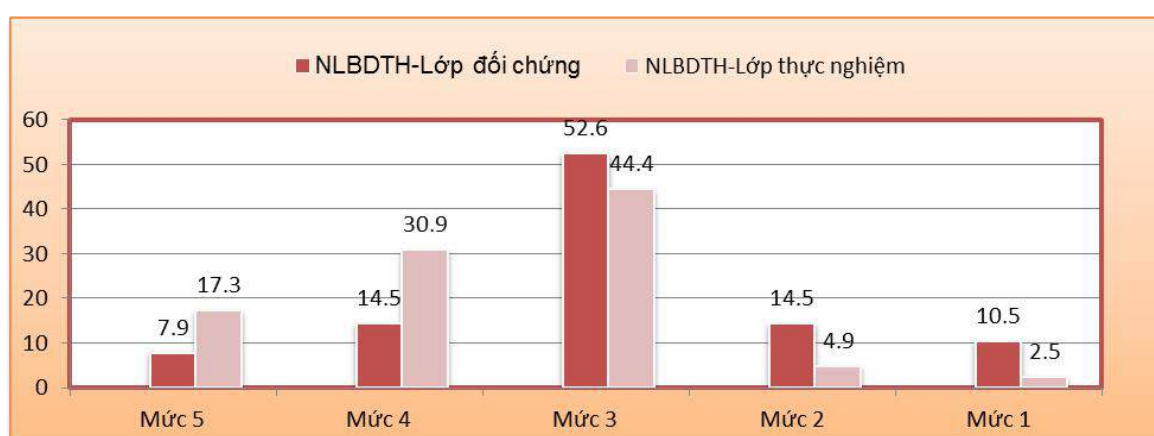
Bảng 3.4a: Phân bố điểm đánh giá năng lực BDTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng sau khi thực nghiệm lần 2

Nhóm	Điểm $x_i$ Số HS	1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
Đối chứng	76	8	11	40	11	6	2,95	1,018
	(%)	10,5	14,5	52,6	14,5	7,9		
Thực nghiệm	81	2	4	36	25	14	3,56	0,922
	(%)	2,5	4,9	44,4	30,9	17,3		

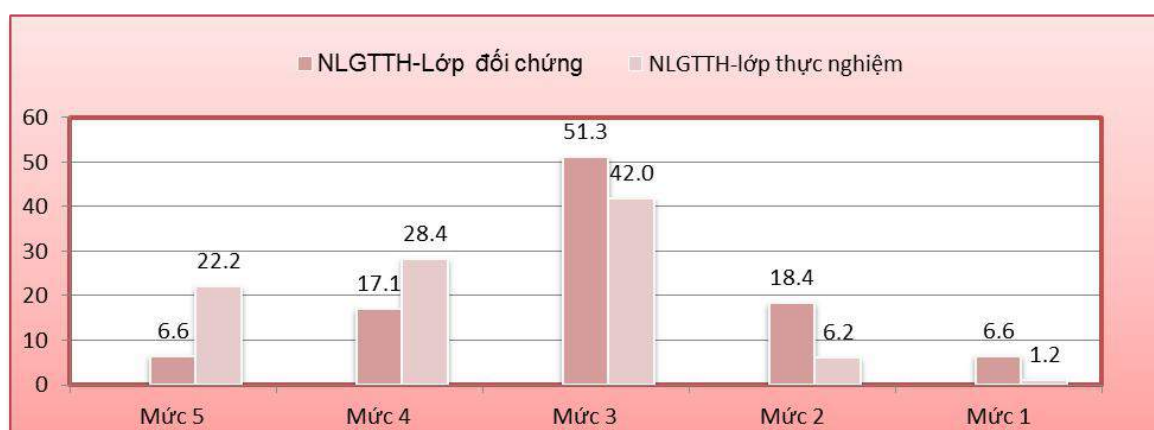
Bảng 3.4b: Phân bố điểm đánh giá năng lực GTTH của nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng sau khi thực nghiệm lần 2

Nhóm	Điểm $x_i$ Số HS	1	2	3	4	5	$\bar{X}$	$S^2$
		(%)	(%)	(%)	(%)	(%)		
Đối chứng	76	5	14	39	13	5	2,99	0,945
	(%)	6,6	18,4	51,3	17,1	6,6		
Thực nghiệm	81	1	5	34	23	18	3,64	0,928
	(%)	1,2	6,2	42,0	28,4	22,2		

2.6. Biểu đồ tần suất mức độ năng lực BDTH và năng lực GTTH của HS sau thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm và đối chứng



Biểu đồ 3.6a. Biểu đồ tần suất mức độ năng lực BDTH của HS sau thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm và đối chứng



Biểu đồ 3.6b. Biểu đồ tần suất mức độ năng lực GTTH của HS sau thực nghiệm lần 2 của nhóm thực nghiệm và đối chứng

**PHỤ LỤC 6: ĐỀ KIỂM TRA VÀ HƯỚNG DẪN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC  
BDTH VÀ NĂNG LỰC GTTH CỦA HS TRƯỚC VÀ SAU THỰC NGHIỆM**

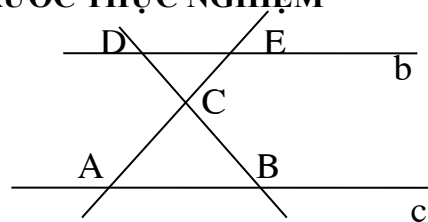
**I. ĐỀ KIỂM TRA VÀ HƯỚNG DẪN ĐÁNH GIÁ TRƯỚC THỰC NGHIỆM**

**1.1. Đề kiểm tra: 45 phút**

**Câu 1.** Cho hình vẽ biết  $a // b$ .

Hãy nêu tên các cặp góc bằng nhau

của hai tam giác CAB và CDE. Hãy giải thích vì sao.



a. Sử dụng kí hiệu hình học, mô tả bài toán dưới dạng “Cho:...Tìm:...”

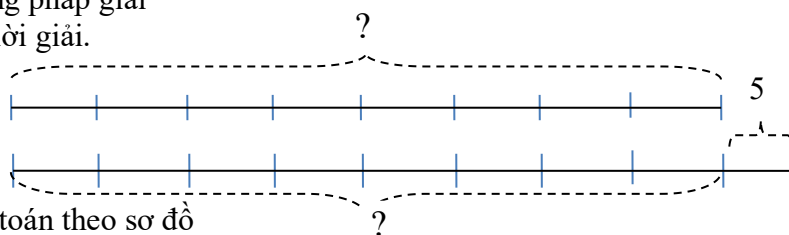
b. Nêu phương pháp giải

c. Trình bày lời giải.

**Câu 2.**

Lớp 7A:

Lớp 7B:



a. Đặt đề bài toán theo sơ đồ

b. Nêu phương pháp giải

c. Trình bày lời bài toán vừa nêu.

**Câu 3.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có tỉ số giữa hai cạnh của nó bằng  $\frac{1}{3}$ . Người ta

quyết định chia thành 3 mảnh vườn nhỏ hình vuông bằng nhau và dùng lưới nông nghiệp để rào từng mảnh nhỏ. Biết mỗi mảnh vườn nhỏ có chu vi 16 mét. Tính các kích thước của mảnh vườn ban đầu và số mét lưới nông nghiệp cần mua. a.

a. Tóm tắt bài toán.

b. Nêu phương pháp giải

c. Trình bày lời giải

**1.2. Hướng dẫn đánh giá**

**1.2.1. Bảng mức độ năng lực BDTH và GTTH**

Vận dụng theo hướng dẫn đánh giá năng lực của HS cuối cấp tiểu học [50]; bảng đánh giá năng lực hiểu biết định lượng (*Quantitative Literacy Rubric*) [105] và các mức độ năng lực BDTH, GTTH đã xác định ở chương 1, chúng tôi xây dựng bảng các mức độ đánh giá năng lực BDTH và GTTH như sau:

Bảng 3.1. Các mức độ đánh giá năng lực BDTH và GTTH

Mức độ \ Năng lực	Mức 5	Mức 4	Mức 3	Mức 2	Mức 1
BDTH: khả năng hiểu, sử dụng, lựa chọn, tạo ra và chuyển đổi các BDTH để suy nghĩ, ghi nhớ, mô tả, giải thích, lập luận, kết nối và trao đổi	Vận dụng linh hoạt, sáng tạo các BDTH trong phân tích, tổng hợp, suy luận, khái quát hóa và chứng minh toán học. Sử dụng và tạo	Sử dụng hiệu quả các BDTH trong tư duy và giao tiếp. Giải thích, đánh giá được các dạng biểu diễn khác nhau. Tạo ra	Sử dụng được các biểu diễn toán học để biểu thị các đối tượng và các quan hệ toán học tương đối phù hợp.	Bước đầu sử dụng các BDTH quen thuộc để mô tả, minh họa cho một đối tượng hay quan hệ toán học nhưng chưa chính xác, rõ ràng,	Hiểu được nội dung các biểu diễn cho các đối tượng và quan hệ toán học bằng NNTH và NNTN. Còn gặp khó khăn và

<i>các ý tưởng trong giải quyết các vấn đề toán học.</i>	ra các BDTH để mô hình hóa trong giải quyết các vấn đề toán học gắn với bối cảnh thực tiễn.	hoặc kết nối các biểu diễn để mô hình hóa (ở dạng đơn giản) trong giải quyết vấn đề toán học.		đầy đủ.	nhiều sai sót trong việc sử dụng các kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ,...
<i>GTTH: Khả năng hiểu được các vấn đề toán học qua giao tiếp bằng viết, nói, đồ họa; sử dụng hiệu quả NNTN và NNTN để trao đổi, trình bày, giải thích, lập luận, chứng minh toán học một cách chính xác, logic, làm rõ các ý tưởng toán học trong bối cảnh cụ thể.</i>	Trình bày mạch lạc, lập luận chặt chẽ, sử dụng chính xác NNTN trong nói hay viết toán một cách thuyết phục, hiệu quả; Tạo ra các kết nối hoặc chuyển đổi NNTN sang NNTN và ngược lại để biểu thị chính xác các đối tượng, quan hệ toán học hay phương án giải quyết các vấn đề thực tiễn.	Có khả năng nói hoặc viết về các ý tưởng, giải pháp toán học một cách ngắn gọn, rõ ràng; Phân tích, đánh giá, phản hồi về các vấn đề toán học một cách logic, chính xác với thái độ tự tin, tôn trọng.	Hiểu và sử dụng được NNTN dưới dạng kí hiệu, biểu tượng quen thuộc để tóm tắt, trình bày ý tưởng, giải pháp toán học với bạn, với thầy một cách tương đối chính xác, phù hợp	Bước đầu trình bày, giải thích những nội dung toán học trong tình huống quen thuộc bằng những câu đơn lẻ, rời rạc. Khi nói hay viết một vấn đề toán học còn chưa logic, chặt chẽ, ngắn gọn.	HS bị động, lúng túng trong GTTH, hay nhầm lẫn, thiếu căn cứ khi nói toán và viết toán. HS chưa có khả năng diễn đạt được ý hiểu của mình bằng NNTN và ngại tham gia giao tiếp.

### 1.2.2. Phân tích và hướng dẫn đánh giá

Về cấu trúc, đề thi có 3 câu, mỗi câu có 3 ý hỏi. Khi thực hiện giải quyết các bài tập này, HS đồng thời thể hiện nhiều năng lực toán học của mình.

Tuy nhiên, với mục đích đánh giá năng lực BDTH và năng lực GTTH bằng NNTN, chúng tôi dự định đưa ra các yêu cầu buộc HS khi thực hiện phải bộc lộ được các biểu hiện cụ thể của các năng lực này trong từng ý hỏi. Như vậy, mỗi ý hỏi tập trung vào một trong hai hoặc đồng thời cả hai năng lực nói trên. Cụ thể:

#### **Câu 1:**

1.a. Đánh giá khả năng xem hình, nhận ra các quan hệ hình học, biết chuyển từ ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ kí hiệu (biểu hiện của năng lực BDTH).

1.b. Biết đưa ra những khẳng định bằng ngôn ngữ kí hiệu (BDTH) và giải thích bằng cách nêu được căn cứ của khẳng định (GTTH)

1.c. Khả năng trình bày lời giải, giải thích, lập luận có căn cứ và biểu diễn bằng NNTN và NNTN. Ở đây HS cần biểu hiện cả hai năng lực BDTH và GTTH.

**Câu 2:** Đánh giá khả năng đọc hiểu BDTH và chuyển đổi từ biểu diễn minh họa sang biểu diễn bằng NNTH và NNTN.

2.a. Biểu hiện năng lực BDTH: Khả năng chuyển đổi biểu diễn dạng mô hình sang biểu diễn bằng ngôn ngữ kí hiệu (NNTN và NNTH)

2.b. Biểu hiện năng lực GTTH: Khả năng mô tả giải pháp một cách thuyết phục, phản ánh được suy nghĩ của bản thân.

2.c. Khả năng BDTH (khi HS sử dụng NNTH và NNTN để trình bày lời giải) và GTTH (khi trong mỗi bước biến đổi, mỗi lập luận đều chặt chẽ, thuyết phục, logic).

**Câu 3:** Đánh giá khả năng đọc hiểu; khả năng sử dụng BDTH để mô hình hóa toán học (BDTH); Khả năng trình bày, giải thích logic, thuyết phục. (GTTH).  
Cụ thể:

3.a. Năng lực BDTH: Khả năng giải mã, khả năng chuyển đổi BDTH theo các cách khác nhau; khả năng sử dụng biểu diễn để mô hình hóa toán học.

3.b. Năng lực GTTH: Khả năng diễn đạt giải pháp, ý tưởng toán học của mình một cách mạch lạc, rõ ràng bằng NNTH

3.c. Trình bày lời giải: Tương tự như các câu trên, ở ý này, đánh giá cả năng lực BDTH và GTTH của HS.

### 1.2.3. Thang điểm:

**a. Mỗi ý hỏi được mã hóa theo 5 mức độ hành vi**, ví dụ:

Câu 1.a) Sử dụng kí hiệu hình học, mô tả bài toán dưới dạng “Cho:...Tìm:....”

Câu này nhằm đo lường hành vi “biết chuyển đổi các biểu diễn: từ ngôn ngữ của các thuật ngữ hình học và NNTN sang ngôn ngữ kí hiệu”. Nó sẽ được mã hóa theo hành vi như sau:

Mã 0: Không mô tả được chút nào

Mã 1: Có mô tả nhưng chủ yếu bằng NNTN

Mã 2: Có sử dụng ký hiệu để mô tả bằng nhưng không đầy đủ, còn sai sót;

Mã 3: Mô tả đầy đủ bằng kí hiệu toán học nhưng chưa ngắn gọn.

Mã 4: Mô tả được bằng ký hiệu TH đầy đủ và chính xác

Mỗi ý hỏi, được chấm theo thang điểm 10, tương ứng với 5 mức độ của từng năng lực (theo bảng 3.1). Cụ thể: Mã 4: (8;10]; Mã 3: (6;8]; Mã 2: (4;6]; Mã 1: (2;4]; Mã 0: [0;2]

**b. Tổng điểm tối đa cho từng năng lực:** 60 điểm.

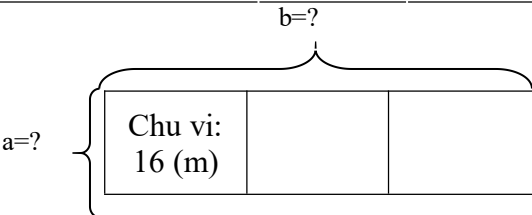
Tổng điểm tương ứng với 6 ý hỏi cho từng năng lực BDTH và GTTH là 60 điểm. Thang xếp loại các mức độ năng lực BDTH và GTTH cho mỗi HS qua việc giải quyết các câu hỏi trong đề bài, như sau:

Mức 1: [0 ; 18]; Mức 2: (19; 30); Mức 3: [30; 42); Mức 4: [42; 48]; Mức 5: (48;60]

### 1.2.4. Thang đo chi tiết cho từng năng lực:

**a. Năng lực BDTH:**

Đáp án	Mã hành vi năng lực BDTH				
	Mã 4	Mã 3	Mã 2	Mã 1	Mã 0
	(8;10]	(6; 8]	(4; 6]	(2; 4]	[0; 2]

<p><b>1.a.</b> Cho: <math>a // b</math>; <math>AE \cap DB = \{C\}</math> (hình vẽ)          Tìm: Các cặp góc bằng nhau của <math>\Delta CAB</math> và <math>\Delta CDE</math></p>					
<p><b>1.c.</b> <math>\widehat{DCE} = \widehat{ACB}</math> vì là hai góc đối đỉnh  <math>\widehat{CDE} = \widehat{CBA}</math> vì là hai góc so le trong  <math>\widehat{DEC} = \widehat{CAB}</math> vì là hai góc so le trong</p>					
<p><b>2.a.</b> Đề bài: “Tỉ lệ HS lớp 7A và 7B là <math>\frac{8}{9}</math>; biết lớp 7B hơn lớp 7A 5 HS. Tìm số HS của mỗi lớp”</p>					
<p><b>2.c.</b> Giải:          Gọi số HS của lớp 7A, 7B lần lượt là x, y (bạn), <math>x, y \in \mathbb{N}^*</math>. Theo đề bài ta có <math>\frac{x}{8} = \frac{y}{9}</math> và <math>y - x = 5</math>. Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau có: <math>\frac{x}{8} = \frac{y}{9} = \frac{y-x}{9-8} = \frac{5}{1} = 5</math>          Do đó <math>\frac{x}{8} = 5 \Rightarrow x = 5.8 = 40</math>;  <math>\frac{y}{9} = 5 \Rightarrow y = 5.9 = 45</math>          Vậy số HS của lớp 7A là 40 bạn, của lớp 7B là 45 bạn.</p>					
<p><b>3.a.</b></p> 					
<p><b>3.c.</b> Giải: Gọi chiều rộng và chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật là a và b (m); Ta có: <math>\frac{a}{b} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{3}</math> (1)          Hình vuông có chu vi 16 m, cạnh của hình vuông bằng chiều rộng của hình chữ nhật nên ta có: <math>a = 4</math> (m) (2)          Từ (1) và (2) suy ra: <math>\frac{4}{1} = \frac{b}{3} \Rightarrow b = 3.4 = 12</math> (m)          Số mét lưới nông nghiệp cần mua là: <math>4 \times 10 = 40</math> (m)          Trả lời: 1. Kích thước mảnh vườn ban đầu là 4 và 12 (m). 2. Số mét lưới nông nghiệp phải mua để rào vườn là 40 (m)</p>					

**b. Năng lực GTTH:**

Đáp án	Mã hành vi năng lực GTTH				
	Mã 4 (8;10]	Mã 3 (6; 8]	Mã 2 (4; 6]	Mã 1 (2; 4]	Mã 0 [0; 2]
<b>1.b.</b> PP: Sử dụng kiến thức về các góc bằng nhau tạo bởi 2 đường thẳng song song					
<b>1.c.</b> $\widehat{DCE} = \widehat{ACB}$ vì là hai góc đối đỉnh $\widehat{CDE} = \widehat{CBA}$ vì là hai góc so le trong $\widehat{DEC} = \widehat{CAB}$ vì là hai góc so le trong					
<b>2.b.</b> PP giải: Gọi x, y lần lượt là số HS lớp 7A, 7B: ta thấy: x, y tỉ lệ với 8; 9 và y hơn x 5 (bạn) . Lập tỉ số bằng nhau và dựa vào tính chất dãy tỉ số bằng nhau tìm ra kết quả.					
<b>2.c.</b> Giải: Gọi số HS của lớp 7A, 7B lần lượt là x, y (bạn), $x, y \in \mathbb{N}^*$ . Theo đề bài ta có $\frac{x}{8} = \frac{y}{9}$ và $y - x = 5$ . Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau có: $\frac{x}{8} = \frac{y}{9} = \frac{y-x}{9-8} = \frac{5}{1} = 5$ Do đó $\frac{x}{8} = 5 \Rightarrow x = 5.8 = 40$ ; $\frac{y}{9} = 5 \Rightarrow y = 5.9 = 45$ Vậy số HS của lớp 7A là 40 bạn, của lớp 7B là 45 bạn.					
<b>3.b.</b> PP giải: Gọi chiều rộng và chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật là a và b (m); Lập tỉ số giữa a và b; dựa vào chu vi 1 mảnh để tìm a => tìm được b.					
<b>3.c.</b> Giải: Gọi chiều rộng và chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật là a và b (m); Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{3}$ (1) Hình vuông có chu vi 16 m, cạnh của hình vuông bằng chiều rộng của hình chữ nhật nên ta có: $a = 4$ (m) (2) Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{4}{1} = \frac{b}{3} \Rightarrow b = 3.4 = 12$ (m) Số mét lưới nông nghiệp cần mua là: $4 \times 10 = 40$ (m) Trả lời: 1. Kích thước mảnh vườn ban đầu là 4 và 12 (m) 2. Số mét lưới nông nghiệp phải mua để rào vườn là 40 (m)					

**Lưu ý:** Các cách trình bày khác, nếu đúng cho điểm tương đương

**II. ĐỀ KIỂM TRA VÀ HƯỚNG DẪN ĐÁNH GIÁ SAU THỰC NGHIỆM**

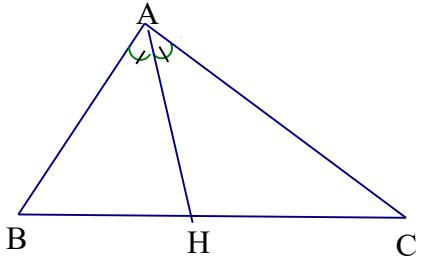
**2.1. Đề kiểm tra:**

**Câu 1:** Cho hình 3.1

a) Khoanh tròn một chữ cái đứng trước lựa chọn đúng.

Trong  $\Delta ABC$ , AH là:

- A. Đường cao.
- B. Đường trung tuyến.
- C. Đường phân giác.
- D. Đường trung trực.



Hình 3.1

b) Thêm điều kiện vào chỗ trống (...) để khẳng định sau là đúng:

Nếu  $\Delta ABC$  có: ..... thì  $\Delta ABH = \Delta AHC$

**Câu 2:** Hãy khoanh tròn một chữ cái đứng trước lựa chọn đúng.

Ba độ dài nào có thể là ba cạnh của một tam giác:

- A. 1; 2; 3
- B. 3; 4; 5
- C. 2; 2; 4
- D. 3; 5; 9

**Câu 3:** Hãy điền vào chỗ trống (...)

Điểm cách đều ba đỉnh của một tam giác là giao điểm của ba đường.....

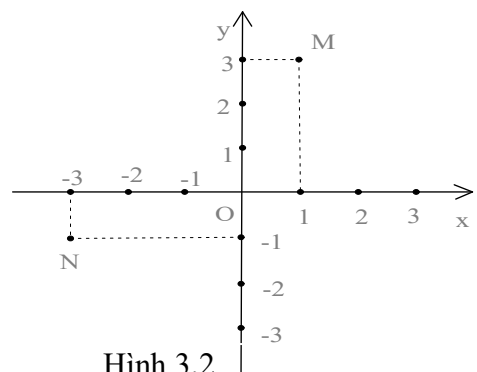
**Câu 4:** Cho Hình 3.2.

\*) Hãy khoanh tròn một chữ cái đứng trước lựa chọn đúng.

- a) Tọa độ điểm M là: A. (-1; -3); B. (-3; -1)  
C. (1; 3); D. (3; 1)

b) Điểm M thuộc đồ thị hàm số:

- A.  $y = 2x$ ; B.  $y = -2x$
- C.  $y = 3x$ ; D.  $y = -3x$



Hình 3.2

\*) Hãy điền vào chỗ trống (...)

c) Vẽ thêm một điểm E (.....; .....) thuộc đồ thị hàm số đi qua M.

d) Hàm số  $y = ax$  đi qua điểm N là : .....

**Câu 5 :** Cho tình huống: “Áo ấm tặng bạn”

“Hưởng ứng phong trào “Áo ấm tặng bạn” do nhà trường phát động, ba lớp 7A, 7B, 7C quyên góp được một số áo ấm. Biết  $\frac{2}{3}$  số áo ấm của lớp 7A bằng  $\frac{3}{4}$  số áo ấm của lớp 7B và bằng  $\frac{1}{2}$  số áo ấm của lớp 7C; Số áo ấm lớp 7A quyên góp được ít hơn tổng số áo của hai lớp 7B và 7C là 55 chiếc.

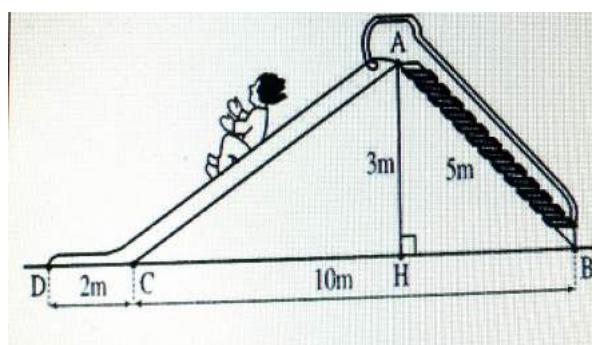


- a. Tìm số áo mỗi lớp quyên góp được;  
 b. Số áo quyên góp được thuộc tập hợp số nào? Vì sao”

- 5.1. Tóm tắt bài toán trong tình huống trên;  
 5.2. Nêu phương pháp giải  
 5.3. Trình bày lời giải cho tình huống: “**Áo ấm tặng bạn**”

**Câu 6: Tình huống “Cầu thang cuốn”**

“*Tại siêu thị Đức Huy (Bắc Cường-Lào Cai), người ta bố trí hai loại cầu thang: cầu thang cuốn (băng tải có đường trượt tổng cộng gồm DC và CA) và cầu thang dành cho người đi bộ (BA) (Hình 3.3)*



Hình 3.3

- a. Tính độ dài cầu thang cuốn  
 b. Cầu thang cuốn dài gấp mấy lần cầu thang bộ?”

- 6.1. Ghi GT-KL  
 6.2. Nêu phương pháp giải (có thể dưới dạng sơ đồ)  
 6.3. Trình bày lời giải tình huống sau.

**2.2. Phân tích và hướng dẫn đánh giá:**

Phần kiểm tra đánh giá khả năng đọc hình, đọc đồ thị và đọc hiểu các văn bản toán học diễn đạt theo NNTH và NNTN cũng như ngôn ngữ các kí hiệu, biểu tượng. Trong mỗi câu, có thể đánh giá hai năng lực theo các biểu hiện cụ thể:

**Câu 1:** Đánh giá năng lực BDTH, với biểu hiện biết đọc hình, biểu diễn quan hệ hình học tương thích với điều kiện cụ thể;

**Câu 2, 3:** Đánh giá năng lực GTTH, thể hiện khả năng đọc hiểu và trả lời bằng chọn đáp án hoặc viết ra.

**Câu 4:**

Ý a, c đánh giá năng lực BDTH, biểu hiện khả năng giải mã và tạo mã các yếu tố cho trên đồ thị.

Ý b, d đánh giá năng lực GTTH, thể hiện khả năng đọc hiểu và trả lời bằng chọn đáp án hoặc viết ra.

**Câu 5.** HS phải biết chuyển đổi biểu diễn, hiểu và sử dụng kí hiệu toán học trong thực hành giải toán. Nhận diện được quan hệ tỉ lệ giữa các đại lượng và vận dụng giải toán. Như vậy, các biểu hiện của năng lực BDTH và GTTH cụ thể như sau:

5.1. Tóm tắt bài toán: năng lực BDTH;

5.2. Nêu phương pháp giải: năng lực GTTH;

5.3. Trình bày giải pháp:

Ý a. Cả hai năng lực BDTH và GTTH.

Ý b. Năng lực GTTH

**Câu 6:** Ở Tình huống “*Cầu thang*”:

Năng lực BDTH thể hiện khi: HS đọc hình và chuyển về ngôn ngữ kí hiệu để viết được GT- KL; mô tả phương pháp giải bằng kí hiệu hay sơ đồ.

Năng lực GTTH thể hiện: Khi HS trình bày chứng minh; ước lượng và diễn đạt được quan hệ về độ dài của cầu thang cuốn và cầu thang bộ ở câu b. (“gấp gần hai lần” hoặc “gấp hơn 1,5 lần” hay “gấp 1,7 lần”). Cụ thể:

6.1. Viết được GT- KL: Năng lực BDTH

6.2. Mô tả được phương pháp giải bằng kí hiệu, sơ đồ: năng lực BDTH;

6.3.a. Trình bày giải pháp tính độ dài cầu thang cuốn : cả hai năng lực BDTH và GTTH

6.3.b. Diễn đạt được quan hệ về độ dài của cầu thang cuốn và cầu thang bộ  
Năng lực GTTH

**2.3. Thang điểm:** *Mỗi ý chấm theo thang điểm trong bảng 3.1.*

*Mỗi ý hỏi được mã hóa theo 5 mức độ, ví dụ:*

Câu 5.1. Tóm tắt bài toán trong tình huống “Áo ấm tặng bạn”

Câu này nhằm đo lường hành vi biết nhận diện các quan hệ toán học trong tình huống thực tế, “phiên dịch” từ NNTN sang NNTH dưới dạng kí hiệu, mô hình, sơ đồ,.... Được mã hóa theo hành vi ( tương ứng với 5 mức độ đánh giá) như sau:

Mã 0: Không tóm tắt, hoặc chỉ tóm tắt bằng cách chép lại đề bài bằng NNTN

Mã 1: Tóm tắt được nhưng chủ yếu bằng thuật ngữ toán học

Mã 2: Tóm tắt được bằng ký hiệu toán học nhưng chưa đầy đủ hoặc còn sai sót.

Mã 3: Tóm tắt bằng kí hiệu toán học đầy đủ nhưng chưa ngắn gọn.

Mã 4: Kết hợp sơ đồ, hình vẽ và ký hiệu toán học để tóm tắt đầy đủ và chính xác

Mỗi ý hỏi, được chấm theo thang điểm 10, tương ứng với 5 mức độ của từng năng lực (theo bảng 3.1). Cụ thể: Mã 4: (8;10]; Mã 3: (6;8]; Mã 2: (4;6]; Mã 1: (2;4]; Mã 0: [0;2]

Tổng điểm tối đa cho từng năng lực: 90 điểm ( tương ứng với 9 ý hỏi)

Thang xếp loại các mức độ năng lực BDTH và GTTH cho mỗi HS, như sau:

Mức 1: (0;18]; Mức 2: (18; 36]; Mức 3: (36; 54]; Mức 4: (54; 72]; Mức 5: (72;90].

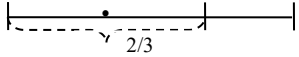
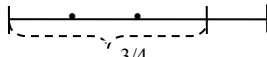
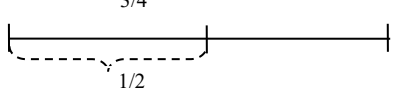
### 2.3. Thang đo chi tiết cho từng năng lực:

#### Năng lực GTTH

Đáp án	Mã hành vi năng lực GTTH				
	Mã 4 (8;10]	Mã 3 (6; 8]	Mã 2 (4; 6]	Mã 1 (2; 4]	Mã 0 [0; 2]
2. Trung tuyến					
3. B					
4.b. C					
4d. $y = 1/3 x$					
5.2 . <i>Mô tả giải pháp:</i> HS mô tả cách khai thác được mối quan hệ tỉ lệ của a, b, c với $2/3$ ; $3/4$ và $1/2$ để có lời giải tương ứng					
5.3. a <i>Trình bày giải pháp:</i> Gọi a, b, c lần lượt là số áo quyên góp được của 3 lớp 7A, 7B, 7C ( . A, b, c $\in \mathbb{N}^*$ ). Ta có $\frac{2}{3}a = \frac{3}{4}b = \frac{1}{2}c \Leftrightarrow \frac{6a}{9} = \frac{6b}{8} = \frac{6c}{12}$ $\Leftrightarrow \frac{a}{9} = \frac{b}{8} = \frac{c}{12}$ Và: $(b + c) - a = 55$ Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{a}{9} = \frac{b}{8} = \frac{c}{12} = \frac{(b+c)-a}{(8+12)-9} = \frac{55}{11} = 5$ Vậy: lớp 7A quyên góp: $a = 5.9 = 45$ (áo); lớp 7B quyên góp: $b = 5.8 = 40$ (áo); lớp 7C quyên góp: $c = 5.12 = 60$ (áo)					
5.3.b. Thuộc tất cả các tập hợp số đã học	Thuộc <b>R</b>	Thuộc <b>Q</b>	Thuộc <b>Z</b>	Thuộc <b>N</b>	Không

<p><b>6.3a. Trình bày giải pháp:</b>  Xét <math>\triangle ABH</math> vuông tại H nên ta có:  <math>AB^2 = AH^2 + HB^2</math> (ĐL Pytago)  <math>\Rightarrow HB^2 = AB^2 - AH^2</math>  <math>= 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16</math>  <math>\Rightarrow HB = 4\text{m}</math>  Ta có: <math>CH + HB = CB</math>  <math>\Rightarrow CH = CB - HB = 10 - 4 = 6(\text{m})</math>  <math>\triangle ACH</math> vuông tại H nên ta có:  <math>AC^2 = AH^2 + HC^2 = 3^2 + 9^2</math>  <math>= 9 + 36 = 45</math>  <math>\Rightarrow AC = \sqrt{45} \approx 6,7(\text{m})</math>  <math>DC + CA = 2 + 6,7 \approx 8,7(\text{m})</math></p>					
<p><b>6.3.b.</b> Vận độ dài đường trượt tổng cộng là 8,7 m gấp gần hai lần BA. (hoặc gấp hơn 1,5 lần, hoặc gấp 1,7 lần BA)</p>					

**a) Năng lực BDTH**

Đáp án	Mã hành vi năng lực BDTH				
	Mã 4 (8;10]	Mã 3 (6; 8]	Mã 2 (4; 6]	Mã 1 (2; 4]	Mã 0 [0; 2]
<b>1.a.</b> C					
<b>1.b.</b> $AB = AC$ ( hoặc: $\widehat{B} = \widehat{C}$ ; hoặc: $AH \perp BC$ ;....)					
<b>4.a.</b> C					
<b>4.c.</b> Vẽ điểm E(-1;-3) ( hoặc: E(0,5;1,5),....)					
<p><b>5.1. Tóm tắt</b><sub>7A</sub>: </p> <p>7B: </p> <p>7C: </p> <p>a. Tìm số áo quyên góp được của mỗi lớp?  b. Số áo quyên góp thuộc tập hợp số nào?</p>					
<p><b>5.2a. Trình bày giải pháp:</b>  . Gọi a, b, c lần lượt là số áo quyên góp được của 3 lớp 7A, 7B, 7C ( . a, b, c <math>\in \mathbb{N}^*</math>). Ta có  <math>\frac{2}{3}a = \frac{3}{4}b = \frac{1}{2}c \Leftrightarrow \frac{6a}{9} = \frac{6b}{8} = \frac{6c}{12}</math>  <math>\Leftrightarrow \frac{a}{9} = \frac{b}{8} = \frac{c}{12}</math> Và: <math>(b + c) - a = 55</math>  Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta  có: <math>\frac{a}{9} = \frac{b}{8} = \frac{c}{12} = \frac{(b+c)-a}{(8+12)-9} = \frac{55}{11} = 5</math></p>					

Vậy: lớp 7A quyên góp: $a = 5.9 = 45$ (áo); lớp 7B quyên góp: $b = 5.8 = 40$ (áo); lớp 7C quyên góp: $c = 5.12 = 60$ (áo)						
<b>6.1.</b> GT	$AH \perp BC$ ; $AH = 3\text{m}$ ; $AB = 5\text{m}$ ; $BC = 10\text{m}$ ; $DC = 2\text{m}$					
KL	a. Đoạn $DC + CA = ?$ b. So sánh độ dài $DC + CA$ với $AB$ ?					
<b>6.2. Mô tả phương pháp giải:</b> $AH = 3\text{m}$ ; $AB = 5\text{m}$ (gt) $\uparrow$ $HB^2 = AB^2 - AH^2$ $\uparrow$ $HB = ?$ $\uparrow$ $HC = ?$ $\uparrow$ $CA = ?$ $\uparrow$ $DCA = ?$						
Xét $\Delta ABH$ vuông tại H nên ta có: $AB^2 = AH^2 + HB^2$ (ĐL Pytago) $\Rightarrow HB^2 = AB^2 - AH^2$ $= 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$ $\Rightarrow HB = 4\text{m}$ Ta có: $CH + HB = CB$ $\Rightarrow CH = CB - HB = 10 - 4 = 6(\text{m})$ $\Delta ACH$ vuông tại H nên ta có: $AC^2 = AH^2 + HC^2 = 3^2 + 6^2$ $= 9 + 36 = 45$ $\Rightarrow AC = \sqrt{45} \approx 6,7(\text{m})$ $DC + CA = 2 + 6,7 \approx 8,7(\text{m})$						

**Lưu ý:** Các cách trình bày khác, nếu đúng cho điểm tương đương